

부분적으로 장하된 구형도파관에 의한 진행파 레이저 위상변조기

Traveling Wave Laser Phase Modulator With Partially Loaded Rectangular Waveguide

이 문 기* · 신 철 재**
(Lee, Moon Key) · (Shin, Chull Chai)

요 약

전기광 물질이 부분적으로 장하된 구형도파관을 이용한 진행파 레이저 위상 변조기에 대해 이론적으로 해석하였으며, 전파특성, 전계분포 감쇄량과 변조도를 정규화된 항으로 표시했다.

여기서 비교적 낮은 변조전력으로 큰 변조도를 얻었으며, 또한 KDP 를 사용한 변조기의 설계방법을 제시했다.

Abstracts

Traveling wave laser phase modulator, which is consist of rectangular waveguide paritially loaded with electrooptic material, is analyzed theoretically.

The propagation characteristics, electric field, attenuation, and modulation index are obtained in terms of normalized parameters.

It is shown that high modulation index is achieved with relatively low modulating power.

And also design procedure of modulator is described with particulary refererenece to KDP.

I. 서 론

전기광 결정을 이용한 레이저의 위상변조 혹은 진폭변조에대해서 많이 연구되고있다^{1) 2)}. Kamirow 와 Liu 는 평행판도파관에 KDP 결정이 부분적으로 장하된 경우의 전파특성을 해석했으며 이 해석에 의하면 TEM 전계가 레이저 위상변조로 이용되었고 KDP 결정의 실현 가능한 물리적 크기에서 Collinear 구조에 의한 광대역 최대주파수는 3GHz 였다.³⁾

최근에 Putz 가 실험적으로 ring-phase 진행파 회로를 이용하여 ring 내부를 KDP 결정으로 장하한 longitudinal Mode 마이크로파 레이저 변조기를 발표했다⁴⁾. 이 변조기는 10 [W] 입력 전력

으로 10[%]대역폭에서 40[%] 변조도의 진폭변조를 얻었지만 실제로 위상변조도는 0.2[rad] 정도였다. 본논문 II 절에서는 전기광 결정이 부분적으로 장하된 구형도파관을 전파하는 전자파의 문제를 취급한다. 그리고 III 절에서는 전기광 결정을 통과하는 레이저 빔이 마이크로파에 의해서 위상변화가 발생됨을 논한다. 마지막으로 IV 절에서 변조기 설계에 대해 논했다.

II. 부분적으로 전기광 결정이 장하된 구형도파관의 전파특성

[그림 -1]과 같이 두개의 다른 유전체가 장하된 구형도파관내의 전자파 전파 특성을 고찰하자 그런데 영역 II 는 도파관 중앙에 대칭으로 전기광결정이 삽입된 부분이다. 일반적으로 이경우 전파되는 정상모드는 TE 혹은 TM 도 아니고 두개의 복합모드이다. 그러나 y 축방향으로 전계의

* 正會員, 慶熙大學校, 電子工學科, Electronic Engr. Dept. KYUNG HEE UNIV.

** 正會員, 光云電子工科大學 Kwangwoon Institute of Technology

接受日字 : 1972. 10. 18

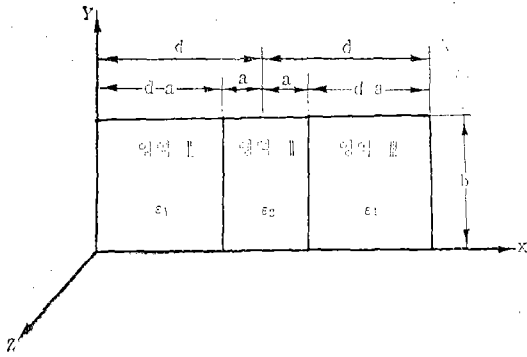


그림 1. 부분적으로 전기광 결정이 장하된 구형 도파관.
 Fig. 1. Rectangular waveguide loaded partially with electro-optic material

변화가 없을 경우는 TE 혹은 TM만이 존재 가능하다. 전파모드를 TE 모드라 가정하면 자계의 Z축 성분에 대한 파동방정식은 아래와 같다.

