

彈性表面波의 溫度特性

(Temperature Characteristics of Elastic Surface Wave)

金 宗 相*

(Kim, Chong Sang)

要 約

壓電結晶 LiNbO_3 와 LiTaO_3 의 로테이트 Y 컷트, X 傳搬의 彈性表面波(Rayleigh 表面波)의 位相速度 및 遲延時間의 溫度係數를 數值解析方法에 依해서 計算하였으며 LiNbO_3 130° 로테이트 Y 컷트, X 傳搬의 彈性表面波의 溫度係數를 液體 He 의 溫度로부터 室溫까지 測定하였다. 이 遲延時間의 溫度係數의 實驗值 $70 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 는 計算值 $72.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 와 잘 一致함을 確認하였다.

또한 LiNbO_3 130° 로테이트 Y 컷트, X 傳搬의 彈性表面波의 遲延時間의 溫度係數는 液體 He 溫度近處에서 約 $16 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 로 작아짐을 알았다.

Abstract

Calculations of the temperature coefficients of the elastic surface wave velocity and delay time were performed for the propagation along the X axis of rotated Y cut plane of the LiNbO_3 and LiTaO_3 . Measurements of the temperature dependence of delay time of the elastic surface wave were also performed for the propagation along the X axis of a 130° rotated Y cut plane of the LiNbO_3 at the temperature range from liquid He to room temperature. Experimental value $70 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ of the temperature coefficient of the delay time of the elastic surface wave agrees well with the calculated value $72.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$. The temperature coefficient of delay time of elastic surface wave propagating along the X axis of a 130° rotated Y cut plane of the LiNbO_3 is approximately $16 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ at the near temperature of liquid He.

I. 序 論

自由空間에서 電磁波의 速度는 壓電物質위의 彈性表面波의 速度에 比하여 같은 周波數에서 約 10^5 倍 크므로 彈性表面波의 波長은 約 10^5 分の 1 로 작아진다. 이러한 現象을 利用하면 機器의 少型化가 可能하여 集積回路에 利用이 可能하다. 最近彈性表面波는 V.H.F 및 U.H.F 帶에서 遲延線과 필터에 利用되는 傾向에 있다. 遲延時間의 溫度依存性은 遲延線設計에 있어서 重要한 要素가 된다. 水晶을 使用한 彈性表面波의 溫度特性에 對하여는 報告^{1, 2)} 되어 있다. 또 LiTaO_3 의 彈性表面波는 X 컷트와 로테이트 Y 컷트, YZ

面 傳搬의 境遇 位相速度의 溫度係數의 計算結果가 報告⁴⁾ 되어 있으며 X 컷트, Y 컷트, Z 컷트에 對한 實驗結果가 報告⁵⁾ 되어 있다.

本 論文에서는 LiNbO_3 와 LiTaO_3 의 로테이트 Y 컷트, X 傳搬의 彈性表面波의 位相速度 및 遲延時間의 溫度係數가 計算되었으며 LiNbO_3 의 130° 로테이트 Y 컷트, X 傳搬의 彈性表面波의 遲延時間 및 位相速度의 溫度係數가 液體 He 溫度로부터 室溫까지의 溫度範圍에서 實驗的으로 求하여 졌다.

II. 遲延時間 및 位相速度의 溫度依存性

非等方性 壓電媒質의 彈性表面波의 位相速度의 計算方法은 여러 報告者^{6, 7, 8)}에 依하여 報告되어

* 正會員, 서울大學校 工科大學
接受日字: 1973. 5. 3.

있다.

本論文에서는 그림 1과 같은 로테이트 Y 카트
 板위에서 X軸傳搬의 彈性表面波에 對한 位相速
 度를 어느 溫度 T에서 求하여 본다. 어느 溫度
 T°C에서 壓電結晶의 彈性定數, 壓電定數, 誘電
 率은 各各 다음과 같이 表示된다.

$$\begin{aligned}
 C_{ijkl}^{E'} &= C_{ijkl}^E \{1 + \alpha_{aijkl}(T-25) \\
 &\quad + \beta_{aijkl}(T-25)^2 + \dots\} \\
 e'_{ikl} &= e_{ikl} \{1 + \alpha_{bikl}(T-25) \\
 &\quad + \beta_{bikl}(T-25)^2 + \dots\} \quad (1) \\
 \epsilon_{ik}^{S'} &= \epsilon_{ik}^S \{1 + \alpha_{cijk}(T-25) + \beta_{cijk}(T-25)^2 + \dots\} \\
 \rho' &= \rho \{1 + \alpha_d(T-25) + \beta_d(T-25)^2 + \dots\}
 \end{aligned}$$

