

# 電力負荷의 확률가정적 最適豫測式의 誘導 및

## 전산 프로그래밍에 관한 연구

22~2~4

### ——豫測模型과 線型推定子——

## Study on a Probabilistic Load Forecasting Formula and Its Algorithm

高 明 三\*

(Myoung Sam Ko)

### Abstract

System modeling is applied in developing a probabilistic linear estimator for the load of an electric power system for the purpose of short term load forecasting.

The model assumes that the load is given by the sum of a periodic discrete time series with a period of 24 hours and a residual term such that the output of a discrete time dynamical linear system driven by a white random process and a deterministic input. And also we have established the main forecasting algorithms, which are essentially the Kalman filter-predictor equations.

### 1. 序 論

電力系統의 目的은 電力需要家들이 必要로 하는 電力を 發전시켜 이를 공급하는데 있고, 각需要家들에게 어떻게 하면 엄가로 良質의 電力を 높은 信賴度로 공급할 수 있는가 하는 문제는 오늘날 電力工學 또는 시스템工學者들의 연구과제의 하나이며, 電力負荷豫測은 바로 이러한 문제들의 일부를 차지한다. 電力負荷란 어느 한 電力會社의 need家들이 필요로 하는 有効電力を 의미하며, 그 크기는 시시각각으로 不規則의으로 변한다. 한편 電力需要의 年增加率 역시 GNP, 人口增加率 및 기타 여러 가지 因子들에 의해 결정된다. 電力系統의 合理의 운용을 위해 각 電力會社마다 瞬時, 短期 및 長期需用을 예측함으로써 需要對策, 燃料對策 및 收入에 대한 사전계획을 세운다. 일반적으로 瞬時豫測이란, 15分후 또는 數分후의 電力負荷를豫測하는 것을 의미하

고, 短期豫測은 日, 月 내지 1~2년후의 수요豫測을, 長期豫測은 5~10년후의 需要豫測을 의미한다. 電力負荷豫測을 위하여 1960년대에 가장 많이 사용되어온 技法은 주로 日氣와 經濟條件과 같은 因子를 변수로 취하여 回歸模型을 세운 후, 이를 外挿法 또는 指數平滑法<sup>(1-6)</sup>을 이용하여豫測한 것이 그 대부분이었으나 최근 確率過程論 입장에서 負荷豫測을 시도한 연구가 발표되고 있다. 즉 Farmer<sup>(7)</sup>는 Wiener의 確率論의 技法으로 季節因子를 고려하지 않고 오직 최근의 實需要值에 입각한 30分後負荷豫測法을 발표하였고, Nakamura<sup>(8)</sup> 등은 瞬時負荷豫測에서의 노이즈를 줄이기 위하여 Kalman豫測法을 이용하였다.

瞬時 및 短期負荷豫測은 電子計算機에 의한 自動給電의 실현과 더불어 電力系統의 可制御性을 높이며 online豫測制御와 火力系統에서 時間遲延이 큰 제어 대상물에 대한 指令 및 調整池式水力系의 운용을 위해 필요불가결한 것이다. 최근 Gupta<sup>(9-12)</sup> 등은 適應의豫測方式을 소개하였다. 본 論文에서는 우선 電力負荷의 特

\* 정회원 : 서울대학교 공과대학 부교수(공학박사)

性을 분석한 후 電力負荷의 瞬時模型을 周期成分과 不規則成分의 두 가지成分으로 구성되는 動的狀態空間방정식으로 나타낸 후 豫測을 위한 算法과 그 문제점을 제시한다.

## 2. 本 論

### (1) 電力負荷의 特性

電力負荷는 일반적으로 주기적으로 크게 변화하는데, 그 주기를 人間生活의 주기성을 고려하여 24時間으로 한다. 물론 여기서 이야기하는 주기성이란 엄격한 의미에서의 주기성이라기 보다 어디까지나 순시 및 日豫測을 위해 편의상 정한 주기성을 의미한다.

