流出機構研究에 關한 最近의 動向

The Latest Tendency for Run-off Mechanism Research

金 治 弘
Kim, Chi Hong

1. 序 言

科學의 發展, 專門化가 複雜하게 分岐되어가고 있는 오늘 날에 있어서 流出理論의 研究도 多樣化 되어 가고 있는 것은 事實이나 今日의 現時點에서 볼때에는 보다 一般的인 條件과 보다 精密한 結論을 向하여 主觀에서 客觀으로, 個別的인 經驗에서 普遍化의 길로 걷고 있다. 여기서는 簡單히 最近의 流出機構研究에 關한 潮流를 살펴보면서 水文學에서의 工學的研究意義를 確實히 해보기로 한다.

2. 流出解析의 時代的變遷

近代水文學은 1930年代 Horton에 依하여 始作되었다해도 過言이 아니다. Horton은 水文學이 地球表面附近의 雨水의 擧動全般을 對象으로 하여야 할 學問體系임을 指摘하고 나아가서 水文循環(Hydrologic Cycle)의 概念을 明示하고 (1931年), 그 後의 水文學 研究進展方向을 確立케 했다. 거기에다 1930年代 初期에 始作한 美國의 T.V.A의 事業은 물循環의 가장 主要過程의 하나인 流出現象에 對하여 數 많은 研究成果를 얻게 이르렀다. 또한 河川技術者였던 Sherman이 流出解析의 手法으로서 單位圖法을 提案 한 것도 이 時期(1932年)였다. 이러한것을 中心으로 해서 볼 때 1930年代를 近代水文學의 誕生期라고 할 수 있다.

1940年代 以後 1950年後期 까지는 流出現象의 研究에 對하여 方法論的인 進展이 있을 뿐이었다고 할 수 있다. 即 1930年代 遺産, 特히 浸透能과 單位圖法을 둘러싼 經驗의 蓄積과 檢討의 時期 였고 應用水文學이라는 見地에서의 旣成의 方法을 適用하는 時期였다고 보아진다.

元來 流出解析의 代表的인 方法인 Sherman의 單位圖法은 今日의 말로 말해서 降雨와 流量의 對應을 線型機構를 갖는 black box라고 假定하고 있어서 流出自體의 現實의 機構에 對하여는 아무것도 言及되어 있지 않고 있다. 이러한 事實이 얼마 안가서 비로서 流出解析의 接近方法에 關하여 두가지로 派가 갈라지게 되었다. 即 그 하나는 流出現象을 될수 있는대로 完全한 形으로 理解코저 하는 움직임으로서 流出過程에 內在하는 雨水의 諸機構와 그 相互關係의 追求에 依하여 普遍的인 解析方法을 求하고저 했다. 또 하나는 現實의 水工問題에 對處 할 必要에서 旣成의 槪念과 經驗을 土臺로 해서 實用的인 解析法이라 든지 經驗式을 얻고저 했든것이다.

1940年代 부터 1960年에 이르는 時期에서는 前述의 後者가 前者를 壓倒한 時期였다고 할 수 있고 그것이 當然한 理論에서 出産 한것 처럼 믿게 되는 傾向이 컸다. 거기에 科學으로서 要求되는 現象의 分析과 綜合 그리고 個別的인 經驗에서 普遍化로의 努力이 缺乏되었다고도 말 할 수 있고 또한 世界的인 戰亂 속에 있었든 만큼 充分한 研究的인 態勢가 欠陷되었든 關係로 經驗式 또는 經驗에서 얻은 實用公式으로서 理論을 代行 했다고도 말 할 수있다. 그러나 이러한 昏迷속에서도 1950年의 後半과 1960年 前後를 境界로 하여 새로운 움직임이 있었든 것도 默過 할 수는 없다. 그것은 所謂 水文學的現象을 大膽하게 數學的定式化 (或은 數式 model)로의 指向이고 거기에는 複雜한 流出過程의 內容에 마추워 가장 本質的이고 基本的인 一般法則을 抽出하고저 하는 努力의 傾向이다. 이러한 事情을 背景으로 해서 1964年에 우선 *Parametric Hydrology Group (P.H.G.)가, 이어서 1965年에는 **Stochastic Hydrology Group (S.H.G)의 두개의 國際的研究 group가 誕生했다. 이 두개의 研究 group가 目的으로 하는것은 P.H.G.가 流出現象을 物理的인 變換 system으로서 分析綜合하고 降水와 流量間에 普遍的인 數學的 model을

正會員・株式會社 都和綜合設計公社副社長

確立코저 하는 것이 였고 S.H.G 도 거의 같은 目的이지만 水文事象의 統計的側面에 重點을 두고저 했든것으로서 兩者에서는 本質的인 差異는 없는것으로 생각하면 된다. 이 研究 group 의 組織趣旨를 본다면 從來記述에 置重한 水文學的方法으로서는 現在로부터 未來에 걸친 더욱 深刻化 해 가지는 물問題의 科學的 解析方案을 樹立 못 하므로 새로운 理念下에 普遍的인 計量的 解析方法 即 現象에 適應되 數學的手法의 必要性을 强調하고 있는 點에서는 꼭 같다. 이러한 變換期乃至 過渡期에서 目標로 내세운것은 1) 水理學과 水文學에 있어서 研究活動의 橋梁的 役割方法의 檢討, 2) 水文學에 있어서 새로운 科學的 發想과 새로운 研究의 方法論의 模索이라 하겠다. 이러한 새로운 着想은 國際的으로 여러나라의 呼應度가 想像外로 컸으며 水文學的 實質的 共同研究의 國際的인 움직임으로서 UNESCO 의 I.H.D 計劃(International Hydrological Decade) 即 國際水文觀測 10 個年計劃인데 1965 年부터 1974 年까지 여러나라에서 代表試驗流域을 設定하여 물收支研究를 本質的으로 觀測, 分析을 通하여 各各 個個나라에서 實施하는 計劃인데 우리나라에서도 이미 實施中에 있다. 이것은 P.H.G 와 S.H.G 와 併行되어 定性的, 定量的으로 科學的理論에 根據를 두고 水文學的인 理論을 明確히 體系化 하고저 하는데 그 目的이 있다. 이와같이 물循環의 基本的인 過程中의 하나인 流出現象의 解析方法에 있어서 世界各國이 함께 漸次 그 必要性을 느끼고 實質的인 向上을 圖謀 하고 있는것은 좋은 現象이라 하겠다. 또한 最近에는 數理科學의 發展과 電子計算機利用이 日常化 됨에 따라 整然된 科學體系로서 流出現象解析方法의 確立이 可能케 될지도 모른다. 所謂 system 의 研究, model 의 研究가 바로 그것이다.