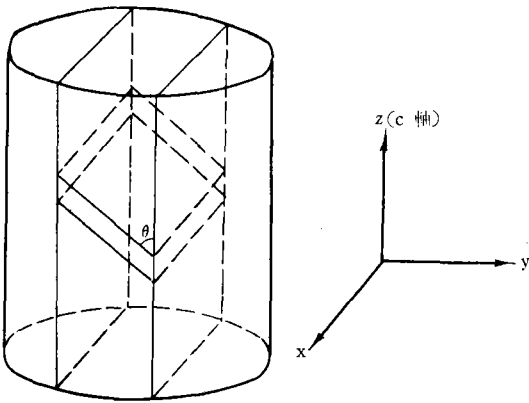


그림 1. θ° 로테이트 Y 카트 板

여기서 基準溫度는 25°C이며 α, β (添字 $a, b, c,$
 d 包含)는 定數의 各各 第1次 및 第2次溫度係數
 이며 本計算에 使用한 定數 및 溫度係數는 附錄
 에 表示한다.

(1)式에서 各 i, j, k, l 는 1, 2, 3이며 $C_{pq},$
 e_{ip}, ϵ_{ik}^S 는 텐서(tensor)로서 表示되며 p, q 는 各
 各 1, 2, 3, 4, 5, 6로 表示된다. 即 11=1, 22=2,
 33=3, 23 혹은 32=4, 31 혹은 13=5, 12 혹은
 21=6으로 置換한다.

溫度 T°C에서 定數를 (1)式에 依해서 計算한
 다음 로테이트 Y카트인 경우의 定數는 다음의
 텐서 變換에 依해서 計算된다.

$$\begin{aligned}
 C_{ijkl}^{E''} &= \sum_{r,s,t,u}^3 V_{ir} V_{js} V_{kt} V_{lu} C_{rstu}^{E'} \\
 e''_{ijk} &= \sum_{r,s,t}^3 V_{ir} V_{js} V_{kt} e'_{rst} \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\epsilon_{ij}^{S''} = \sum_{r,s=1}^3 V_{ir} V_{js} \epsilon_{rs}^{S'}$$

壓電結晶의 座標系 x, y, z 와 回轉한 後의 座標
 系 x_1, x_2, x_3 의 關係는 그림 2와 같다. 即 彈性表
 面波의 進行方向을 x_1 , 表面에 垂直한 方向을 x_2
 라 하고 $x_2 < 0$ 에서 半無限壓電媒質이라 生覺하면
 壓電基本式, 運動方程式, 壓電媒質中の $\text{div}D=0$
 로부터 다음의 微分方程式을 얻는다.

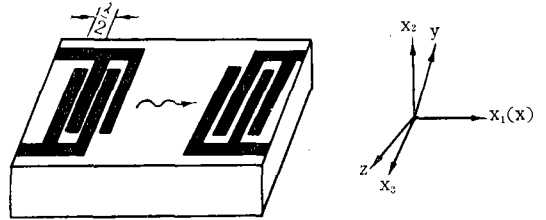


그림 2. 彈性表面波의 傳搬트랜스듀서 및 座標系

$$C_{ijkl}^{E''} u_{k, \ell i} + e''_{kij} \phi_{, ki} = \rho \ddot{u}_i \quad (3)$$

$$e''_{jkl} u_{k, \ell i} - \epsilon_{jkl}^{S''} \phi_{, ki} = 0$$

여기서 $u_i (i=1, 2, 3)$ 는 變位이며 ϕ 는 電位이다.
 또한 記號 콤마(,)는 x_1, x_2, x_3 에 對한 微分을 表
 示하며 記號 닷트(·)는 時間에 對한 微分을 表
 示한다. 彈性表面波가 x_1 方向을 따라서 減衰없이
 傳搬되며 $-x_2$ 方向으로 指數函數의 形式으로 減衰한
 다고 假定하면 (3)式의 解를 다음과 같이 求 수
 있다.

$$u_i = A_i \exp[\Omega k x_2 + jk(x_1 - vt)] \quad (4)$$

$$\phi = A_4 \exp[\Omega k x_2 + jk(x_1 - vt)]$$

(4)式을 (3)式에 代入하면 振幅 A_i 를 가진 4次
 線形同次方程式을 얻는다. A_i 의 係數의 行列은
 解가 存在하기 爲해서는 零이 되어야한다. 이 行
 列은 位相速度 v 를 變數로 가진 Ω 의 8次多項式
 으로 되며 正의 實數를 가진 4個의 根 Ω 를 求할
 수 있으며 u_i 와 ϕ 는 아래와 같이 다시 寫야한다.

