瞬間加熱된 Strip 의 過渡的熱應力解析

朴 鍾 殷 · 金 曉 哲*

Thermal Stress Analysis in the Vicinity of Butt Welded Joint of a Strip

by
J. E. Park, H. Kim

Abstract

In this paper, it is desired to show a simplified analytic method in estimating the thermal stresses in the heat affected zone of butt welded joint.

A finite strip as shown in Fig. 1 is taken as a analytical model for stress analysis.

Expressing the temperature distributions by Fourier series, the thermal stresses are obtained.

From the numerical sample calculation, the following results can be obtained.

(1) Thermal stresses can be estimated by the sujested method.

(2) The stress component, which is parallel to the weld direction is the largest stress component in major part of the strip.

(3) In obtaining a stress component for the engineering purpose, length of the strip can be treated as five times of the thickness with same degree of convergency.

記 號

T :	溫 度	c :	比 熱
t :	時 間	ρ :	密 度
x, y:	任意點의 座標	q :	平面狀熱量
α :	熱膨脹係數	$k=\frac{\lambda}{c\rho}$:	溫度擴散率
E :	彈性係數	λ :	熱傳達率

1. 緒 言

冷間壓接을 除外하고는, 現在 우리가 使用하고 있는 熔接法은 全部 熱을 利用하고 있다.

따라서 熔接過程中에는 急激한 加熱 및 冷却으로 因하여 局部的 熱應力이 發生하게 된다. 이러한 熱應力은 高溫龜裂 및 低溫龜裂을 일으키는 直接的인 原因이 될 뿐 아니라 冷却後의 殘留應力의 原因도 된다. 殘留應力은 構造物의 豫期치 못한 破損을 갖어오며 熱應力으로 因한 殘留變形은 工作 및 使用에 許多한 問題를 일으키게 된다.

그러므로 熔接에서 熱應力 및 이에 隨伴되는 殘留應力等의 問題를 硏究함은 工學上 大端히 重要한 問題이다.

그러나 加熱이 局部的이고, 또 過渡的이라는 特性 때문에, 簡單한 假定으로 解를 얻을 수 있는 種類의 熱傳達問題 보다는 取扱하기 어려운 點이 많다. 大部分의 境遇에 熔接으로 因한 熱應力 및 殘留應力은 解析的인

接受日字 1973年 2月 28日
* 正會員, 서울大學校工科大學

方法으로 嚴密하게는 解를 求할 수 없다.

熱應力分野의 硏究中 航空分野에 있어서는 比較的 많은 硏究가 있으나[1], 熔接分野에서는 그 特異性으로 因하여 硏究가 最近에 이르러 비로소 本格化되고 있다.

S.I. Roberts 는 polaris submarine 의 missile tube 를 熔接할 때 發生하는 膨脹과 收縮에 依한 變形調節方法을 硏究發表하고 있고[2], K. Notvest 는 超張力鋼인 D6Ac 를 熔接 및 熱處理하는 過程에서 어떤 thermal cycle 에 對한 熔接部의 延性과 耐龜裂性間에 어떤 關係를 얻는등[3], 若干의 硏究發表가 있고, 日本에서도 近年에 와서 熔接熱應力을 數理的 또는 實驗的으로 硏究가 活潑해지는 傾向이며[4], 우리나라에서는 極히 最近에 이르러 이에 關한 硏究가 한 두件 發表되고 있는 程度이다.[5]

本硏究에서는 熔接에서 가장 많이 使用되는 butt 熔接의 熱應力을 解析하기 爲하여 그 첫단계로서 좁은 strip 을 butt 熔接하는 境遇를 對象으로 하였다. 이 境遇의 過渡的 溫度分布는 參考文獻[6]에서와 같이 求하여진다고 보고 이를 Fourier 級數로 展開하므로서 熱應力函數의 解를 求하였다.

2. 理論解析

熔接熱應力問題에서의 다른 여러 硏究의 境遇와 같이 工學的計算의 目的으로는 別影響을 미치지 못하는 材料의 物理的性質에 對하여는 다음과 같은 假定을 設定하였다.