영역 I 과 III에서

$$\frac{d^2 H_z}{dx^2} = \begin{cases} -(\beta^2 \epsilon_1 - k^2) H_z & 0 < k \beta \sqrt{\epsilon_1} \\ 0 & k = \beta \sqrt{\epsilon_1} \\ (k^2 - \beta^2 \epsilon_1) H_z & \beta \sqrt{\epsilon_1}, < k \beta \sqrt{\epsilon_2} \end{cases} \quad (1)$$

$$k = \beta \sqrt{\epsilon_1} \quad (2)$$

$$(k^2 - \beta^2 \epsilon_1) H_z \quad \beta \sqrt{\epsilon_1}, < k \beta \sqrt{\epsilon_2} \quad (3)$$

또 영역 II에서

$$\frac{d^2 H_z}{dx^2} = -(\beta^2 \epsilon_2 - k^2) H_z \quad (4)$$

이며, 여기서 $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{c}$ 는 자유공간의 전파상수이고 ϵ_1 은 영역 I과 III의 비유전율이며 ϵ_2 는 영역 II에서의 비유전율을 나타낸다. 전자계는 $\exp(j\omega t - kz)$ 로 변한다고 가정하며 식을 간단히 표현하기 위해 다음과 같이 정규화된 매개변수를 정의한다.

$$\nu = \beta a \sqrt{\epsilon_2} = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_2}$$

$$Q = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \leq 1 \quad (5)$$

$$\xi = \left(\frac{d}{a} - 1\right) \quad (6)$$

$$m = \frac{k}{\beta \sqrt{\epsilon_2}} = \frac{c}{v \sqrt{\epsilon_2}} \quad (7)$$

여기서 v 는 전자파의 전파속도이다.

식 (1), (2), (3)을 Maxwell 방정식에 대입하여 풀고 각 영역에서 전계를 정규화된 매개변수항으로 표현하면 아래와 같다.

$0 < m < \sqrt{Q}$ 인 경우

$$E_{1y} = \sin(\nu \sqrt{Q - m^2} \frac{x}{a}) \quad (8)$$

$$E_{2y} = E_0 \{ \sin \nu \xi \sqrt{Q - m^2} \cos \{ \nu \sqrt{1 - m^2} (\xi - \frac{x}{a}) \} - \sqrt{\frac{Q - m^2}{1 - m^2}} \cos(\nu \xi \sqrt{Q - m^2}) \cdot \sin \{ \nu \sqrt{1 - m^2} (\xi - \frac{x}{a}) \} \} \quad (9)$$

$$E_{3y} = E_0 \{ \cos(2\nu \sqrt{1 - m^2}) - \sqrt{\frac{1 - m^2}{Q - m^2}} \cdot \tan(\nu \xi \sqrt{Q - m^2}) \sin(2\nu \sqrt{1 - m^2}) \cdot \sin \{ \nu \sqrt{Q - m^2} (2\xi + 2 - \frac{x}{a}) \} \} \quad (10)$$

$$H_x = -\frac{1}{Z_0} E_y \quad (11)$$

여기서 $Z_0 = \frac{\omega \mu}{k}$ 이며 파동임피던스를 나타내고 μ 는 투자율이며 E_0 는 상수이다.

그리고 m 은 아래의 특성방정식에서 구해진다.

$$(Q - m^2) \cos^2(\xi \nu \sqrt{Q - m^2}) \sin(2\nu \sqrt{1 - m^2}) - (1 - m^2) \sin^2(\xi \nu \sqrt{Q - m^2}) \cdot \sin(2\nu \sqrt{1 - m^2}) + 2\nu \sqrt{(Q - m^2)(1 + m^2)} \cos(\xi \nu \sqrt{Q - m^2}) \cdot \sin \xi \nu \sqrt{Q - m^2} \cos(2\nu \sqrt{1 - m^2}) = 0 \quad (12)$$