3. 流出解析法의 區分

數理科學의 發展과 더부러 近來 한창 研究의 核心을 이루고 있는 system 과 model 이라는 概念이 流出解析研究에도 導入된것은 當然 하다고 할수 있다. 即 System 이라함은 『多數의 構成要素가 有機的인 秩序를 가지고 同一目的을 向하여 行動하는것』이라 定義 되고 model 은 『實地에 가까운 어떤 模型』을 말하고 假令 數式 model 이라하면 『數式에 依하여 表示된 假說』을 말 하고있다.

따라서 流出 system 이라 하는 境遇는 어떤 確實한 物理法則 또는 統計法則에 따르는 同質의 部分 system 이 順序에따라 羅列된 集合을 意味 한다. 이것은 或은 單純히 相互關聯 있는 要素 (system parameter) 또는 部分 system 의 集合體를 말하는 境遇도 있다. 따라서 流出 system 의 特性을 統一的 그리고 量的으로 把握하기 爲해서는 全 system 을 構成하는 法則이 서로 다른 部分 system 의 分類와 選擇 나아가서 各部分 system 構成과 相互關係를 明白히 하여 全 system 의 組織的表現을 하도록함이 必要하다.

따라서 流出 system 을 明確히 하기 爲해서 廣範圍한 研究가 必要 하나 大別하여 i) 現象의 觀測 ii) system 을 表現하는 數式 model 의 設立이라고 할수 있다. 이 2 個의 狀況은 密接한 關聯이 있는 것이다. 即 現象의 觀測이라 해도 무엇을 어떤 基準下에 觀測하는가 하는것은 model 로 부터 要求되며 또 數式 model 은 現象의 觀測이 基本이 되는것은 再言이 不要하다. 이 兩者가 서로 內的으로 相互 連結되어 있다는 認識이야 말로 流出 system 을 正確히 理解하는 唯一한 길인 것이다 勿論 目的과 狀況에 따라 system model 은 달라지므로 system 解析에는 많은 接近方法이 있음은 當然하다.

今日 알려진 流出 system model 이라 함은 流出過程의 모든變化 或은 運動 또는 因果關係의 背後에 直接 보이지 않는 "black box"의 特性을 찾아 내자는 思考下에 樹立된 것이다. system model (或은 數式 model) 의 目的하는 바는 다음과 같다고 할 수 있다. 即 第1의 目的은 流出現象과 같은 大規模이고 複雜한 物理的 system 의 性質과 擧動을 定性的으로 把握 한다는 것이다 그것은 現在의 우리들의 知識과 流出 system 이 對象으로 하고 있는 實際的인 물問題의 目的에 따라서 model 의 精度와 判斷에 많은 基準이 있기 때문이다. 第2의 目的은 目的別로 限定된 特定 system 의 定量的研究인 것이다 그러기 爲해서 水工目的에 適應하는 system 의 表現이 必要하게 된다. 그리고 第 3 의 目的은 model 의 解析方法인 것이다.

한편 system model 에 要求되는 基本的인 條件은 固定的이 아니고 柔軟하다는것과 個別的인 것이 아니고 普遍的이어야 하다는 것의 두가지이다.

現在의 model 은 大別하여 解析的 model 과 parametric model 로 分類 할 수 있다고 하겠다. 그리고 解析的 model 은 system 의 純數學的表現이고 線型 system 과 非線型 system 理論으로 分類된다.

A. 線型 System 理論***

流出의 system 을 線型時間不變이라假定하고——Sherman 의 單位圖法의 假定과 같다——降水와 流量의 對應을 impulse 應答 또는 單波數應答으로 表現한다. 이와 같은 model 은 線型時間不變 system 에 關한 數學論이 確立되어 있으므로 表現으로서 簡潔해서 좋다. 그러나

現實의 system 은 非線型要素를 갖고 또 반드시 時間不變이 아니다. 따라서 線型時間不變의 假定이 近似的으로 不成立時는 實際的意義가 없게 된다.

B. 非線型 System 理論****

Wiener 의 非線型解析理論을 使用한것으로서 system 을 非線型積分方程式으로 表現한 것이다. 理論的으로 現在의 system 에 가깝다. 單只 現在 實際的인 流出解析法으로 適用하기에는 매우 困難한것 같다.

C. Parametric model 또는 parametr 最適法*****

우선 system 의 1 次的 또는 概括的 model (over-all model)을 몇個의 system parameter 를 미리만들어 넣어 가며 作成한다. 그러면서 計算機에 依하여 實際의 流量記錄과 計算結果가 어떤 許容限界內에 들어 갈때까지 되풀이 計算을 하여 system parameter 의 값을 決定 해 간다는 方法이다. 이것은 部分 system 의 機構든가 그의 相互關係를 充分히 알必要가 없기때문에 現實的으로 有力한 方法의 하나라도 말 할수 있다. 그러나 本質的인 缺點으로서 流出 system 의 物理的法則을 알 수 없고 또 미리 選擇하는 parameter 의 意義와 數에 問題가 있다. 더욱이 多量의 實測資料를 必要로 한다 여기에 屬하는것에 流出函數法, Tank model 法, 貯溜函數法等을 들수 있다.