$$u_i = \sum_{n=1}^4 A_i^{(n)} B^{(n)} \exp[\Omega^{(n)} k x_2 + jk(x_1 - vt)] \quad (5)$$

$$\phi = \sum_{n=1}^4 A_4^{(n)} B^{(n)} \exp[\Omega^{(n)} k x_2 + jk(x_1 - vt)]$$

또한 境界條件은

(1) 表面에 應力이 없다.

$$T_{2j} = C_{2jkl}^{E''} u_{k, \ell} + e''_{k2j} \phi_{, k} = 0 \quad (6)$$

(2) 表面에서 電位는 連續이다.

$$D_2 = e_{2k}'' u_{k, k} - \epsilon_{2k}'' \phi_{, 2} = -\epsilon_0 \phi_{, 2} \quad (7)$$

(5)式을 (6)式과 (7)式에 代入하면 또 다른 4次의 線形同次方程式이 얻어진다. 또한 解가 存在하기 위해서는 係數의 行列이 零이 되어야한다.

即 $|D| = 0 \quad (8)$

計算이 상당히 複雜하기 때문에 位相速度 v 를 求하기 爲하여 電子計算機를 利用하였다. 처음 v 의 値를 假定하여 $\Omega^{(n)}$, $A_i^{(n)}$ 를 求하여 D 에 代入하여 (8)式을 滿足할 때까지 v 를 變化시켜 (8)

式이 滿足되는 v 가 求하는 位相速度가 된다.

溫度 $T^\circ\text{C}$ 일 때 彈性表面波의 位相速度를 v_T 라 하고 室溫 25°C 일 때 位相速度를 v_R 라 하면 位相速度의 溫度係數 γ_T 는 아래와 같이 表示된다.

$$\gamma_T = \frac{1}{v} \frac{dv}{dT} = \frac{v_T - v_R}{(T - T_R)v_R} \quad (9)$$

또한 遲延時間의 溫度係數는 다음 方程式으로부터 求해진다.