(1) 比熱, 密度, 熱傳導率은 溫度에 關係없이 一定한 값을 갖이며 熱傳達率은 無視한다.

(2) 溫度分布는 一定時間에 任意 x座標에 對해서 y 軸上의 各點은 同一溫度라고 본다.

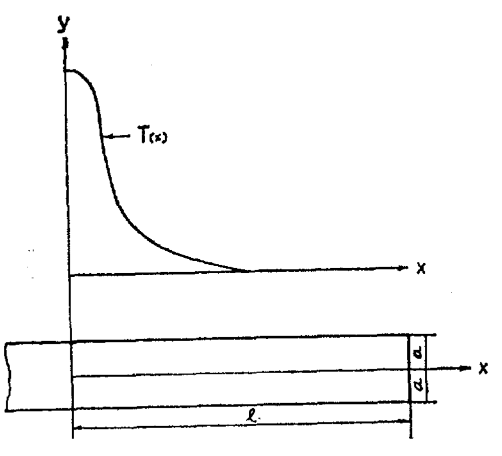

Fig. 1. Coordinate System

(3) strip 의 材質은 對象範圍에서 均質이다.

위와 같은 假定에 依하고, 熱應力函數를 ϕ 라 하면 ϕ 는 다음 (1)式의 條件을 滿足하여야 한다.[7]

$$\frac{\partial^4\phi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\phi}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\phi}{\partial y^4}=-E\alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)\cdots(1)$$

本硏究에서 熔接溫度分布는 週函數이므로 이것은 Fourier cosine 級數로 展開된다고 生覺하고 于先 그 級數의 任意의 한 項에 對한 熱應力函數를 求하여 본다.

只今 Fig. 1 에서 표시된 바와 같은 길이 l, 巾 $2a$ 되는 矩形板(단, $l \gg 2a$)에 그 길이 方向으로, 溫度分布는 다음 (2)式과 같다고 生覺한다.

$$T(x) = T_0 \cos \omega x \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$\text{단, } \omega = \frac{m\pi}{l},\ m = 1, 2, 3, \cdots$$

이러한 溫度分布에 依해서는 熱應力函數는 다음 (3)式으로 變形된다.

$$\frac{\partial^4\phi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\phi}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\phi}{\partial y^4}=E\alpha T_0\,\omega^2\cos\omega x \quad\cdots(3)$$

이 微分方程式의 特殊解를, $\phi_p = A\cos\omega x$ 라는 形으로 假定하고 이것을 (3)에 代入하여 常數 A 를 決定하면 ϕ_p 는 다음 (4)式이 된다.

$$\phi_p=\frac{E\alpha T_0}{\omega^2}\cos\omega x \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

그리고 微分方程式 (3)의 餘函數는 다음 (5)式과 같이 假定한다.

$$\phi_c=f(y)\cos\omega x\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

단, $f(y)$: y 만의 函數

그러면 ϕ 는 다음 (6)式과 같이 된다.

$$\phi=\frac{E\alpha T_0}{\omega^2}\cos\omega x+f(y)\cos\omega x \cdots\cdots\cdots(6)$$

(6)式을 (3)式에 代入하여 ϕ 를 求하면 다음 (7)式이 얻어진다.

$$\phi=\cos\omega x\left[(c_1y+c_2)e^{\omega y}+(c_3y+c_4)e^{-\omega y}+\frac{E\alpha T_0}{\omega^2}\right] \cdots\cdots(7)$$

여기서 應力分布의 對稱性과 境界條件 (8)式을 適用하여 積分常數들을 求해보면 다음 (9)式이 된다.