以上 抽象的으로 流出 system 理論에 對한 潮流를 言及했으나 實際로 이를 알어 보기 爲해서 解析的 流出의 model 의 例로서 單位圖法을, 그리고 parametric 流出 model 로서 日本의 木村 (Kimura)氏의 貯溜函數法과 菅原 (Sugahara)氏의 Tank model 에 關해서 考察키로 한다.

4. Unit Hydrograph (單位圖)

單位圖의 생각方法은 既述한것처럼 1932 年 L. K. Sherman 이 美國의 Engineering News Record 誌에 發表하고 나서 注目 받고 硏究 開發되어 온 方法이다. 이 方法의 主要部는 다음의 두가지이다 (i) 有効雨量 $r_e(t)$ 의算出 (ii) $q(t)=\int_0^\infty u(\tau)r_e(t-\tau)dz$ ···············(1)

有効雨量 r_e 라 하는것은 表面流出되는 雨量을 말하고 있다. 이 有効雨量이 求해지면 第 2 의 것을 計算한다. (1)式의 뜻은「現在의 流出流量은 過去의 有効雨量에 어떤 係數 (몇일前인가에 따라 變化한다」를 곱해서 合算한것이다」이며 그 一聯의 係數는 單位의 有効雨量에 依하여 생기는 流出의 波形과 同一하다는데에서 單位圖라고 불리우게 된것같다. (1)의 積分形은 Convolution Integral 로서 널리 알려진 型式이다. 이 關係는 雨量→流出이라는 關係뿐 아니라 機械系든가 電氣系에서도 適用된다. 外部로 부터의 힘 (主로 振動하는 힘이든가 impulse 等)이 加해질때 어떻게 機械系가 影響을 주며 電氣系에 電流가 흐르는가를 表示하는 式이다.

(1) 式을 合의 形態로 다시쓰면

$q(t)=\sum_{\tau=0}^{\infty}u(t)r_e(t-\tau)$ 가 된다

即 $q(t)=u(0)r_e(t)+u(t)r_e(t-1)+u(z)r_e(t-z)+\cdots$ 이와같은 곱의합의 形은 쉽게 답을 求할수 있다는 것이 單位圖의 長點이다. 萬若 $t=t_0$ 만큼 單位의 有効雨量이 나렸다하면

$$q(t_0)=u(0)$$
$$q(t_0+1)=u(1)$$
$$q(t_0+z)=u(z)$$

라고 나타나는 流量 q 는 單位圖와 같게 된다.

一般으로 有効雨量의 data 와 流出 data 가 함께 $t=1$ 부터 始作한다고 하자, 합의形으로 쓰면

$$q(1)=u(0)r_e(1)$$
$$q(2)=u(0)r_e(2)+u(1)r_e(1)$$
$$q(3)=u(0)r_e(3)+u(1)r_e(2)+u(2)r_e(1)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

가되므로 第 1 式에서 $u(0)$을 求하고 그것을 第 2 의 式에 代入하고 未知數는 $u(1)$ 만으로 되어 이것을 求한다 나아가서 第 3 의 式에 $u(0)$, $u(1)$을 代入하면 未知數는 $u(2)$ 만이 되어 그것을 求한다. 이와같이 차례차례 u 를 求해가는 方法이다. 一般的으로는 多元一次의 聯立方程式을 푸는 方法이다 그러나 이것은 誤差가 들어가면 뻴수 없는 惡影響을 준다. 이러한 缺點을 없애기 위해서 最小自動法을 쓸수가 있다.

$$E=\sum_{t=-\infty}^{\infty}\left(q(t)-\sum_{\tau=0}^{\infty}u(\tau)r(t-\tau)\right)^2$$

라고 놓고 E 를 最小로 하는 u 를 求하면 될것이다 即 $\frac{\partial u}{\partial t}=0$ 라는 條件을 집어 넣으면

$$\sum_{t=-\infty}^{\infty}q(t)r(t-\tau')=\sum_{\tau=0}^{\infty}u(\tau)\sum_{t=-\infty}^{\infty}r(t-\tau)r(t-\tau')$$

$$\tau'=0,\ 1,\ 2,\cdots\cdots\cdots\cdots$$

이式의 左邊은 q 와 r 와의 相互關係函數, 右邊은 r 의 自己相關函數로 되어 있다. 이것으로 부터 random 의 誤差는 지워지지만 解의 振動은 避할수 없을때가 있다.

이點을 改良하기 위해서 線型計劃法에서 使用되는 slux 變數를 導入하고 그것을 十側부터 極小로 하고저 하는 試圖도 發表되어 있다.

좀더 理論的인 方法으로서는 (1)式의 兩邊에 *Fourie* 變換을 加하여

$Q(w)=U(w)R(w)$라는 關係를 誘導한다. 이때

$$Q(w)=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty q(t)e^{-jwt}dt$$

$$U(w)=\int_0^\infty u(\tau)e^{-jw\tau}d\tau$$

$$R(w)=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty r_e(t)e^{-jwt}dt$$ 이다.

이것은 w의 函數로서 求하고 있으므로

$$U(w)=Q(w)/R(w)$$

$U(w)$를 求할수가 있다. 이 $U(w)$에 逆變換을 해서 $u(\tau)$를 求한다. 式에서는 簡單하지만 實際의 計算은 電子計算機를 써야 되므로 그다지 現實的이라고는 할수 없다.

그래도 單位圖의 長點은 計算이 單純하다는 點이다 그러나 線型性이라는데 盲點이 있다 即 有効雨量이 2倍가 되면 流出量도 2倍가 된다는 것은 實際와 符合이 안될것이다.

5. 貯溜函數法

本方法은 1961年 日本의 木村俊晃(當時 建設省土木研究所水文硏究室長)에 依하여 提案된것이다. 이 方法은 流出現象의 非線型特性을 表示하기 爲해서 降雨→流出의 變換過程에 「流域貯溜」의 過程을 導入하고 이것을 媒介函數로하여 貯溜量~流出量의 關係를 關係式으로 表示하고 貯溜量의 물收支를 計算하여 이것부터 流出 Hydrograph를 求하고저 하는 計算法이다.