$$\theta_T = \frac{1}{l} \frac{dl}{dT} - \gamma_T \quad (10)$$

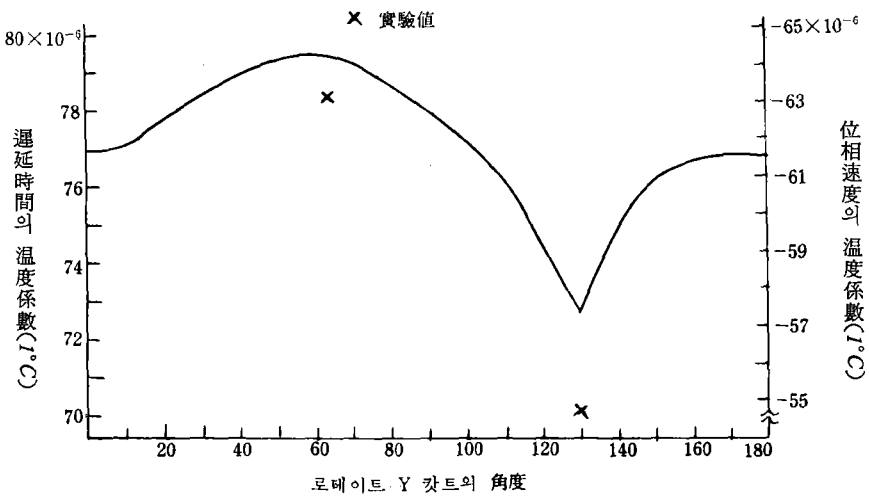


그림 3. LiNbO_3 로테이트 Y 컷트板에서 X 方向 傳搬의 彈性 表面波의 遲延時間 및 位相速度의 溫度係數

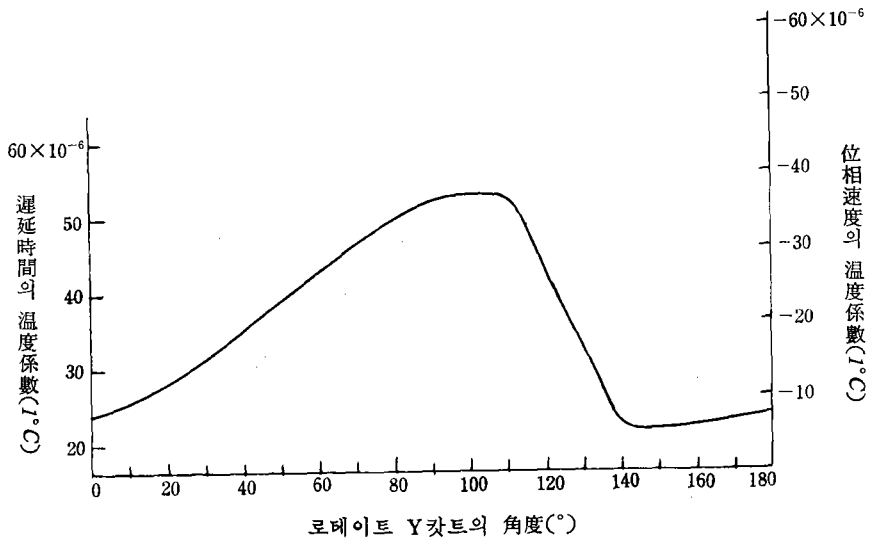
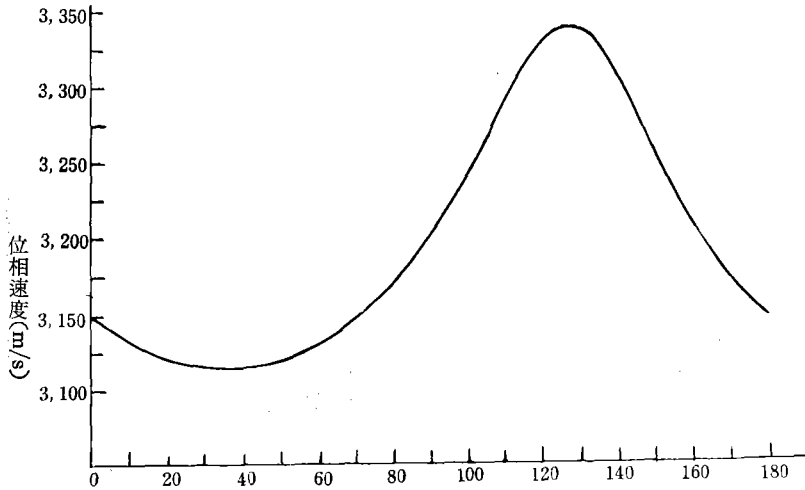


그림 4. LiTaO_3 로테이트 Y 컷트板에서 X 方向 傳搬의 彈性 表面波의 遲延時間 및 位相速度의 溫度係數

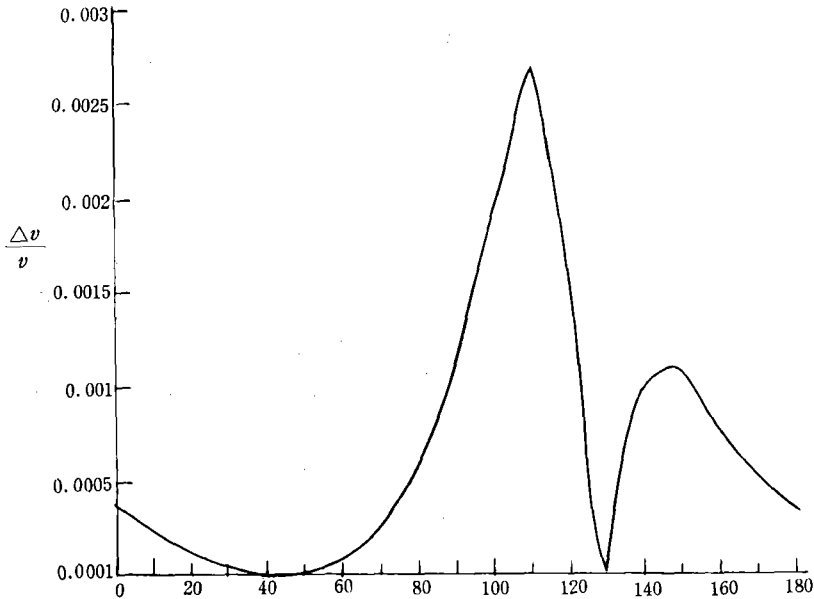
여기서 $\frac{1}{l} \frac{dl}{dT}$ 은 壓電結晶의 傳搬方向으로의 熱膨脹係數로 LiNb_3O_3 에 對해서는 $15.4 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, LiT_2O_3 에서는 $16.1 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 이다. LiNb_3O_3 에 對한 計算의 結果는 그림 3과 같으며 LiT_2O_3 에 對하여는 그림 4와 같다. LiNb_3O_3 에 對해서는 130° 로테이트 Y카트에서 가장 작은 溫度係數를 얻었으며 遲延時間의 溫度係數는 $72.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 이며 位相速度의 溫度係數는 $-57.3 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 이다. 그리고 또한 LiT_2O_3 에 對해서는 150° 로테이트 Y

카트에 對해서 가장 적은 溫度係數를 얻었으며 遲延時間의 溫度係數는 $21.3 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 이고 位相速度의 溫度係數는 $-5.2 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 이다.