$y=\pm a$ 에서는

$$\sigma_y=\tau_{xy}=0\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

$$\left.\begin{aligned} c_1=-c_3&=\frac{E\alpha T_0}{2\omega}\quad\frac{\sinh\omega a}{\omega a+\sinh\omega a\cosh\omega a}\\ c_2=c_4&=-\frac{E\alpha T_0}{2\omega^2}\quad\frac{\sinh\omega a+\omega a\cosh\omega a}{\omega a+\sinh\omega a\cosh\omega a}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(9)$$

(9)式의 關係를 (7)式에 代入하여 다음과 같이 σ_x, σ_y, τ_{xy} 를 얻는다.

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_x=2E\alpha T_0\cos\omega x\times F_{1(\omega,y)}\\
&\quad 단,\ F_{1(\omega,y)}=\frac{(\omega a\cosh\omega a-\sinh\omega a)\cosh\omega y-\omega y\sinh\omega y\sinh\omega a}{2\omega a+\sinh 2\omega a}\\
&\sigma_y=-2E\alpha T_0\cos\omega x\times F_{2(\omega,y)}\\
&단,\ F_{2(\omega,y)}=\left[\frac{1}{2}+\frac{(\omega a\cosh\omega a+\sinh\omega a)\cosh\omega y-\omega y\sinh\omega y\sinh\omega a}{2\omega a+\sinh 2\omega a}\right]\\
&\tau_{xy}=2E\alpha T_0\sin\omega x\times F_{3(\omega,y)}\\
&\quad 단,\ F_{3(\omega,y)}=\frac{\omega a\cosh\omega a\sinh\omega y-\omega y\cosh\omega y\sinh\omega a}{2\omega a+\sinh 2\omega a}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(10)$$

只今 Fig. 1에 표시된 바와 같은 strip에 y 軸上에서 빠른 速度로 熔接한다고 假定하고, $2a$를 比較的 작게 잡으면 溫度分布는 x 軸方向으로 一次元的이고 그것은 다음 (11)式으로 표시된다.[6]

$$T_{(x)}=Me^{-\beta x^2}\cdots\cdots(11)$$

$$단\ M=\frac{q}{2c\rho\sqrt{\pi kt}},\quad \beta=\frac{1}{4kt}$$

이 溫度分布에 對하여, 時間을 常數로 보아 다음 (12)式과 같이 Fourier cosine 級數로 展開한다.

$$T_{(x)}=A+\sum_{m=1}^{\infty}a_m\cos\omega x\quad\cdots\cdots(12)$$

$$단\ A=\frac{1}{l}\int_0^l T_{(x)}dx$$

$$a_m=\frac{2}{l}\int_0^l T_{(x)}\cos\omega x\,dx\cdots\cdots(13)$$

여기서 A는 常數項이므로 熱應力에는 影響이 없다. a_m은 다음과 같이 求해진다. (13)式에 (11)式을 代入하면 (14)式이 얻어진다.

$$a_m=\frac{2}{l}\int_0^l Me^{-\beta x^2}\cos\omega x\,dx\cdots\cdots(14)$$

熔接入熱後 經過時間에 比해 l을 適切히 크게 잡으면, 溫度分布上으로는 x의 無限遠點과 工學的으로 同等하므로 (15)式의 公式을 利用하고,[8] M와 β의 값을 代入해서 計算하여 다음 (16)式과 같이 a_m이 求해진다.

$$\int_0^\infty e^{-\beta x^2}\cos\omega x\,dx=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}e^{-\frac{\omega^2}{4\beta}}\cdots\cdots(15)$$

$$a_m=\frac{q}{c\rho l}e^{-kt\omega^2}\cdots\cdots(16)$$

따라서 $T_{(x)}$에 依한 $\sigma_x,\sigma_y,\tau_{xy}$는 (12)式을 (10)式에 代入해서 다음 (17)式과 같이 求해진다.