24時間동안에 시시각각으로 변동하는 電力負荷의 變動量이 적을 경우에는 既運轉系統 자체에서 소위 負荷周波數制御法으로 저체없이 負荷變動量에 대한 補償을 할수 있으나, 오늘날 on line發電所로서는 저행할 수 없을 정도로 큰 電力수요증가에 적면할 때가 많다. 이경우에는 off line發電所를 既運轉系統에 투입해야 하는데, 사전의 준비없이는 최소 3~6時間이상이 소요된다. 한편 電力系統의 경제적인 운용을 위해서는 사전 정보 없이 始動直前の 상태로 발전소를 대기시킬수는 없다. 왜냐하면 發電原價의 上昇을 초래하기 때문이다. 따라서 電力負荷의 순시 또는 短期수요에 대한 경확한 예측은 매우 중요하다. 우선 模型化과정에 앞서 電力負荷의 특성과 負荷에 미치는 각종 因子들에 대하여 고려한다.

정상조전하에서 순시부하(5분이내)의 변화모양은 일반적으로 不規則變動을 하되 그 크기는 매우 적기때문에 on line발전기로 보상이 가능하지만, 24時間 즉 日負荷曲線은 off line발전기의 투입을 필요로 한다. 한편 日常生活의 습성에 의하여 電力負荷역시 1週日間을 한주기로 볼수있는 負荷曲線을 생각할수있겠고, 이경우 週日의 경과와 더불어 어떤 倍率을 나타내는 因子가 필요할 것이다. 季節에 따른 電力수요의 변동은 크지만 日負荷曲線에 미치는 영향은 적다. 위에서 기술한 日負荷曲線과 季節의 負荷曲線을 동시에 고려할 경우 순시부하에 따른 미치는 영향은 적지만 長期수요예측에는 큰 비중을 차지한다. 日負荷曲線을 형성하는因子중 공업 및 산업용 전력부하는 日氣상태 즉 온도, 습도, 풍속,降雪 및 降雨등의 영향을 받지 않지만, 住居에 관련된 電力負荷에는 일종의 不規則의 영향을 미치게 된다. 즉 電力負荷 또는 수요는 不連續적이면서 不規則적으로 변동하는 일종의 確率過程이며, 그 不規則性은 자연, 홍수등과 같은 天災地變이 발생할 경우 더욱 심해진다.

### (2) 電力負荷의 數學的構型

電力負荷의 日負荷曲線  $w(t)$ 은 24時間은 1주기로 하는 주기성분  $w_p(t)$ 와 不確定성분  $w_r(t)$ 의 합

$$w(t) = w_p(t) + w_r(t) \quad (1)$$

로 주어 진다고 가정한다.

여기서  $w_p(t)$ 는 人間의 日常生活 및 公業 산업계의 활동이 24시간을 1週期로 하여 어떤 規則의 변동을 하고 있는 점을 고려한 것으로, 이는 가설에 의거한 確定過程을 나타낸다. 日負荷曲線의 準周期성분인  $w_p(t)$ 를 時系列함수로 나타낸다면

$$w_p(t) = x_p^0 + \sum_{k=1}^{n_p} \left\{ x_p^k \sin \left( \frac{2\pi k}{24} t \right) + x_p^{n_p+k} \cos \left( -\frac{2\pi k}{24} t \right) \right\} \quad (2)$$

로 주어 진다. 지금

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12} \quad (3)$$

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ \sin \omega_0 t \\ \sin 2\omega_0 t \\ \vdots \\ \sin n_p \omega_0 t \\ \cos \omega_0 t \\ \cos 2\omega_0 t \\ \vdots \\ \cos n_p \omega_0 t \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$X_p = \begin{pmatrix} x_p^0 \\ x_p^1 \\ x_p^2 \\ \vdots \\ x_p^{n_p} \\ \dots \\ x_p^{n_p+1} \\ \vdots \\ x_p^{2n_p} \end{pmatrix} \quad (5)$$

라 하면 식(2)는

$$w_p(t) = \Phi^T(t) X_p \quad (6)$$

단  $t$ 는 시간을 표시함

와 같이 쓸 수 있다.