LiT_2O_3 에 있어서는 로테이트 Y카트, X傳搬의 경우 彈性表面波의 位相速度와 電氣機械結合係數 $K = \sqrt{\frac{2\Delta v}{v}}$ 가 아직 報告되어 있지 않으므로 이計算結果를 그림 5와 그림 6에 各各 表示한다. LiT_2O_3 의 位相速度는 LiNb_3O_3 보다 작으며 110° 로테이트 Y카트에서 電氣機械結合係數 K가



로테이트 Y카트의 角度($^\circ$)
 그림 5. LiT_2O_3 로테이트 Y카트 X傳搬의 彈性表面波의 位相速度



로테이트 Y카트의 角度($^\circ$)
 그림 6. LiT_2O_3 로테이트 Y카트 X傳搬의 彈性表面波의 電氣機械 結合係數

7.3%로 LiNb_3O_3 보다 훨씬 적은 것이 缺點이다.

電氣機械結合係數의 溫度係數는 다음式으로 表示한다.

$$X_T = \frac{1}{K} \frac{dK}{dT} = \frac{K_T - K_R}{K_R(T - T_R)} \quad (11)$$

여기서 K_T 는 溫度 $T^\circ\text{C}$ 에서의 電氣機械結合係數이며 K_R 은 室溫에서의 電氣機械結合係數이다. LiNb_3O_3 와 LiT_3O_3 의 電氣機械結合係數의 溫度係

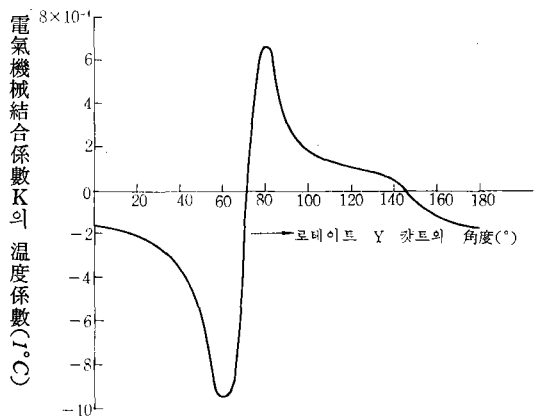


그림 7. LiNb_3O_3 로테이트 Y 컷트, X 傳搬의 彈性表面波의 電氣機械結合係數의 溫度係數

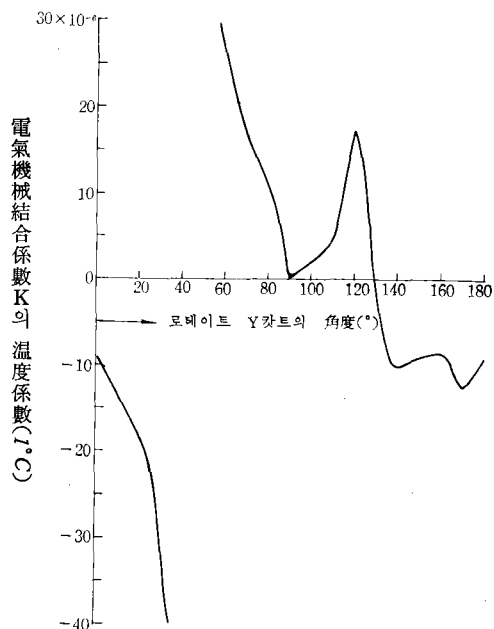


그림 8. LiT_3O_3 로테이트 Y 컷트, X 傳搬의 彈性表面波의 電氣機械結合係數의 溫度係數

數의 計算值를 그림 7과 그림 8에 表示한다.

Ⅲ. 實 驗

實驗은 LiNb_3O_3 의 130° , 64° 로테이트 Y 컷트 X 傳搬의 경우에 對하여 行하여졌다. 130° 컷트의 경우는 레이리(Rayleigh) 表面波이고 64° 의 경우는 리키(Leaky) 表面波이다.

그림 2와 같은 送信 및 受信트랜스듀서(transducer)의 電極構造는 各各 10쌍의 인터디지털(interdigital) 알루미늄被膜電極으로 構成되어 있고 中心動作周波數는 18.5MHz 이고 挿入損失은 約 27dB 이다.