$m = Q$ 인 경우

$$E_{1y} = E_0 \left(\frac{x}{a}\right) \quad (13)$$

$$E_{2y} = \frac{E_0}{\nu \sqrt{1 - Q}} \{ \sin \{ \nu \sqrt{1 - Q} (\xi - \frac{x}{a}) \} - \nu \xi \sqrt{1 - Q} \cos \{ \nu \sqrt{1 - Q} (\xi - \frac{x}{a}) \} \} \quad (14)$$

$$E_{3y} = -E_0 \{ \cos(2\nu \sqrt{1 - Q}) - \nu \xi \sqrt{1 - Q} \cdot \sin 2\nu \sqrt{1 - Q} \cdot (2\xi + 2 - \frac{x}{a}) \} \quad (15)$$

$$H_x = -\frac{1}{Z_0} E_y \quad (16)$$

ν 는 아래 식에 의해 결정된다.

$$[\nu^2 \xi^2 (1 - Q) - 1] \sin(2\nu \sqrt{1 - Q}) - 2\nu \xi \sqrt{1 - Q} \cos(2\nu \sqrt{1 - Q}) = 0 \quad (17)$$

$\sqrt{Q} < m < 1$ 인 경우

$$E_{1y} = E_0 \sinh(\nu \sqrt{m^2 - Q} \frac{x}{a}) \quad (18)$$

$$E_{2y} = E_0 [\sinh(\nu\xi\sqrt{m^2-Q}) \cos\{\nu\sqrt{1-m^2}(\xi - \frac{x}{a})\} - \sqrt{\frac{m^2-a}{1-m}} \cdot \cosh\nu\xi\sqrt{m^2-Q} \cdot \sin\{\nu\sqrt{1-m^2}(\xi - \frac{x}{a})\}] \quad (19)$$

$$E_{3y} = -E_0 [\cos(2\nu\sqrt{1-m^2}) - \sqrt{\frac{1-m^2}{m^2-Q}} \cdot \tanh\nu\xi\sqrt{m^2-Q} \sin^2\nu\sqrt{1-m^2}] \cdot \sinh\{\nu\sqrt{m^2-Q}(2\xi + 2 - \frac{x}{a})\} \quad (20)$$

$$H_x = -\frac{1}{Z_0} E_y \quad (21)$$

여기서 m 은 다음의 특성방정식으로 주어진다.

$$(m^2-Q) \cosh^2(\xi\nu\sqrt{m^2-Q} \sin(2\nu\sqrt{1-m^2})) - (1-m^2) \cdot \sinh^2(\xi\nu\sqrt{m^2-Q}) \sin(2\nu\sqrt{1-m^2}) + 2\nu\sqrt{m^2-Q} (1-m^2) \cdot \cosh(\xi\nu\sqrt{m^2-Q}) \cdot \sinh\xi\nu\sqrt{m^2-Q} \cos(2\nu\sqrt{1-m^2}) = 0 \quad (22)$$

가) 차단주파수

차단주파수는 식(12)에 $k=0$ (즉 $m=0$)을 대입한 결과 얻은 아래의 식 (23)에 의해 결정된다.

$$Q \cos^2(\xi\nu\sqrt{Q}) \sin 2\nu - \sin^2(\xi\nu\sqrt{Q}) \sin(2\nu) + 2\nu\sqrt{Q} \cos(\xi\nu\sqrt{Q}) \cdot \sin(\xi\nu\sqrt{Q}) \cos 2\nu = 0 \quad (23)$$

나) 구형도파관내에서 전력의 흐름

포인팅정리에 의해 도파관의 단면을 통해 흐르는 평균전력은 아래식에 의해 계산된다.

$$P = \frac{1}{2} R_s \iint (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{s}$$

여기서 \vec{H}^* 는 자계의 공역복소수를 나타낸다. 식 (11), (16)와 (21)을 이용하면

$$P = -\frac{1}{2} R_s \int_0^b \int_0^{2d} E_y H_x^* dx dy = \frac{b}{2Z_0} \int_0^{2d} (|E_y|^2 dx)$$

가 되며 구조가 $x=d$ 에 대해 대칭이므로 전력을 나타내는 식은

$$P = \frac{b}{Z_0} \int_0^d |E_y|^2 dx \quad (24)$$

로 된다. 윗식에 각 영역에서의 E_y 값을 대입하고 적분을 하면

$$P = \frac{A|E_0|^2}{4(\xi+1)Z_0} (P_1+P_2) \quad (25)$$

가 되며, 여기서

A : 도파관의 단면적,

Z_0 : 파동임피던스

P_2 : 전기광 결정내의 전력의 흐름

P_1 : 전기광 결정이 삽입된 부분을 제외한 쪽에서의 전력의 흐름이다.