여기서  $X_p$ 는 電力負荷의 特性에 의해서 결정된다. 즉 베타  $X_p$ 의 次元  $2n_p+1$ 의  $X_p$ 의 值와  $x_p$ 의 각 成分들의 值은 週에 따라 어떤 주기적인 再조정이 이루어져야 하겠으나 문제의 복잡성을 피하기 위하여 우선 一定베타로 가정한다. 이를 一定베타로 보지 않고 변수로 보는 경우 同定技法에 의해 결정하는 문제는 추후 취급하기로 한다. 실제의 電力負荷는 주기成分  $w_p(t)$ 와 일치하는 경우란 있을 수 없으며, 温度, 습도, 降雪 및 기타 여러 가지 因子 즉 日氣因子들의 영향으로 인한 不規則적인 負荷變動分인  $w_r(t)$ 가 중첩되어 종재하게 된다. 이러한 日氣변수는 수용가들의 영역과 電力會社에 따라  $w_r(t)$ 에 미치는 영향이 다르지만 가장 큰 영향력

을 가진 변수로서 온도를 들수있다. 즉 여름에는 溫度 T의 상승은 負荷의 증가를 초래하지만 반대로 겨울에는 감소한다. 溫度와 습도는 電力負荷영역에서 비교적 均等分布되어 있고 주기적인 측정등이 쉽게될 뿐만 아니라 氣象所로부터 그 데이터들을 얻을 수 있음으로 문제의 복잡성을 피하기 위하여 溫度만을 고려한다.

$w_s(t)$ 模型은 正常負荷特性을  $w_r(t)$ model은 正常負荷에서 벗어난 偏差分 즉 不規則分을 규정함으로 正常溫度分布曲線을  $T_s$ , 실제溫度分布曲線을  $T_r$ 라하면 不規則負荷인  $w_r(t)$ 에 대한 入力  $u(T_a, T_n)$ 는 그림 1과 같이 선정된 時間時區間에 대해서  $\Delta T = |T - T_n|$ 로 주어지는 溫度偏差가 된 것이다.

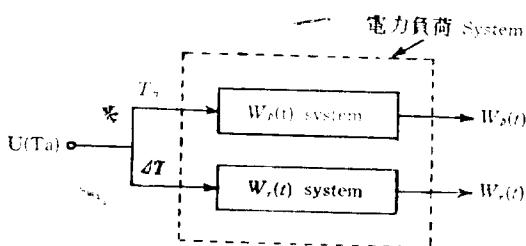


그림 1. 不規則電力負荷와 溫度  
Fig. 1. Random component and temperature.

Heinemann<sup>13</sup>은 부하에 미치는 溫度效果가 순간적이 아니라 최대 48시간까지의 時定數가 있음을 밝혔다. 이러한 사실은 각종 펠팅의 熱容量에 기인함과 동시에 電力負荷의 구성요소들이 動的特性를 갖고 있음을 암시한다.

즉 그림 1에서와 같이  $u$ 와  $w_r(t)$ 를 線型動離散電力負荷 system의 入力과 出力이라고 가정한다면

$$w_r(t) = \sum_{i=1}^n a_i w_r(t-i) + \sum_{j=0}^m b_j u(t-j) \quad (7)$$

와 같이 표시할수 있겠으며  $a_i, b_j$ 는 常數이고 이러한 模型의 次元인  $n$  및  $m$ 은 實질적인 테이터에 의거 同定技法에 의해서 결정해야한다.

한편 식(7)은 일종의 確定模型으로 주어졌으나 실지에 있어서 온도변화의 외에 각종 不確定因子 또는 온도 자체의 不確定性때문에 식(7)에 대포된 實質적인 不規則成分의 예측에는 많은 오차가 대포하게 된다. 따라서 不確定因子를 보상할 確率成分  $r(t)$ 를 식(8)와 같이 부가시킨다. 즉

$$w_r(t) = \sum_{i=1}^n a_i w_r(t-i) + \sum_{j=0}^m b_j u(t-j) + r(t) \quad (8)$$

단  $r(t)$ 는

$$E[r(t)] = 0 \quad \forall t$$

$$E[(r(t)r(\tau))] = \begin{cases} R_r(t-\tau) : Vt, \tau \\ 0 : |t-\tau| \geq T_c \end{cases}$$

을 만족하는 相關過程이고  $E$ 는 기대치임.