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x&=\frac{2E\alpha q}{c\rho l}\sum_{m=1}^{\infty}e^{-kt\omega^2}\cos\omega x\times F_{1(\omega,y)}\\
\sigma_y&=-\frac{2E\alpha q}{c\rho l}\sum_{m=1}^{\infty}e^{-kt\omega^2}\cos\omega x\times F_{2(\omega,y)}\\
\tau_{xy}&=\frac{2E\alpha q}{c\rho l}\sum_{m=1}^{\infty}e^{-kt\omega^2}\sin\omega x\times F_{3(\omega,y)}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(17)$$

3. 數値計算

數値計算에 있어서는 이 應力函數에는 $\omega a=\left(\frac{m\pi}{l}a\right)$와 kt가 包含되어 있으므로 $\frac{a}{l}$와 kt의 값에 따라 달라진다. 따라서 本計算에서는 適切한 kt와 $\frac{a}{l}$를 하

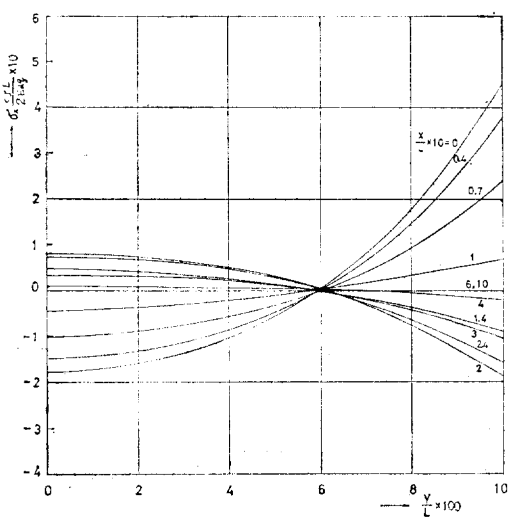

Fig. 2-1 Variations of σ_x along y coordinate

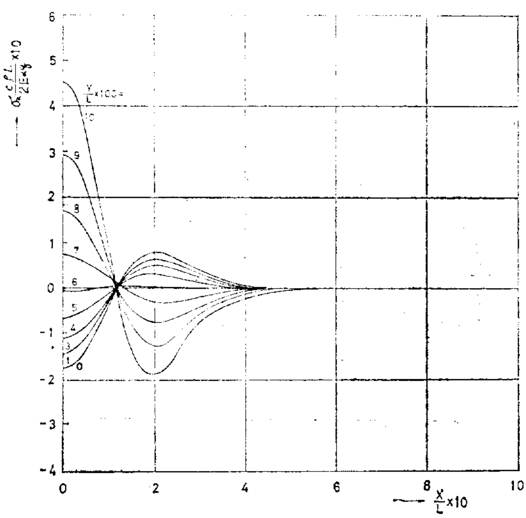

Fig. 2-2 Variations of σ_x along x coordinate

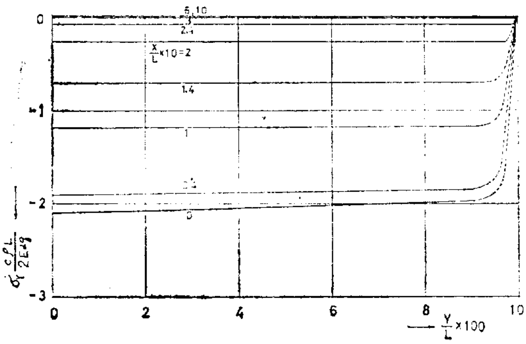