P_1 과 P_2 는 $0 < m < \sqrt{Q}$ 인 경우에는

$$P_1 = \xi - \frac{\sin 2\nu\xi\sqrt{Q-m^2}}{2\nu\sqrt{Q-m^2}} \quad (26)$$

$$P_2 = \frac{Q-m^2}{1-m^2} \cos^2(\nu\xi\sqrt{Q-m^2})$$

$$P_2 + \sin^2(\nu\xi\sqrt{Q-m^2}) + \frac{\nu\sqrt{Q-m^2}}{\nu(1-m^2)} \cos(\nu\xi\sqrt{Q-m^2}) \cdot \sin(\nu\xi\sqrt{Q-m^2}) \quad (27)$$

이며, m 이 \sqrt{Q} 와 같을 때는

$$P_1 = \frac{2}{3} \xi^3 \quad (28)$$

$$P_2 = \frac{1}{\nu^2(1-Q)} [1 + \xi + \nu^2\xi^2(1-Q)] \quad (29)$$

이고, $\sqrt{Q} < m < 1$ 인 경우에는

$$P_1 = \frac{\sinh 2\nu\xi\sqrt{m^2-Q}}{2\nu\sqrt{m^2-Q}} - \xi \quad (30)$$

$$P_2 = \frac{m^2-Q}{1-m^2} \cosh^2(\nu\xi\sqrt{m^2-Q}) + \sinh^2(\nu\xi\sqrt{m^2-Q} + \frac{\nu\sqrt{m^2-Q}}{\nu(1-m^2)}) \cosh^2(\xi\nu\sqrt{m^2-Q}) \sinh(\nu\xi\sqrt{m^2-Q}) \quad (31)$$

이다. 윗식에 입력전력을 효율적으로 이용하기 위해서는 $\frac{P_2}{P_1+P_2}$ 를 최대화 할 수 있는 매개변수를 취해야한다.

다) 유전손실

유전손실에 의한 감쇄상수 α 는

$$\alpha = \frac{P_L}{2P}$$

로 주어진다. 여기서 P_L 은 유전체와 전기광 결정매질내의 단위길이당 전력손실을 나타내며 이것은 아래와 같이 계산된다.

$$P_L = \int_0^b \int_0^{2d} \frac{|E_y||J_y|}{2} dx dy = \frac{b\epsilon''\omega\epsilon_0}{2} \int_0^{2d} |E_y|^2 dx = \frac{A|E_0|^2\nu}{4(\xi+1)amz_0} (QP_1 \tan\delta_1 + P_2 \tan\delta_2) \quad (32)$$