지금 現의상  $r(t)$ 를 白色過程  $Z(t)$ 의 動平均(moving average)

$$r(t) \approx \sum_{k=1}^p d_k Z(t-k) \quad (9)$$

로서 근사적으로 나타낸다. 여기서

定係數  $d_k (k=1, 2, \dots, p)$ 는

$$E[Z(t)] = 0$$

$$\text{및 } E[Z(t)Z(z)] = 0 : \forall t \neq z$$

$$= Q : t = z$$

인 관계를 만족하도록 선정한다.

만일  $r(t)$ 와  $Z(t)$ 가 가우스分布라고 하면  $r(t)$ 와

$$\sum_{k=1}^p d_k Z(t-k)$$

는 동일한 確率分布가 되며 식(9)의 左右邊이一致하는 경우에는

$$\begin{aligned} R_r(t-\tau) &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p d_i d_j E\{Z(t-i)Z(\tau-j)\} \\ &= \sum_{j=1}^p d_{j+t-\tau} - zQ \end{aligned} \quad (10)$$

식(7), (8), (9) 및 (10)에 의하여 電力負荷의 不規則成分에 관한  $u$ 와  $w_r(t)$ 와의 관계는

$$\begin{aligned} w_r(t) &= \sum_{i=1}^n a_i w_r(t-i) + \sum_{j=0}^m b_j u(t-j) \\ &\quad + \sum_{k=1}^p d_k w(t-k) \end{aligned} \quad (11)$$

로 주어진다. 즉 식(11)은 不規則成分인  $w_r(t)$ 를 確率過程까지 확장시킨 數學的模型이다.

이상의 결과를 상태공간 模型으로 변형하면 다음과 같다.

$$X_p(t+1) = X_p(t) \quad (12)$$

$$X(t+1) = AX(t) + Bu(t) + DZ(t) \quad (13)$$

$$W(t) = \phi^T(t) X_p(t) + C^T x(t) + B_u(t) \quad (10)$$

단

$X_p(t)$ 는 週期性負荷의 상태벡터,  $X(t)$ 는 不規則性負荷의 상태벡터이고, 계수  $A, B, D$  및  $C$ 는

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ a_n & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 + q_1 b_0 \\ b_2 + q_2 b_0 \\ \vdots \\ b_n + q_n b_0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

로 주어진다.

電力수요의 정확한 예측을 위해서는 週日에 따라 각각 다른 模型을 가져야 한다. 이 사실은 계수  $A, B, D, C$  및  $Q$  등이 해당 기간의 종말에 가서 새로운 定數로 변환하는 계수가 되어야 함을 의미하고 負荷의 상태공간 모형은 時變시스템임을 의미한다. 따라서 電力負荷豫測을 위한 상태벡터  $\hat{X}(t)$ 는

$$\hat{X}(t) = \begin{pmatrix} X_p(t) \\ X(t) \end{pmatrix} \quad (15)$$

로 주어지며  $\hat{X}(t)$ 의 결정과 미래 입력  $u$ 의 정보로 부터 식(14)에 의해서 전력수요  $W(t)$ 를 완전히 결정할 수 있다.