Fig. 3-1 Variations of σ_y along y coordinate

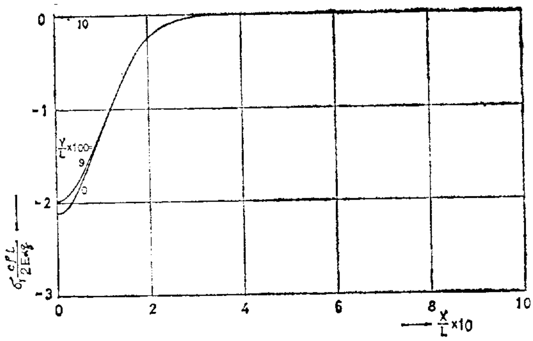

Fig. 3-2 Variations of σ_y along x coordinate

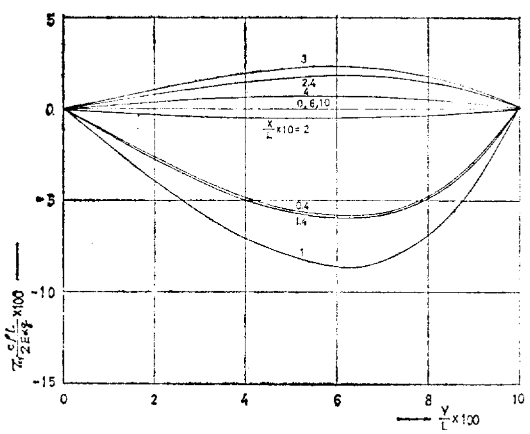

Fig. 4-1 Variations of τ_{xy} along y coordinate

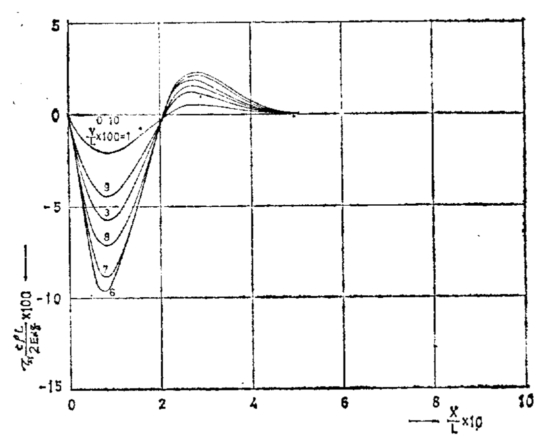

Fig. 4-2 Variations of τ_{xy} along x coordinate

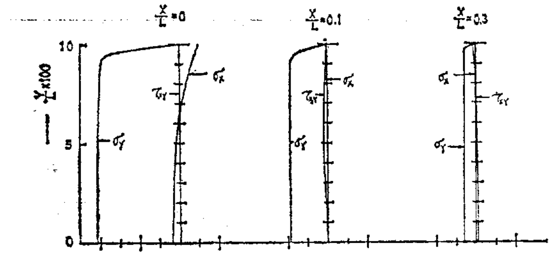

Fig. 5-1 Comparison between σ_x, σ_y, τ_{xy}(1)

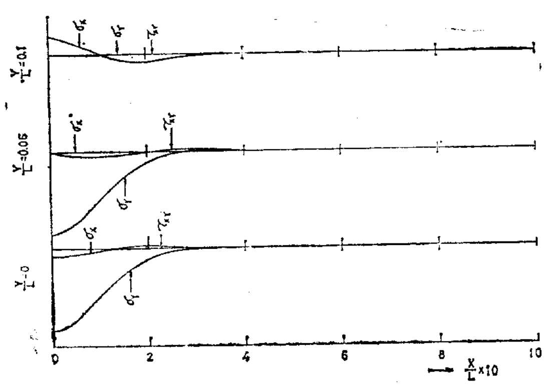

Fig. 5-2 Comparison between σ_x, σ_y, τ_{xy}(2)

나 選擇하여 使用하였다. 즉 $kt=0.005$와 $l=10$, $a=1$인 값에 對해서 計算하여 보았다.

溫度分布 $T_{(x)}$는 x의 값이 작을 때 큰 값을 取하다가 急激히 작아지고 그 後는 緩慢하게 減少하므로 收斂을 좋게 하기 위하여 m은 80項까지 取하였다. 計算에는 서울大學校 工科大學이 保有하는 IBM 1130을 利用하였다. 이 計算結果를 圖表로 表示해 보면 앞면의 Fig. 2-1에서 Fig. 5-2과 같다.

4. 檢 討

計算된 結果를 檢討해 보면 다음과 같다.