貯溜函數는 洪水流出이 表面流로하여 Manning의 流量式으로 부터, 流域 또는 河道의 貯溜量 S를 그流出量 Q의 指數型函數

$$S_l=KQ_e^p \tag{2}$$

(K, p : 流域 또는 河道에 따르는 定數)

로 表示하여 運動方程式으로 하고 또한 이것을 連續方程式

$$\frac{1}{3.6}fr_{ave}A-Q_l=\frac{dS_l}{dt} \text{〔1 流域에 對하여〕} \tag{3}$$

f : 流入係數

r_{ave} : 流域平均雨量, A : 流域面積

$Q_l(t)=Q(t+T_l)$: 遲滯時間을 考慮한 流域直接流出量

S_l : 겉보기 流域貯溜量 T_l : 遲滯時間

또는

$$\sum_{j=1}^{u}f_jI_j-Q_l=\frac{dS_l}{dt} \text{〔1 河道區間에 對하여〕} \tag{4}$$

I_j : 流入量群 (流域, 支流等으로부터 對象河道에 流入하는量, 또는 河道上流端流量)

f_j : 流入係數

$Q_l(t)=Q(t+T_l)$: 遲滯時間을 考慮한 河道下流端流量

S_l : 겉보기河道貯溜量 T_l : 遲滯時間

를 combinate하여 流域流出量과 河道洪水流를 計算할 수 있다.

(2) 式의 貯溜量 S와 流出量 Q와의 函數 (即 K와 p의 값)는 過去의 降雨流出資料로부터 簡單히 求할수가 있다. S와 Q와의 關係가 定해지면 流域降雨量 r_{ave} 또는 流入量群 I_j를 連續式에 주워 S를 媒介函數로하여 逐次 Q를 求할수가 있다.

以上이 貯溜函數에 依한 洪水流出計算法의 骨子인데 流域의 流出計算에 있어서는 더욱 有効雨量의 算定計算이 必要하고 流入係數 f를 時間的으로 變化시킨다. f는 降雨 r_{ave}에 걸리는 係數가 아니고 流域面積 A에 걸리는 係數라고 한다. 即降雨初期에는 $f=f_1$ (一次流出率이라고함)로하고 f_1 A의 面積 (流出域이라함)만이 流出이 發生한다고 보고 累加雨量 R_{sa} (飽和雨量이라함)를 넘으면 $f \fallingdotseq 1$ (飽和流出率이라고 말함)가되어 남어지 $(1-f_1)A$의 面積 (浸透域라 말함)라도 R_{sa} 以後의 降雨에 依하여 流出이 發生한다고 생각한다. 但 流出域과 浸透域와는 洪水의 끝까지 別個로 流出計算을 하고 兩域부터의 流出量의 合에 基底流量을 합한 값을 가지고 流域流出量으로 한다.

한個의 貯溜函數의 適用範圍는 流域面積에서 10~1000km², 流路延長으로서 10~100 km 이면 充分한 精度를 얻는다고 한다. 이것보다 大流域의 流出計算을 할때든가 그렇지 않으면 河川計劃等의 必要性부터 流域內를 더욱 細分해서 小流域마다의 流出量을 計算코저 할때에는 對象流域을 그것에 該當하는 流域 河道로 分割하여 各各의 構成系列에 따라 流出計算을 實施하면된다.

貯溜函數의 理論的인 根據는 다음과 같다.

A. 定常流인 境遇

洪水不定流의 貯溜函數를 풀기 前에 우선 任意河道에서 定常流의 貯溜函數를 求해보기로 한다.

對象水路에 一定流量 Q_s가 흘르는 경우를 생각하면 流下方向으로 x를 取하면 다음關係가 成立한다.

$$Q_s=A_s(x)\cdot v(x) \tag{5}$$

여기서 $A_s(x)$: 流過斷面積

$v(x)$: 平均流速

(5) 式은 微小區間 dx에 對하여

$$A_s(x)\cdot dx=\frac{Q_s}{v(x)}\cdot dx=Q_s\cdot\tau(x)\cdot dx \tag{6}$$

여기서 $\tau(x)$: $=1/v(x)$ 卽 單位距離를 流下하는데 要하는 時間

로 變形 할 수 있다 (6) 式을 對象河道의 上流流入點 i 로 부터 下流 流出點 0 까지 積分하면

$$\int_i^0 A_s(x)\cdot dx = Q_s\int_i^0 \tau(x)\cdot dx \qquad (7)$$

이다. (7) 式의 左邊은 $i\sim0$ 間의 流過斷面中의 貯溜量으로서 이것을 S_s 라 하고 한편 右邊의 $\int_i^0 \tau(x)\cdot dx$ 는 流水가 $i\sim0$ 間을 流下하는데 要하는 時間으로서 이것을 定流의 流下時間 T_s 라 하면 (7) 式은

$$S_s = T_s\cdot Q_s \qquad (8)$$

이式은 背水等의 影響을 無視한다면 定流의 流下時間 T_s 는 流量 Q_s 의 函數이므로 相異한 流量 Q_s 의 定流에 對해서는 다음과 같이 變換 할 수 있다.

$$\varphi_s(Q_s) \equiv \frac{dS_s}{dQ_s} = \frac{dT_s}{dQ_s}Q_s + T_s \qquad (8)$$

이 函數 $\varphi_s(Q_s)$는 水路의 形狀에 依한 特有한 貯溜量을 表示하는것으로서 時間의 Dimension 을 갖는다. 그런데 여기서 簡單히 하기爲해서 定流의 流下時間 T_s 를 다음式으로 주워진다고 假定한다.

$$T_s = KQ_s^{p'} \qquad (10)$$

여기서 $K,\ p'$: 定數

(10) 式을 (8) 式에 代入하면

$$S_s = KQ_s^{p} \qquad (11)$$

가 된다 但 $p=p'+1$ 이다. (11) 式이 貯溜函數이다 (9) 式에 (11) 式을 代入하면 다음關係가 얻어진다.