### (3) 負荷豫測技法

지금  $X(t)$ 의 기대치를  $\hat{X}(t)$ 으로 표시하면

$$E[X(t)] = \hat{X}(t) \quad (16)$$

$$E[\omega(t)] = \hat{W}(t) \quad (17)$$

와같이 되어, 식(12, 13) 및 (14)는

$$X_p(t+1) = X_p(t) \quad (18)$$

$$\hat{X}(t+1) = A\hat{X}(t) + Bu(t) \quad (19)$$

$$Z(t) = \phi^T(t)X_p(t) + C^T\hat{X}(t) + B_u(t) \quad (20)$$

가 된다. 한편 상태推定誤差 分散 및 負荷推定誤差分散을 각각  $\text{Var}[X(t)]$  및  $\text{Var}[W(t)]$ 라하면

$$\text{Var}[X(t)] = E[(X(t) - \hat{X}(t))(X(t) - \hat{X}(t))^T] \quad (20)$$

$$\text{Var}[W(t)] = E[(W(t) - \hat{W}(t))^2] \quad (21)$$

가 되므로

$$\text{Var}[X(t+1)] = A\text{Var}[X(t)]A^T + DQD^T \quad (22)$$

및

$$\text{Var}[W(t)] = C^T\text{Var}[X(t)]C \quad (23)$$

인 관계가 성립한다.

한편 우리가 관측하는 負荷  $W(t)$ 는  
항상

$$W(t) = \phi^T(t)X_p(t) + C^T\hat{X}(t) \quad (24)$$

로 주어지므로  $X(t)$ 의 推定值를  $\hat{X}(t)$ 로 하는 대신에  
先驗기대치로 써

$$\hat{X}(t) = E[X(t) | W(t); n \leq t] \quad (25)$$

와 같이 정의함으로써 이용가능한 모든 관측의 관측치를 이용할 수 있으며 식(25)의 誤差共分散  $\text{Cov}[\hat{X}(t)]$ 는 노이즈  $Z(t)$ 가 가우스分布일 때 최소<sup>(14)</sup>가 된다. 그러나 실제 경우에는 가우스分布란 가정이 성립하지 않으므로  $\hat{X}(t)$ 를 주어진  $W(n)$ 에 대해서

$$\text{Cov}[\hat{X}(t)] = E[(X(t) - \hat{X}(t))(X(t) - \hat{X}(t))^T] \\ W(n) : n < t \quad (26)$$

가 최소가 되는  $X(t)$ 의 線型推定으로 정의한다. 이상의 결과로부터 誤差共分散의 전파를 고려<sup>(15)</sup>한 상태推定시스템은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \hat{X}(t+1) &= A\hat{X}(t) + Bu(t) + g(t+1) \\ &[W(t+1) - \hat{W}(t+1)] \end{aligned} \quad (27)$$

단

$$\begin{aligned} \hat{W}(t+1) &= CT[A\hat{X}(t) + Bu(t)] + B_u(t+1) \\ &+ \phi^T(t+1)X_p(t+1) \end{aligned}$$

$$g(t+1) = S(t+1)C[C^TS(t+1)C]^{-1}$$

$$S(t+1) = AP(t)A^T + DQD^T$$

$$\begin{aligned} P(t+1) &= S(t+1) - S(t+1)C[C^TS(t+1)C]^{-1} \\ &(t+1)C]^{-1}C^TS(t+1) \end{aligned}$$

그림 2는 이들 상태推定 시스템을 위한 負荷블론크圖이다.

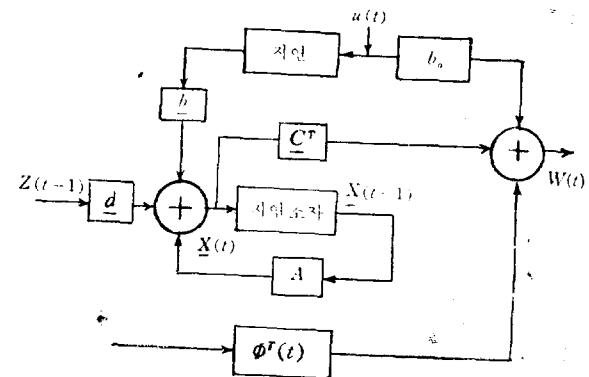


그림 2. 線型推定을 위한 確率的 負荷시스템

Fig. 2. Stochastic power load system for linear estimation.

그림 3은 부하상태벡터의 推定시스템을 나타낸다.