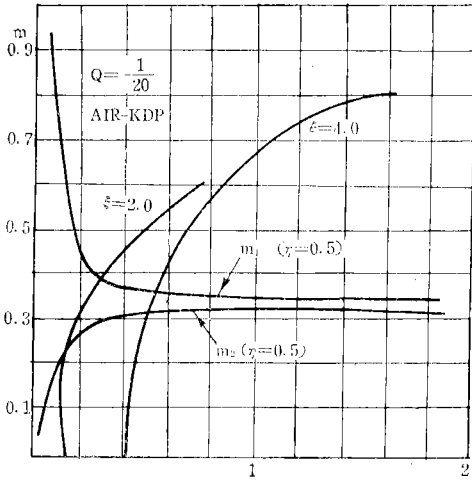


그림 2. 정규화 특성곡선 (AIR-KDP)
Fig. 2. Normalized Characteristic Curve

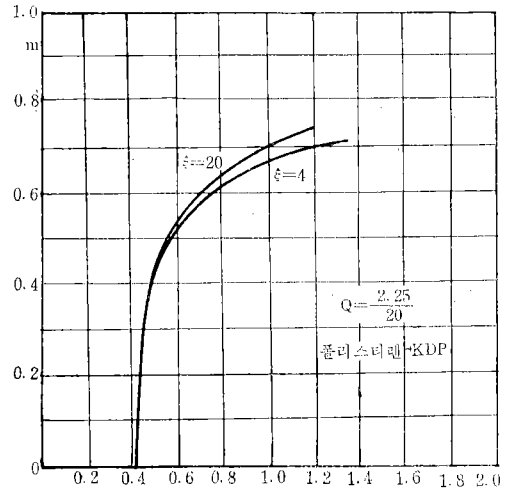


그림 3. 정규화 특성곡선 (폴리스티렌-KDP)
Fig. 3. Normalized Characteristic Curves

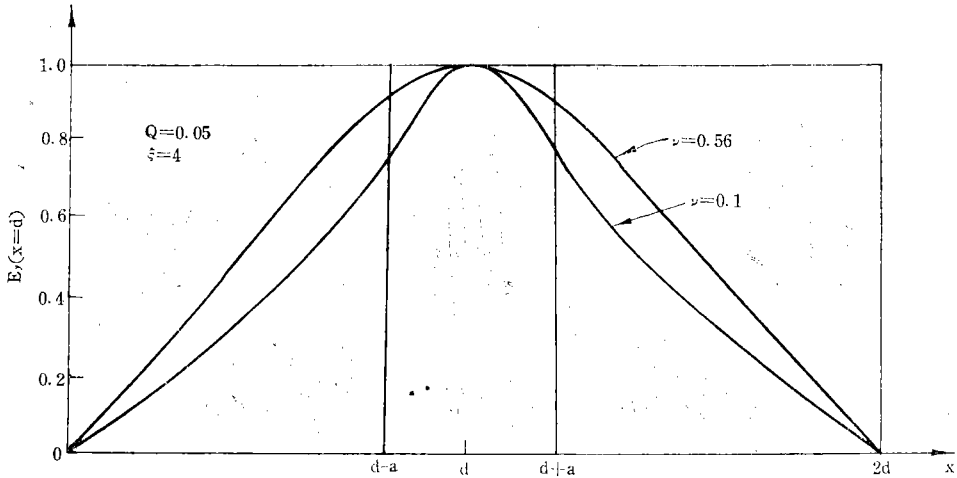


그림 4. 전계 분포
Fig. 4. Electric Field Distribution

여기서 $\epsilon_1 = \epsilon'_1 - j\epsilon''_1$, $\epsilon_2 = \epsilon'_2 - j\epsilon''_2$,

$$\tan\delta_1 = \frac{\epsilon''_1}{\epsilon'_1}, \quad \tan\delta_2 = \frac{\epsilon''_2}{\epsilon'_2}$$

이다. 따라서 감쇄상수 α 는

$$\alpha = \frac{\nu[QP_1 \tan\delta_1 + P_2 \tan\delta_2]}{2ma(P_1 + P_2)} \quad (33)$$

로 되며 이식은 도파관 벽면에 의한 손실을 무시한 것이다.

특성방정식을 수치해법으로 풀 결과 ν 에 대한

m 값은 [그림 -2], [그림 -3]과 같다. [그림 2]

는 $Q = \frac{1}{20}$ (공기-KDP) 일때 $\xi = 4$, $\xi = 20$ 에

대한 것이고 [그림 3]은 $Q = \frac{2.25}{20}$ (Polystyrene

-KDP)일때 $\xi = 4$, $\xi = 20$ 에 대한 것이다. 또한

[그림 4]는 $Q = \frac{1}{20}$ 일때 $\xi = 4$ 에서 $\nu = 0.56$ 과

$\nu = 0.1$ 에 대한 도파관 단면내의 전계의 변화를 나타낸다.