또한 送信과 受信트랜스듀서사이의 距離는 1.2cm 이고 遲延時間은 $3.0\mu\text{s}$ 이다. 인터디지털 電極은 포토에칭의 方法에 依해서 製作되어졌다.

實驗裝置의 브록(Block)圖는 그림 9와 같으며 直接波와 遲延된 波를 干涉시켜서 신크로스코프에 나타나는 振幅이 最少가 되는 周波數를 測定하여 다음 關係式으로부터 遲延時間의 溫度係數를 求하였다.

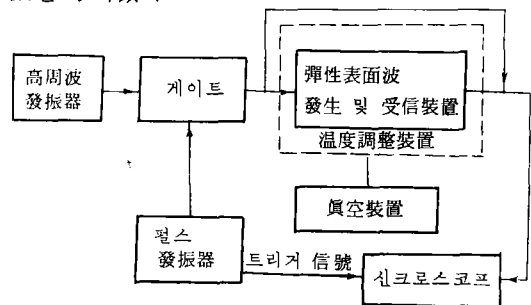


그림 9. 實驗의 브록圖

$$\theta_T = -\frac{1}{f} \left(\frac{df}{dT} \right) \quad (12)$$

또한 (9)式, (10)式과 (12)式으로부터 彈性表面波의 遲延時間 및 位相速度의 溫度係數가 求해진다. LiNb_3O_3 의 130° 로테이트 Y 컷트, X 傳搬의 경우 얻어진 結果가 그림 10 및 그림 11에 表示된다. 遲延時間의 溫度係數는 173°K 부터 室溫까지의 溫度範圍에서 約 $70 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 로 計算值 $72.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 와 잘 一致하며 液體 He 溫度 近處에서 約 $16 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 로 작아짐을 알았다.