(1) σ_x: σ_x에 對한 計算結果는 Fig. 2-1과 Fig. 2-2에 표시돼있다. 이것을 보면 σ_x는 strip의 端面 (즉 $\frac{y}{l}=0.1$ 인 곳)에서는 $\frac{x}{l}=0$되는 點에서 最大引張應力이 되고 $\frac{x}{l}$의 값이 증가 하면서 漸次 減少하고, $\frac{x}{l}=0.12$ 近處에서 零이되어 引張應力은 없어진다. 이 點을 지난後도 더욱 減少하여 $\frac{x}{l}=0.2$ 附近에서 最大壓縮應力이 된 후 漸次減少하여 $\frac{x}{l}=0.5$ 近處에서 零이 되고 이 點 以後에 있어서 σ_x는 存在하지 않는다.

또 x 軸上(즉 $\frac{y}{l}=0$인 곳)에서는 $\frac{x}{l}=0$되는 點에서 最大壓縮應力이 되고 이 壓縮應力은 $\frac{x}{l}$의 값이 增加하면서 漸次減少하고 $\frac{x}{l}=0.12$ 近處에서 零이 된다. 그 以後는 引張應力이 發生하여 漸次增加하여 $\frac{x}{l}=0.2$에서 最高値에 達한 後 漸次減少하여 $\frac{x}{l}=0.5$ 近處에서 零이되고 亦是 그 點以後에 σ_x는 存在하지 않는다.

다음에는 σ_x의 y軸方向의 變化를 살펴 보기로 한다 $\frac{x}{l}=0$ 되는 y軸上에서 $\frac{y}{l}=0.1$되는 strip의 端面에서는 最大引張應力이든 것이 $\frac{y}{l}$의 값이 漸次 減少함에 따라 減少하다가 $\frac{y}{l}=0.06$ 되는 點에서 零이 되고 그 以後는 壓縮應力이 發生하여 $\frac{y}{l}$가 減少함과 더부러 增加하고 $\frac{y}{l}=0$에서 最大壓縮應力이 된다.

따라서 σ_x는 x軸方向으로는 $\frac{x}{l}=0.12$에서 引張에서 壓縮으로($\frac{y}{l}=0.06$ 보다 큰 部分), 또는 壓縮에서 引張으로 ($\frac{y}{l}=0.06$ 보다 작은 部分) 付號가 바뀐다. 그러나 $\frac{x}{l}=0.12$ 보다 큰 x의 部分에서의 壓縮應力은 $\frac{x}{l}=0.12$ 보다 작은 部分에서의 그것보다는 훨씬 작음을 알 수 있다. 또 y軸方向으로는 $\frac{y}{l}=0.06$을 境界로 하여 $\frac{y}{l}$가 漸次減少하면서 引張에서 壓縮으로 ($\frac{x}{l}=0.12$ 보다 작은 部分) 또는 壓縮에서 引張으로 ($\frac{x}{l}=0.12$ 보다 큰 部分) 付號가 바뀐다.

(2) σ_y: σ_y에 對한 計算結果는 Fig. 3-1과 Fig. 3-2에 표시되어 있다. σ_y도 亦是 $\frac{x}{l}=0$에서 最高壓縮應力을 表示하다가 $\frac{x}{l}$의 增加에 따라 漸次減少하여 $\frac{x}{l}=0.5$ 近處에서 零이 된다. σ_y의 x軸方向으로의 變化狀態는 $T_{(x)}$의 變化狀態와 恰似하다. 또 σ_y는 y軸方向으로는 別變化가 없는데 이것은 strip의 巾이 좁아서 같은 x의 位置에서는 等溫이기 때문이라고 보여진다.

σ_y의 값은 恒常 負의 값으로서 언제나 壓縮應力임을 나타내고 있다. 이것은 高溫部의 熱膨脹을 低溫部가 抑制하기 때문이다.

(3) τ_{xy}: τ_{xy}에 對한 計算結果는 Fig. 4-1와 Fig. 4-2에 표시돼있다. τ_{xy}의 값은 $\frac{y}{l}=0.1$, $\frac{y}{l}=0$, $\frac{x}{l}=0$ 되는 點에서 다같이 零이다.