$$\varphi_s(Q_s) = \frac{dS_s}{dQ_s} = pKQ_s^{p'} = pT_s \qquad (12)$$

(10) 式에 있어서는 確實히 $k>0$ 이고 또 Q_s 의 增加에 따라 T_s 는 減少하므로 $p'\leqq0$ 을 얻는다. 따라서 $p\leqq1$ 이 된다 (11) 式에서 Q_s 의 增加에 따라 S_s 는 增加하므로 $p\geqq0$ 이된다. 故로

$$0\leqq p\leqq1 \qquad (13)$$

가 된다.

p 의 값에 對해서는 水路에 指數型의 平均流速公式

$$v_s = \frac{1}{n}R_s{}^m I_s{}^{1/2} \qquad (14)$$

이기서 R_s : 徑深 I_s : Energy 勾配

n : 粗度係數

m : 定數 (Manning : 2/3, Chézy : 1/2)

가 適用된다고 假定한다면 다음과 같이 된다.

$$p = \left(1 + m\cdot\frac{A_s}{A_{s'h}}\cdot\frac{R_{s'h}}{R_s} + \frac{1}{2}\frac{A_s}{A_{s'h}}\cdot\frac{I_{s'k}}{I_s}\right)^{-1} \qquad (15)$$

이기서 A_s : 通水斷面積

$A_{s'h},\ R_{s'h},\ I_{s'h}$: A_s, R_s, I_s 를 水深 h_s 로 偏微分한 값

(15) 式은 通水斷面積 A_s 가

$$A_s = b\cdot h_s{}^a \qquad (16)$$

로 表示된다. 여기서 $a,\ b$: 定數 p 의 값은 다음 表와 같이 된다.

表 　 等流水路의 p 값

a \ m	2/3 Manning	1/2 Chézy
1.0 (矩形斷面)	$\frac{3}{5}=0.600$	$\frac{2}{3}=0.667$
1.5 (拋物線斷面)	$\frac{9}{13}=0.692$	$\frac{3}{4}=0.750$
2.0 (三角形斷面)	$\frac{3}{4}=0.750$	$\frac{4}{5}=0.800$

B. 不定流의 貯溜函數

洪水는 不定流이고 流入點 i 로 부터 流出點까지 사이의 各地點에서 流量이 一定하지 않으므로 (7) 式에 該當하는 積分은

$$\int_i^0 A(x,t)dx = \int_i^0 Q(x,t)\cdot\tau(x,t)\cdot dx \quad (17)$$

라고 되는데 이式을 追跡하는것은 어려우므로 右邊을 KIMURA 氏는 다음과 같이 置換했다.

$$\int_i^0 Q(x,t)\cdot\tau(x,t)dx = \bar{Q}(t)\cdot T_s(\bar{Q}) \qquad (18)$$

여기서 $\bar{Q}(t)$: 區間 $i\sim0$ 間의 平均流量 ((18)式을 滿足하는 想定의 流量값)

$T_s(Q)$: 區間 $i\sim0$ 를 流量 $Q(t)$가 定常流로 흐른 다고 假定했을때의 流下時間

(17) 式의 左邊은 $i\sim0$ 間의 貯溜量이므로 이것을 $S(t)$로 해서 (17) 式은

$$S(t) = \bar{Q}(t)\cdot T_s(\bar{Q}) \qquad (19)$$

가 되어 定常流인 경우 (8) 式과 同形이된다 이 兩邊을 $\bar{Q}$ 로 微分하면

$$\varphi_s(\bar{Q}) \equiv \frac{dS}{d\bar{Q}} = \frac{dT_s}{d\bar{Q}}\bar{Q} + T_s \qquad (20)$$

를 얻는다.

그런데 여기서 (18) 式을 滿足하겠금 想定한 平均流量 $\bar{Q}(t)$는 $i\sim0$ 間의 어느點 인가의 流量으로서 實在할것이므로 이 點 l 에서의 流量 $Q_l(t)=\bar{Q}(t)$가 流出點 0 에 T_l 時間後에 變形하지 않고 나타난다고 하면

$$O(t+T_l) \equiv O_l(t) \qquad (21)$$

$$O_l(t) = \bar{Q}(t) \qquad (22)$$

여기서 $O(t+T_l)$: 流出點 0 의 T_l 時間後의流量

$O_l(t)$: 流量이 $\bar{Q}(t)$가되는點 l 의 流量

T_l : 지체시간

이 成立된다. 따라서 流出點 0 의 流量 O 를 알기 爲해서는 우선 T_l 를 定한後 流出點 0 까지의 流下時間이 T_l 가 되겠금된 點 l 의 流量 O_l 을 求하면 되는 셈이

다.

流出點 0의 流量 $O(t+T_l)$와 區間貯溜量 $S(t)$와는 時間이 T_l 만큼 누추워저 있으므로 이대로는 任意時刻에 있어서 連續方程式을 세울수 없다. 그래서 새로히 겉보기貯溜量 S_l를 想定해서 連續方程式을 다음과 같이 變形한다.

우선 任意時刻에서 區間 $i\sim0$의 連續關係는

$$I(t)-O(t)=\frac{dS(t)}{dt} \tag{23}$$

여기서 I: 流入點 i에서의 流量

O: 流出點 0에서의 流量

S: 區間 $i\sim0$의 貯溜量

로 이것을 變形하면

$$I-O=\frac{dS}{dO_l}\cdot\frac{dO_l}{dt} \tag{24}$$

가된다 遲滯時間 T_l는 O의 時間的變化에 比하면 微小하므로 (21) 式부터

$$O(t)\fallingdotseq O_l(t)-T_l\frac{dO_l}{dt} \tag{25}$$

라고 近似시켜 (24) 式에 代入하여

$$I-O_l=\left(\frac{dS}{dO_l}-T_l\right)\cdot\frac{dO_l}{dt} \tag{26}$$

가 된다 지금 겉보기 貯溜量 S_l를

$$\frac{dS_l}{dO_l}=\frac{dS}{dO_l}-T_l \tag{27}$$

를 滿足하겠금 定하면 (26) 式은

$$I-O_l=\frac{dS_l}{dO_l}\cdot\frac{dO_l}{dt}=\frac{dS_l}{dt} \tag{28}$$

가 된다. 이式이 流入量 I 및 流出量 O_l에 關한 連續方程式에 지나지 않는다.