III. 위상변조 이론

본문에서 고찰하고자하는 변조기는 그림 1과 같이 두개의 다른 유전체가 장하된 도파관형이다 영역 II에 전기광 결정이 중앙에 대칭으로 삽입 되어있으며 이 변조기는 KDP에서 r_{63} transverse 모드를 사용했다.⁵⁾ 전기광 결정의 주축이 x_1, x_2 및 x_3 라 하면 전계가 x_3 축방향으로 인가된 경우 주축은 x_1 과 x_2 축에 대해 45° 변위된 새좌표축인 x'_1 및 x'_2 와 x_3 가 된다. 이 경우 x_3 에 대한 굴절율은 본래대로 n_3 인 반면 x'_1 과 x'_2 에 대한 굴절율은

$$n_{x'_1} = n_1 - \frac{1}{2} n_1^3 r_{63} E$$

$$n_{x'_2} = n_1 + \frac{1}{2} n_1^3 r_{63} E$$

가 된다.

x'_2 방향으로 편광된 레이저 빔이 x'_1 축에 평행으로 전기광 결정을 통과하면 위상변조가 일어난다. 왜냐하면 타원체의 굴절율 즉 $x_3=0$ 단면은 원형이므로 인가 전계가 없는 경우 $x_3=0$ 평면으로 편광된 레이저 빔이 x'_1 와 같은 방향이면

$$\exp j\omega(t - \frac{n_1}{c} x'_1) \text{ 로 전파된다.}$$

거리 L 을 횡단한 출력 레이저 빔은 입사 레이저 빔에 비해 아래와같은 위상지연이 발생한다.

$$\phi = \int_0^L \frac{\omega n_1}{c} dx'_1 \quad (34)$$

전계 E 가 인가된 경우 위의 위상지연은

$$\phi = - \int_0^L \frac{\omega}{c} (n_1 - \frac{1}{2} n_1^3 r_{63} E) dx \quad (35)$$

이며 따라서 전기광 효과에 의한 위상변위는

$$\Delta\phi = - \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1^3 r_{63} \int_0^L E dx'_1$$

와 같고 여기서 λ_0 는 자유공간파장이다. 만약 전계 E 가 레이저 빔과 동일속도로 진행한다면 즉 레이저 빔과 전계 E 가 속도동기 상태에서 감쇄량을 고려한 경우의 위상변화량은

$$\Delta\phi = - \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1^3 r_{63} E' \frac{(1 - e^{-\alpha L})}{\alpha} \quad (36)$$

이며 여기서 E' 는 전계의 진폭이고 α 는 감쇄상수이다. 그런데 레이저 빔과 마이크로파 전계사에 속도차이가 있다 손실이 없는 경우 위상의

변화량은

$$\Delta\phi = - \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1^3 r_{63} E' L \frac{\sin\mu}{\mu} \quad (37)$$

가 되며, 여기서 $\mu = \frac{\omega L}{2} (\frac{1}{U} - \frac{1}{V})$ 이고 U 는 전기광 결정내의 레이저 속도이며 V 는 마이크로 변조파의 위상속도이다. 전기광 결정은 주축인 x'_2, x_3, x'_1 가 도파관의 좌표축 x, y, z 와 일치하도록 삽입되어있다.

IV. 변조기 설계

본 논문에서 취급한 도파관 구조를 레이저 변조기로 사용하기 위해서는 아래와 같은 순서로 설계한다.

1) 마이크로파 변조신호와 레이저 빔이 동기상태로 전파되기 위해서는 정규화매개변수 m 은

$$m = \frac{n}{\sqrt{\epsilon_2}} \quad (38)$$

를 만족해야한다.

KDP에서는 $n=1.47, \epsilon_2=20, r_{63}=9.7 \times 10^{-12} m/V$ 그리고 $\tan\delta_2=7.5 \times 10^{-3}$ 이므로^{5, 6)} $m = \frac{n}{\sqrt{\epsilon_2}} = 0.328$ 이된다.

2). [그림 2]와 [그림 3]에서 $m=0.328$ 에 해당

m	Q	ξ	ν
0.328	0.05	4	0.56
0.328	0.05	20	0.28
0.328	0.1128	4	0.47
0.328	0.1128	20	0.47

(표-1)

하는 ν 값을 구하면 표 1과 같으며 여기에서 $Q = \frac{2.25}{20}$ 인 경우 (즉 Polystyrene-KDP인 경우)에는 ν 값이 차단치 ($\nu=0.43$)에 접근되어있어 이용하기 곤란하다. 그러나 공기-KDP에서는 Q 값과 m 값이 $\sqrt{Q} < m < 1$ 을 만족하므로 이것을 사용한다.