Ⅳ. 結 論

로테이트 Y 컷트, X 傳搬의 彈性表面波의 경우

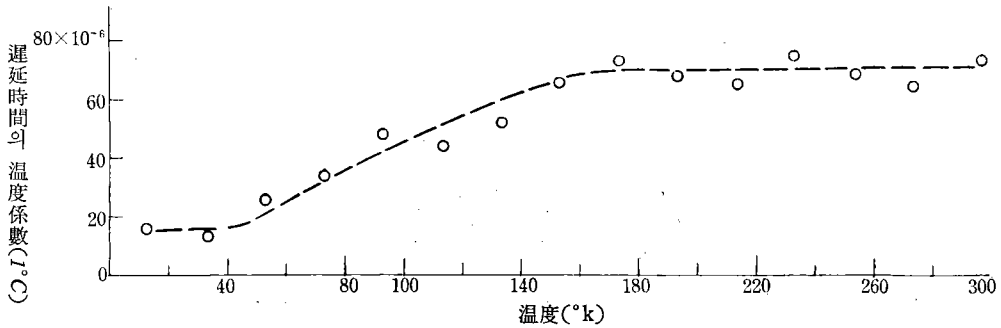


그림 10. LiNb₃O₃ 130° 로테이트 Y카트, X傳搬의 彈性 表面波의 溫度에 따른 遲延時間의 溫度係數의 變化

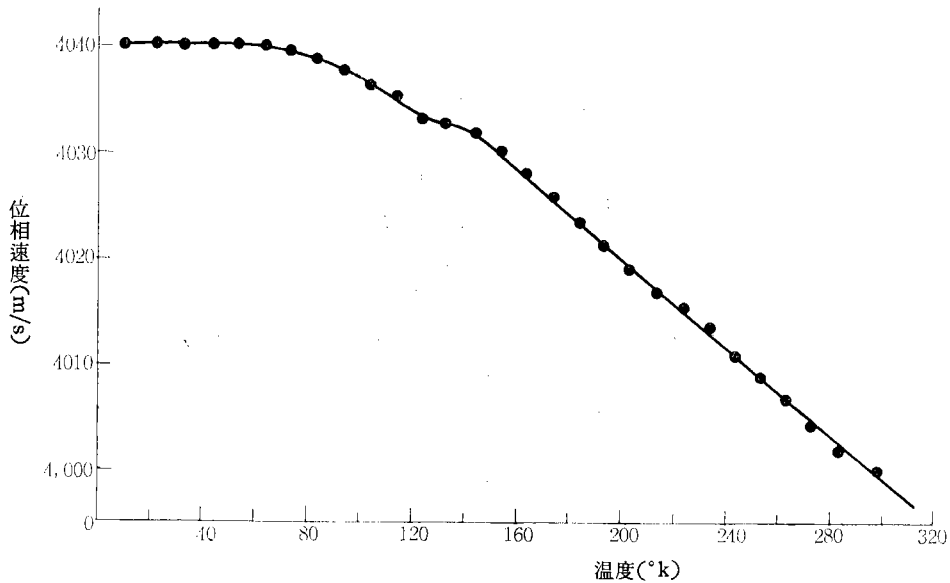


그림 11. LiNb₃O₃ 130° 로테이트 Y카트, X傳搬의 彈性 表面波의 溫度에 따른 位相速度의 變化

LiNb₃O₃는 130° 카트일 때 遲延時間 및 位相速度의 溫度係數가 가장 작으며 LiT₂O₃는 150° 카트일 때 가장 작다. LiT₂O₃의 彈性 表面波의 溫度係數는 LiNb₃O₃에 比하여 작으나 電氣機械結合係數가 적은 것이 缺點이다. LiNb₃O₃의 130°, 64° 로테이트 Y카트, X傳搬의 경우 實驗値는 計算値와 잘 一致하며 130°카트의 경우 液體 He 溫度 近處에서 溫度係數가 작아짐을 實驗的으로 알았다.

謝意

本論文에 對한 討論과 實驗에 協調하여 준 日本 東北大學 電氣通信研究所 柴山教授, 山之內助教授 및 柴山研究室員들에 對하여 深深한 感謝를 表합니다.

參考文獻

1. M. B. Schultz, et al: J. A. P vol 41, 1970. p. 275.

2. Aan J. Budreau, et al: Applied physics letter, vol, 18 1971. p. 239.
 3. E. Salzmann. et al: Applied physics letter, vol 13, 1968. p. 14.
 4. F. S. Welsh: I. E. E. E. Trans. on Sonics and Ultrasonics. April. 1971. p. 103.
 5. M. B. Schulz and M. G. Holland: I. E. E. E. SU-19. 1972. p. 381.
 6. G. A. Coquin and H. F. Tiersten: J. Acous. soc. Amer. vol. 41. 1967. p. 921.
 7. J. J. Cambell and W. R. Jones: I. E. E. E. SU-15. 1968. p. 209.
 8. K. Yamanouchi and K. Shibayama: J. A. P. vol. 43. 1972, p. 856.
 9. A. W. Warner and et al: J. Acous, Soc. Ameri. vol. 42, 1967. p. 1223.
 10. R. T. Smith and et al: J. A. P. vol. 42. 1971, p. 2219.

附 錄

本論文의 計算에 使用한 定數 및 定數의 溫度 係數는 아래와 같다.

結 晶	定數名	定數의 值	溫度係數	
			α	β
LiNb ₃ O ₃		($\times 10^{11}$ N/m ²)	($\times 10^{-4}$)	
	C_{11}^E	2.03	-1.74	
	C_{12}^E	0.53	-2.52	
	C_{13}^E	0.75	-1.59	
	C_{14}^E	0.09	-2.14	
	C_{33}^E	2.45	-1.53	
	C_{44}^E	0.60	-2.04	
	C_{66}^E	0.75	-1.43	
	e_{15}	3.7	1.47	
	e_{22}	2.5	0.79	
	e_{31}	0.2	2.21	
	e_{33}	1.3	8.87	
	ϵ_{11}^S	0.39	3.23	
	ϵ_{33}^S	0.257	6.27	
ρ	4700	-0.365		
LiT ₃ O ₃		($\times 10^{11}$ N/m ²)	($\times 10^{-4}$)	($\times 10^{-7}$)
	C_{11}^E	2.33	-1.03	0.77
	C_{12}^E	0.47	-3.41	-1.18
	C_{13}^E	0.80	-0.50	6.00
	C_{14}^E	-0.11	6.67	16.7
	C_{33}^E	2.75	-0.96	-3.21
	C_{44}^E	0.94	-0.43	1.67
	C_{66}^E	0.93	-0.47	1.24
	e_{15}	2.6	-1.32	-7.17
	e_{22}	1.6	-0.60	-6.82
	e_{31}	0.0	0.87	51.8
	e_{33}	1.9	1.54	1.41
	ϵ_{11}^S	0.368	3.29	4.28
	ϵ_{33}^S	0.380	11.6	78.0
ρ	7450	-0.337	-0.086	

LiNb₃O₃와 LiT₃O₃는 結晶中 3m 族으로 (3)式의 彈性定數, 壓電定數, 誘電率은 各各 아래와 같은 매트릭스이다.