여기서 S_l는 具體的으로는 流入點 i와 「流出量 0까지의 流下時間이 T_l가 되는 點 l」와의 사이의 貯溜量을 表示하고 있다. 그런데 區間 $i\sim0$의 貯溜量 $S(t)$에 對하여 不定流 (19) 式과 定常流의 (8) 式과는 同形이므로 不定流인 경우에도 流量 Q와 區間 $i\sim0$의 貯溜量 S와의 사이에 定常流와 같은關係 ((10)~(12)式)가 存在할 것이다. 여기서 $\bar{Q}=O_l$ 이므로 (27)式의 右邊 第1項은 (12) 式과 마찬가지로

$$\frac{dS}{dO_l}=\varphi_s(O_l)=pKO_l^{p'} \tag{29}$$

가 된다. (27) 式의 左邊을 $\varphi(O_l)$라고 놓으면

$$\varphi(O_l)=\varphi_s(O_l)-T_l \tag{30}$$

$$\therefore \frac{dS_l}{dO_l}=pKO_l^{p'}-T_l$$

$$\therefore S_l=\int(pKO_l^{p'}-T_l)dO_l=KO_l^p-T_lO_l \tag{31}$$

實際河川에서는 (30) 式의 右邊은 $\varphi_s\gg T_l$이고 따라서 (31) 式을 간편히 하기 爲해새로운 K, p를 定해서

$$S_l=KO_l^p \tag{32}$$

로 表示할때가 많다. 이 (31) 또는 (32) 式이 洪水流의 貯溜函數이다.

C. 平均流入係數 f의 計算

(4) 式의 f는 다음 方法에 依해서 求한다 (3) 式의 f에 對하여도 以下의 I를 $(1/3.6)r_{ave}A$로 置換한것과 마찬가지다. $j=1$로 하면

$$fI-Q_l=\frac{dS_l}{dt} \tag{33}$$

지금 f를 1 洪水에 대한 平均流入係數라고 생각할때 이式을 適當한 時刻 t_1으로 부터 t_2까지 $f=\text{const.}$라 놓고 積分하면

$$f\int_{t_1}^{t_2}Idt-\int_{t_1}^{t_2}Q_ldt=S_{l,2}-S_{l,1} \tag{34}$$

여기서 $S_{l,1}$: 時刻 t_1에서의 S_l

$S_{l,2}$: 時刻 t_2에서의 S_l

그런데 S_l는 Q_l의 1 價函數이므로 時刻 t_1과 t_2를 Q_l가 같은 $(Q_{l,1}=Q_{l,2})$ 곳을 選定하면 다음關係가 된다.

$$S_{l,1}=S_{l,2} \tag{35}$$

따라서 이것을 (34) 式에 代入하면

$$f=\int_{t_1}^{t_2}Q_ldt\Big/\int_{t_1}^{t_2}Idt \tag{36}$$

以上과 같이 하여 定數를 決定해 나가는데 定數의 決定에 있어 T_l와 f는 同時에 決定하기는 어렵다. 一般的으로 우선 T_l를 가정하여 f를 計算하여 그것부터 貯溜量曲線을 求한다. 그 曲線의 loop 狀態로 부터 T_l의 가정을 다시하여 또 다시 貯溜曲線을 다시計算해서 求하고 T_l가정치의 適否를 判斷한다. 이리하여 最終的으로 貯溜曲線이 가장 一價函數에 近似된 條件의 f, T_l 및 그條件에서의 貯溜量曲線을 求하는 셈이다.

以上의 試算의 結果 貯溜量曲線이 定해지면 그 平均曲線을 (32) 式의 形으로 整理하여 몇個의 洪水에 對한것을 겹쳐서 平均直線을 그어 K, p의 값을 推定하게 된다.

다음에 流量推算地點의 定數가 決定되면 雨量으로부터 流出量計算을 할수있는데 손으로 計算할때에는 圖解法이 便利하다.

(33) 式을 階差式으로 고치기 爲해서 時刻 t_1, t_2에서 諸量을 다음과 같이 定한다.

時刻	流域平均雨量强度 또는 流入量	流出量	貯溜量
	(mm/hr)	(mm/hr)	(mm)
t_1	r_{ave}	Q_{l1}	S_{l1}
t_2	(I)	Q_{l2}	S_{l2}

(32) 式은

$$f \cdot r_{ave} - \frac{Q_{l1}+Q_{l2}}{2} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_{l2}}{\Delta t} - \frac{S_{l1}}{\Delta t} \qquad (37)$$

이것을 變形하면

$$\underbrace{f \cdot r_{ave}}_{①} + \underbrace{\frac{S_{l1}}{\Delta t} - \frac{Q_{l1}}{2}}_{②} = \underbrace{\frac{S_{l2}}{\Delta t} + \frac{Q_{l2}}{2}}_{③}$$