τ_{xy}의 x軸方向으로의 變化를 檢討하면, 다음과 같다. $\frac{x}{l}=0$ 에서부터 $\frac{x}{l}$의 값이 增加함에 따라 負의 값으로서 急激히 減少하여 $\frac{x}{l}=0.08$에서 最小가 되고 漸次增加하여 $\frac{x}{l}=0.2$ 近處에서 零이된다. 그 以後에도 $\frac{x}{l}$의 增加와 더부러 正의 값으로서 增加하여 $\frac{x}{l}=0.26$ 近處에서 正의 最高値를 取하고 다시 減少하여 零이 되고 ($\frac{x}{l}=0.5$ 附近) 그 以後는 存在하지 않는다. y軸方向으로 考察해보면, $\frac{y}{l}=0.1$ 되는 strip의 端面에서 $\frac{y}{l}$가 減少함에 따라 急激히 減少하여 $\frac{y}{l}=0.06$ 附近에서 最小가 되었다가 漸次增加하여 $\frac{y}{l}=0$ 에서 零이 된다. 이것은 $\frac{x}{l}=0.2$ 보다 작은 x의 範圍에서이고 $\frac{x}{l}=0.2$ 보다 큰 x의 部分에서는 이것과 反對가 된다. 그러나 그 값은 前者範圍보다 훨씬작다.

이러한 熱應力의 變化는 $T_{(x)}$로서 표시되는 溫度分布의 特性때문이다. 즉 이 $T_{(x)}$에 依해서 高溫部에서는 大端히 溫度가 높아서 膨脹이 極히 큰 값을 갖다가 갑자기 溫度가 降下하고 그다음은 緩慢한 溫度分布를 이루기 때문이다.

(4) $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$의 比較: $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$를 比較해 보니 가장 큰 것은 σ_y이고, 가장 작은 것은 τ_{xy}이다. 그 比率은 Fig. 5-1과 Fig. 5-2에 잘 표시되있다.

熱應力들은 溫度가 가장 높은 곳에서, 또 가장 높은 時期에 가장 큰 σ_x, σ_y가 發生하고, τ_{xy}는 그렇치는 않고 σ_x의 付號가 바뀌는 곳에서 가장 크다는 것이 나타나고 있다.

5. 結　論

上記한 바를 綜合하여 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

(1) 溫度分布를 Fourier 級數로 展開하므로서 熔接熱應力을 計算할 수 있다.

(2) 計算例에 依하면 熔接線方向의 熱應力이 가장 크다.

(3) 工學的目的의 計算에 있어서는 境界條件으로서 l을 두께의 5倍程度까지 작게 取할 수 있다.

後　記

本硏究에 있어서 많은 助言을 해주신 學內의 여러 敎授님들에게 謝意를 表하는 바이다.

參 考 文 獻

[1] B.E. Gatewood, "*Thermal Stresses*", McGraw-Hill Book Company, Inc. 1957.

[2] S.I. Roberts, "A Thermal Expansion Study", *Welding Journal*, p.661-665, 1966.

[3] K. Notvest, "Effect of Thermal Cycles in Welding D6Ac Steel", *Welding Journal R.S.*, p.173-177, 1966.

[4] 日本熔接學會, "日本における熔接の展望" p.43, 日本熔接學會誌, "第41卷, 第5號, 1972.

[5] 金在瑾, 金曉哲, "알루미늄合金의 抵抗熔接에 따른 熱應力 및 殘留應力의 解析," 大韓造船學會誌, 第9卷, 第2號, 1972.

[6] 朴鍾殷, "瞬間아아크熔接熱에 依한 母材內의 一次元的溫度分布," 大韓造船學會誌, 第9卷, 第2號, 1972.

[7] 渡邊正規, 佐藤邦彦, "熔接力學とその應用," p.246, 朝倉書店, 1965.

[8] スミルノフ, "高等數學教程," 第3卷, p.245, 共立出版株式會社, 1966.