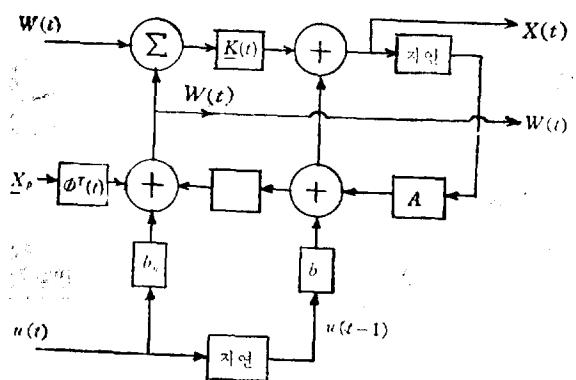


그림 3. 부하상태 벡터의 推定

Fig. 3. Estimation of power state vector.

### 3. 結論

電力負荷의 模型과 線型推定을 위한 해석적 구조를 밝혔다. 즉

1. 電力負荷를 24시간 주기로한 주기성분과 비주기적 確率성분의 두가지로 나누므로써 실제전력부하의 구조를 명백히하였고
2. 電力부하의 상태 베타를 線型推定하기 위한 推定子의 해석적구조를 밝힘으로써 각종 계수  $A, B, D, C$  및  $Q$ 에 不確定성이 포함할경우 이를 해석하기 위한 그 기초과정을 확립하였다.
3. 실제데이터와 同定技法을 이용하여  $A, B, C, D$  및  $Q$ 를 결정하는 문제 및  $u$ 에 不確定性으로 인한 오차가 포함할 경우의 상태 推定처리 문제는 추후 발표할려고 한다.

앞으로 본연구는 1972년도 문교부 연구조성비의 도움으로 이룩하였음을 밝힌다.

### 참 고 문 헌

- (1) G.T. Heinemann et al, "The Relationship Between Summer Weather and Summer Loads-A Regression Analysis", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-85, No. 11, Nov. 1966, pp. 1144~1154.
- (2) R.G. Brown, Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series, Prentice-Hill, Englewood Cliffs, New Jersey 1950.
- (3) R.G. Hooke, "Forecasting the Demand for Electricity," AIEE Trans., Vol. 74 part III, pp. 993~1008, 1955.
- (4) P.D. Matthewman et al, "Techniques for Load Prediction in the Electricity-Supply Industry", Proc. IEE. Vol. 115, No. 10, October 1968. pp. 1451~1458.
- (5) K.N. Stantan, P.C. Gupta, "Forecasting Annual or Seasonal Peak Demand in Electric Utility Systems", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-89, No.5/6, May / June 1970, pp. 951~959.
- (6) W.R. Christianee, "Short-term Load Forecasting Using General Exponential Smoothing", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-90, No.2, March/April 1971, pp. 900~911.
- (7) E.D. Farmer, "A Method of Prediction for Non-stationary Processes and its Application to the Problem of Load Estimation," Trans. IFAC. 1963, pp. 47~54.
- (8) Hideo Nakamura et al, "On line Load Prediction Techniques for Automatic Load-Dispatching System," Proc, SICEEE 1970,
- (9) Gupta, "Adaptive Forecasting of Hourly Loads Based on Load Measurements and Weather Information," IEEE Trans. Vol. PAS-90, No.3 1971. pp. 1757~1767.
- (10) P.C. Gupta, "A Stochastic Approach to Peak Power Demand Forecasting in Electric Utility Systems," IEEE Trans, Vol. PAS-90, No. 2 1971. pp. 824~832.
- (11) 宮本, 小池, "直交多项式による負荷曲線の適應的豫測方式", 日本電氣學會誌, 1970年 7月 pp.1424~1432.
- (12) P.C. Gupta, K. Yamada, Adaptive Short-Term Forecasting of Hourly Loads Using Weather Information," IEEE Trans, Vol-91. 1972, pp. 2085~2094.
- (13) Papoulis: Propability, Random Variables and Stochasili Process, McGraw-Hill. 1965
- (14) Van Trees; Detection, Estimation, and Modulation Theory Part I, II, III, John Wiley. 1968
- (15) Jazwinski,Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, 1970.