여기서 ① : $t_1 - t_2$ 間의 平均有効雨量强度

② : $t=t_1$에서 $Q_l=Q_{l1}$에 對한 $\frac{S_l}{\Delta t} - \frac{Q_l}{2}$ 의 값

③ : $t=t_2$에서 $Q_1=Q_{l2}$에 對한 $\frac{S_l}{\Delta t} + \frac{Q_l}{2}$ 의 값

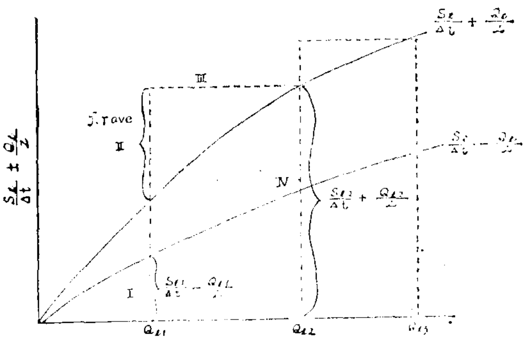

Fig 1. 圖式計算解說圖

따라서 Fig. 1에 表示한것 처럼 미리 $Q_l \sim \frac{S_l}{\Delta t} - \frac{Q_l}{2}$ 및 $Q_l \sim \frac{S_l}{\Delta t} + \frac{Q_l}{2}$의 2個의 曲線을 그려 놓고 Q_1의 初期値 Q_{l1}가 附與되면 Q_{l2}가 나아가서 Q_{l2}를 基底로 Q_{l3}가 順次的 流出量으로 求해진다. Ⅰ～Ⅵ는 圖解의 順序이다 이와같이 하여 Q_l의 Hydrograph가 計算되면 求하고저하는 流出量 Q는 $T_l>0$인 경우

$$Q(t) = Q_l(t-T_l) \qquad (38)$$

이를 流出量 (m³/sec) 單位로 換算하려면

$$Q = \frac{A}{3.6} \cdot Q(t) \qquad (39)$$

이다.

여기서 A는 流域面積 km² 이다.

6. Tank Model

Tank Model은 流域을 몇個의 Tank로 置換해서 생각하는 流出計算法이다. 例를 들어 Fig. 2와 같은 모델에서 說明하면 비 $r(t)$가 時時刻刻주워지고 이것은 Tank의 水位를 더 해 간다. 한편 밑구멍부터는 流出 $q(t)$가 있는데 이것은 그때의 水深 $h(t)$에 比例해서 計

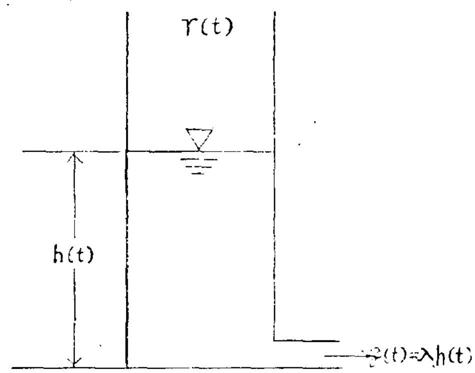

Fig 2. 單純한 Tank model

算된다고 한다.

即 $q(t)=\lambda h(t)$……(40)　(40) 式에서 q를 mm/hr, h를 mm로 表示하면 λ는 1/hr라는 單位를 갖는다.

萬若에 비가 없다고 假定하면 水位變化는 流量과 같으므로

$$\frac{dh}{dt} = -q \qquad (41)$$

라고 놓고 (40) (41)을 聯立해서 풀어

$$q = q_0 e^{-\lambda t} \qquad (42)$$

가 된다. 即 流出의 低減部는 指數函數的으로 주는 것을 意味한다. 그래서 λ가 클수록 빨리 低減하게 된다. 例를들어 $\lambda=0.1$(1/hr)라 하면 처음 30 mm Tank 中에 고여 있는 경우 流出高는 $q=30\times0.1=3$ mm/hr 따라서 탱크속에는 다음時間에는 $27-2.7=24.3$ mm가 된다. 萬若에 10 mm/hr의 비가 왔다면 탱크속에 $24.3+10=34.3$ mm 가되니까 다음 時刻의 流出高는 $q=34.3\times0.1=3.43$ mm/hr가 된다.

損失雨量은 表示할 때에는 Fig 2. 의 구멍을 어떤 높이까지 流出이 안되도록 中間에 뚫은 것으로도 생각 할 수 있으나 Tank 밑바닥에 적은 구멍을 뚫은 것으로 보는것이 普通이고 一旦 나간물이 아주 없어지면 困難하므로 低水流量을 推定 할 때에는 地下水의 것으로 보고 下部에 Tank를 또 놓고 再次 Tank model을 適用해서 計算 한다. 이와 같이 Tank를 直列로 羅列 하므로서 Time lag와 流量 peak의 減少와 損失을 表示할 수 있다. 洪水때는 위 部分에 λ가 큰 구멍을 設置하면 된다.

이 Tank model의 長點은 高水流出로 부터 低水流出까지 統一된 model로 表現할 수 있는 것이다. 普通은 直列로 4段程度 tank를 羅列 하면 된다. 또한 長點의 2는 計算은 加減과 곱셈만으로 할 수 있다는 것이

다. 그러나 反面 그 流域의 model 을 發見 할 때까지 몇번이고 試算한다는 缺點을 갖고 있다.

7. 여러가지 流出 Model 의 比較

A. 指數函數型의 單位圖와 Tank Model

前述의 (40) (41) (42)에 表示한 것 처럼 Tank Model 關係式에서 $t=0$ 에서 瞬間的으로 單位의降雨가 있다고 하면

$$全流量=\int_0^\infty q\,dt=1 \text{ 라는 條件에서}$$

$$q=\lambda e^{-\alpha t} \tag{43}$$

라고 잘 알려진 指數形으로 減衰되는 流出波形을 表示한다.

萬若에 비 $r(t)$가 Tank 속에 내렸다면 (41) 式은

$$r-q=\frac{dh}{dt} \tag{44}$$

가 되어 그解는

$$q(t)=\int_0^\infty r(t-\tau)\lambda e^{-\alpha\tau}d\tau \tag{45}$$

가 된다.

한편 單位圖 $u(t)$는 單位雨量에 對한 流出의 波形을 表示하고 있다. 任意의 비를 $r(t)$라 할때 τ時間前의 雨量 $r(t-\tau)$에 $u(t)$라는 weight 를 곱해서 여러가지 τ 에 對하여 加算한것이 流出 $q(t)$가 되는 셈이므로

$$q(t)=\int_0^\infty r(t-\tau)u(\tau)d\tau \tag{46}$$

다는 形이 된다. (45)와 (46)式을 比較 할때

$$u(\tau)=\lambda e^{-\lambda\tau} \tag{47}$$

라고 놓는다면 똑 같은 式이 되고 만다 따라서 單位圖와 類似한 點을 볼수있다는 것을 알게 된다.