3) KDP의 폭을 $0.2 \times 10^{-2} [m]$, 길이를 $25 \times 10^{-2} [m]$ 로 선택한 경우 식 (33), (30), (31),

m	Q	ξ	ν	α	P[W]	$\frac{Ey(x=d-a)}{Ey(x=d)}$	$\frac{P_2}{P_1+P_2}$	대역폭 [%]
0.328	0.05	4	0.56	3.04	12	0.89	0.473	7
0.328	0.05	20	0.28	0.544	26	0.96	0.17	40

[표-2]

에 의해 감쇄상수 α를 계산하고 식 (25), (30), (31)에 의해 필요한 Δφ에 대한 단위면적당 RF 변조신호 전력을 구한다. 이상을 종합하여 KDP의 물리적크기를 2a=0.10⁻² [m] b=0.5×10⁻² [m], L=25×10⁻²[m]로 선정하고 파장 λ₀=0.69[μ]인 레이저를 사용한 경우 Δφ=0.5 [rad]인 변조기에 대한 여러값을 구한 결과는 표-2와 같다.

마지막으로 변조기의 대역폭은 근사적으로 수정계수 η에 의해 구한다³⁾

$$\eta = \frac{\sin \mu}{\mu} \tag{39}$$

동기상태에서 η=1 이지만 마이크로파 변조신호와 레이저 빔사이에 속도차가 있을 경우에는 η<1 이다. 만약 μ≪1인 경우 η는

$$\eta = \frac{\mu + \frac{\mu^2}{3!} + \frac{\mu^4}{5!} + \dots}{\mu} \approx 1 + \frac{\mu^2}{6}$$

가 되며 앞에서 정의한 정규화 매개변수를 이용하면

$$m = \frac{\eta}{\sqrt{\epsilon_2}} \pm \frac{2a}{\nu L} \sqrt{6(1-\eta)} \tag{40}$$

가 된다 최소한으로 η=0.5, L=25×10⁻² [m]인 경우 식(40)에서 +일때를 m₁, -일때를 m₂라 하며

$$m_1 = 0.328 + \frac{0.0152}{\nu} \tag{41a}$$

$$m_2 = 0.328 - \frac{0.0152}{\nu} \tag{41b}$$

가 된다. ν에 대한 m₁과 m₂의 값은 [그림 2]와 같다. 따라서 대역폭은 특성곡선과 η=0.5일때 식(41)의 곡선과의 접점에서 계산된다. 계산결과

는 표 2와 같다.

V. 결 론

본논문에서 변조기 설계에 필요한 여러사항 즉 필요전력, 대역폭, 그리고 효율, 위상변조등을 결정하는 방법을 계단적으로 논했다. 표 2의 결과에서 알수있듯이 두 영역의 단면적의비인 ξ가 증가 할수록 변조도는 증가하며 효율은 반면 저하된다. 따라서 변조기의 응용분야에 따라 이 두 상반되는 것을 선택해야한다. 본 논문에서 취급한 위상변조기는 비교적 저전력에서 동작한다는 유리한 점이있다. RF 변조신호와 레이저 빔과의 속도동기 필요성으로 말미암아 RF신호의 동작 주파수가 제한된다.

참 고 문 헌

1. I.P. Kaminow and E.H. Turner; "Electrooptic Light Modulator" Proc. IEEE 54 pp.1374-1390 Oct. 1966
2. F.S.Chen: "Modulator for Optical Communication" Proc. IEEE 58 pp.1440-1457 Oct. 1970
3. I.P. Kaminow and J.L. Liu : "Propagation Characteristics of Partially loaded two Conductor transmission line for Broad Band Light Modulator" Proc. IEEE 51 pp.132-136 Jan. 1963
4. J.L. Putz : "A Wide-band Microwave Light modulator" IEEE Trans. ED-15 pp.195-698 Oct. 1968
5. M. Dore : "A Low Drive-power Light Modulator using readily available ADP Material." IEEE J. Quantum Electron QE-3 pp.555-560 Nov. 1967
6. C.J. Peters : "Giga cycle Bandwidth Coherent Light Traveling-wave Phase Modulator" Proc. IEEE 51 pp.147-153 Jan. 1963