$$C_{pq}^{E''} = \begin{pmatrix} C_{11}^{E''} & C_{12}^{E''} & C_{13}^{E''} & C_{14}^{E''} & 0 & 0 \\ C_{12}^{E''} & C_{22}^{E''} & C_{23}^{E''} & C_{24}^{E''} & 0 & 0 \\ C_{13}^{E''} & C_{23}^{E''} & C_{33}^{E''} & C_{34}^{E''} & 0 & 0 \\ C_{14}^{E''} & C_{24}^{E''} & C_{34}^{E''} & C_{44}^{E''} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^{E''} & C_{56}^{E''} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{56}^{E''} & C_{66}^{E''} \end{pmatrix}$$

$$e_{ip}'' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15}'' & e_{16}'' \\ e_{21}'' & e_{22}'' & e_{23}'' & e_{24}'' & 0 & 0 \\ e_{31}'' & e_{32}'' & e_{33}'' & e_{34}'' & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\epsilon_{ij}^{S''} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11}^{S''} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22}^{S''} & \epsilon_{23}^{S''} \\ 0 & \epsilon_{23}^{S''} & \epsilon_{33}^{S''} \end{pmatrix}$$

또한 (4)式을 (3)式에 代入하면 아래와 같은 特性方程式을 얻는다.

$$\begin{pmatrix} \Omega^2 C_{66}^{E''} - C_{11}^{E''} + \rho v^2 & j\Omega(C_{21}^{E''} + C_{56}^{E''}) \\ j\Omega(C_{14}^{E''} + C_{55}^{E''}) & j\Omega(e_{16}'' + e_{21}'') \\ j\Omega(C_{12}^{E''} + C_{16}^{E''}) & \Omega^2 C_{22}^{E''} - C_{66}^{E''} + \rho v^2 \\ \Omega^2 C_{24}^{E''} - C_{56}^{E''} & \Omega^2 e_{22}'' - e_{16}'' \\ j\Omega(C_{14}^{E''} + C_{56}^{E''}) & \Omega^2 C_{24}^{E''} - C_{56}^{E''} \\ \Omega^2 C_{44}^{E''} - C_{55}^{E''} + \rho v^2 & \Omega^2 e_{24}'' - e_{15}'' \\ j\Omega(e_{16}'' + e_{21}'') & \Omega^2 e_{22}'' - e_{16}'' \\ \Omega^2 e_{24}'' - e_{15}'' & -\Omega^2 \epsilon_{22}^{S''} + \epsilon_{11}^{S''} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_3 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} = 0$$

이 同次方程式이 解를 갖기 위하여 係數의 行列式이 零이 되어야 한다. 따라서 다음의 Ω 에 關한 8次方程式이 얻어진다.

$$\Omega^8 + (A_1' \rho v^2 + B_1) \Omega^6 + [A_2' (\rho v^2)^2 + B_2 (\rho v^2) + C_2] \Omega^4 + [A_3' (\rho v^2)^3 + B_3 (\rho v^2)^2 + C_3 (\rho v^2) + D_3] \Omega^2 + [A_4' (\rho v^2)^3 + B_4 (\rho v^2)^2 + C_4 (\rho v^2) + D_4] = 0$$

여기서 $A_1', \dots, A_4', B_1, \dots, B_4, C_2, \dots, C_4, D_3, D_4$ 은 위 行列式을 풀음으로서 얻어지는 定數이다.

表面이 導體被膜된 경우는 (7)式 代身에 다음 式을 使用하면 된다.

$$\phi|_{x_2=0} = 0$$

또 (5)式을 (6), (7)式에 代入하면 아래와 같은 同次方程式을 얻는다.

$$\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^{(1)} \\ B^{(2)} \\ B^{(3)} \\ B^{(4)} \end{pmatrix} = 0$$

여기서

$$d_{1n} = jA_1^{(n)} C_{12}^{E''} + \Omega^{(n)} [A_2^{(n)} C_{22}^{E''} + A_3^{(n)} C_{24}^{E''} + A_4^{(n)} e_{22}^{''}]$$

$$d_{2n} = jA_1^{(n)} C_{14}^{E''} + \Omega^{(n)} [A_2^{(n)} C_{66}^{E''} + A_3^{(n)} C_{44}^{E''} + A_4^{(n)} e_{24}^{''}]$$

$$d_{3n} = \Omega^{(n)} A_1^{(n)} C_{66}^{E''} + j[A_2^{(n)} C_{66}^{E''} + A_3^{(n)} C_{56}^{E''} + A_4^{(n)} e_{16}^{''}]$$

$$d_{4n} = jA_1^{(n)} e_{21}^{''} + \Omega^{(n)} [A_2^{(n)} e_{22}^{''} + A_3^{(n)} e_{24}^{''} - A_4^{(n)} \epsilon_{22}^{''}] - A_4^{(n)} \epsilon,$$