B. Tank Model 과 貯溜函數

貯溜函數라는 것은 要約해보면 流出量 q 와 流域의 貯溜量 s 와의 사이에

$$S=Kq^p \tag{48}$$

다는 생각을 導入하고 또 하나 連續式으로서

$$r-q=\frac{ds}{dt} \tag{49}$$

가 成立한다. (49) 式은 (44) 式과 같은 것이라고 할수 있다. 萬若에 $p=1$ 라고 놓으면 (48) 式은 (40)도 같이 되고 貯溜函數도 單位圖도 Tank model 도 똑 같게 된다. 流出의 減衰를 semi-log 紙에서 直線에 近似시키고 있는것은 그러한데 起因한것이다.

그런데 一般으로 p 는 既述한바와 같이 1이 안된다. 既述한바와 같이 經驗的理論的으로는 0.6～0.8 가 되므로 여기에 差異가 있다. 即 여기에 差異가 있다면 貯溜函數法으로 求한 $s\sim q$ 는 어떤 曲線을 呈示하는데 反하여 Tank model 에서는 $h\sim q$ 가 折線으로 構成하는 直線으로 表示 된다는 差가 있다.

8. 結　　論

以上의 여러가지 觀點에 선 流出機構의 硏究에서 다음과 같이 要約 할 수 있다.

A. Sherman 의 提案以後 流出解析 特히 洪水流出解析法으로서 單位圖가 널리 쓰여지게 되었다. 그後 單位圖法的 槪念에서서 3個의 方向으로 解析法이 區分되게 되었다. 그 하나는 線型假定에 基因한 Nash 든가 Dooge 의 純數學的表現 (瞬間單位圖)이고 또 하나는 單位圖의 形狀을 解析的으로 表現코저 하는 Edson 等의 流出函數法이고 남어지 또 하나는 Sherman 의 思想 即 降雨와 流出量의 實測記錄에서 對象流域의 單位圖를 求하고저 하는것이다. 流出現象에 對하여 本質的인 知識을 준것은 第3의 方法이고 그것은 流出現象의 非線型性을 實證하고 雨量階級마다 單位圖를 바꿔야 한다는 것이다.

이러한 事實은 美國工兵隊에依한 硏究 Misshall 의 試驗流域에서의 硏究結果에서 나타났으며 最近의 流出現象의 非線型解析의 先驅的硏究로서 높이 評價되고 있다.

B. 短期間流出로서의 實際的解析法은 比較的最近에 나타난 parameter 最適化法을 들수 있다. 旣述한바와 같이 流出 model 을 몇個의 parameter 를 만들어넣어서 Computer 에 依해서 反覆計算을 하여 그값을 決定 하자는 것이다 그것의 좋은 例가 Sugahara 의 Tank model 法이라 할수 있다. 最近 Crawford 等이, O'Donnel 의 硏究等은 parameter 의 選擇과 그意義에 對하여 어느 程度 關心을 갖고 있으며 Computer 驅使의 特증도 들고 있다. 또한 이方式에 類似한것이 Kimura 의 貯溜函數法이다. 그런데 이方法의 若于 問題가 있는데 貯溜量과 流量을 1對1 對應의 假定에 問題가 있을것이고 또 實際的인 面에서 流入係數 f 를 決定하는 方法, f 값이 peak 流量에 크게 影響된다는 것等의 硏究課題가 있다고는 하나 그래도 流出의 非線型性을 理論的으로 잘 取하고 있는 點은 大端히 높이 評價하여야 하며 Muskingum 의 方法보다 優位의 流出解析法이라고 할수 있다.

以上 實際的인 面에서 아직 不完全하고 普遍性이라는 點에서는 좀더 事象의 基本理念을 具體的으로 把握되리라고 본다.

〔註〕

* Parametric Hydrology Group ; 어떤 水文學的現象을 定數化시키도록 實測値를 많이 꽂아서 定數를 求하는것을 硏究하는 團體를 뜻한다.

** Stochastic Hydrology Group : 水文學에서의 모든 現象은 不確定한 現象이고 그 어느 境遇가 實現하는가를 미리 確定的으로 알수가 없는것이다. 이와 같은 確率的으로 推理하는 水文學을 硏究코저하는 團體를 뜻한다.

*** 線型 System 理論으로서는

1) Nash, J. E: The Form of the Instantanous unit Hydrograph, Intern. Assoc. Sei. Hydrology, Pub. 45, Vol., 1957.
2) Dooge, J.C.I.: A General Theory of the Unit Hydrograph, J. Geophys, Res., Vol. 64, No.1, 1959.
3) Eagleson, P.S. : Flood Forecasting Networks, 日本土木學會關西支部에서의 講演, 1967. 6. 14.

**** 非線型 System 理論에서는

1) Amococho, J., and G. T. Orlob : Nonlinear Analysis of Hydrologic Systems, Univ Calif. Water Resources Center, Ceritribution No. 40, 1961.
2) Jacoby, S.L. &. ; A Mathematical Model for Nonlinear Hydrologic Systems. J. Geophys. Res., Vol. 71, No. 20, 1966.

***** Parametric model 또는 parameter 最適法에서는

1) David, R. D., and T. O'Donnel : Mathematical Models of Catchment Behavior, J. Hy. 4, Proc, ASCE, 1965.
2) Gert, A. S. : Digital computer solutions for flood hydrograph prediction from rainfall Data UNESCO, LIBR. Vol. 2, 1970.

우리는 60년대에 구축해 놓은 기반을 발판으로 해서 80년대의 대응비를 기약하는 굳은 결의를 가다듬어야 한다.

1973. 4. 17.

(전국경제인대회 대통령치사문에서)