節點이 部分 剛接合인 架構의 應力解析에 關한 歷史的 考察 2

金 亨 杰

이제 節點이 部分剛接合인 部材에 對하야 仝氏가 構成한 部材剛性 Matrix로 부터 材端모우먼트 M과 兩端에서의 節點回轉角 θ 및 部材回轉角 R과의 關係式을 끌어 내여보면 다음과 같이 된다.

$$M_{AB}=4EK\frac{3k_A+4k_Ak_B}{2k}\theta_A+2EK\frac{2k_Ak_B}{k}\theta_B+6EK\frac{k_A+2k_Ak_B}{k}R$$

$$=\frac{2EKk_A}{k}\{(3+4k_B)\theta_A+2k_B\theta_B+3(1+2k_B)R\}$$

$$M_{BA}=\frac{2EKk_B}{k}\{(3+4k_A)\theta_B+2k_A\theta_A+3(1+2k_A)R\}$$

但 $k=2(1+k_A)(1+k_B)-\frac{1}{2}$

이제 $\gamma=Z=\frac{1}{\epsilon}=\frac{1}{JE}=\frac{1}{4EKk}$ 및 $\alpha=2EK\gamma$라는 關係로 부터 $k=\frac{1}{2\alpha}$라는 關係가 얻어지므로 위式에 $k_A=\frac{1}{2\alpha}$및 $k_B=\frac{1}{2\beta}$를 代入하여 보기로 하자. 爲先

$$k=2(1+\frac{1}{2\alpha})(1+\frac{1}{2\beta})-\frac{1}{2}=\frac{1}{2\alpha\beta}(1+2\alpha+2\beta+3\alpha\beta)$$

$$3k_A+4k_Ak_B=\frac{3}{2\alpha}+\frac{4}{2\alpha2\beta}=\frac{3\beta+2}{2\alpha\beta}$$

$$2k_Ak_B=\frac{1}{2\alpha\beta}$$

$$k_A+2k_Ak_B=\frac{1}{2\alpha}+\frac{2}{2\alpha}\cdot\frac{1}{2\beta}=\frac{\beta+1}{2\alpha\beta}$$

로 되므로 이들을 代入하면 上記 兩式은

$$M_{AB}=\frac{2EK}{1+2\alpha+2\beta+3\alpha\beta}\{(3\beta+2)\theta_A+\theta_B-3(\beta+1)R)\}$$

$$M_{BA}=\frac{2EK}{1+2\phi+2\beta+3\alpha\beta}\{(3\alpha+2)\theta_B+\theta_A-3(\alpha+1)R\}$$

로 되어서, 結局 B. Johnston과 E. H. Mount 兩氏가 誘導한 式과 一致하게 됨을 안다.

Steeve R. Lionberger와 William Weaver, Jr. 兩氏는 1969年에 發表한 論文[11]에서 節點部分剛接合인 架構의 動的應答의 解析에서 다음과 같이 取扱하였다.

節點이 部分剛接合인 架構가 荷重에 抵抗하는 能力은 部材自體의 性質에 依해서 보다도, 오히려 接合의 剛性과 그 性質에 依하여 決定된다고 하고, 또 接合은 回轉에 對하여 Flexible하다고 假定하였다. 그리고 接合端에 있어서 Action-Displacement關係를 나타내는 曲線은 非線形이므로 Step-by-

Step method를 適用하여, 全體로서의 非線形擧動을 짧은 區間에 있어서의 線形擧動으로 解析하고 그 總和를 求하므로서 解決하였다.

材端에서의 部分剛接合을 兩材端에서의 Stiffness가 各各 S_{cj} 및 S_{ck}라는 回轉하는 Spring으로 나타내고 彈性支持된 보의 支點變位의 問題로 取扱하여 解析하므로서, 材端모우먼트의 式을 誘導하였다. 即可撓接合으로 나타낸 回轉하는 Spring을 彈性支持의 支點으로 取扱하였다.

兩氏가 構成한 剛性 Matrix로 부터, 部材 AB에 對하여 材端剛域을 생각치 않고, 載荷가 없을 境遇의 M_{AB}와 M_{BA}의 式을 導出하여 보면 다음과 같이 된다.

$$M_{AB}=\frac{2EI}{L}\,\frac{1}{e}(2e_{3k}\theta_A+\theta_B+3e_{2k}R) \qquad e_{2k}$$

$$M_{BA}=\frac{2EI}{L}\,\frac{1}{e}(2e_{3j}\theta_B+\theta_A+3e_{2j}R)$$

但上式에서 R은 部材 AB의 回轉角을 나타내고 또

$$e=12e_j\,e_k+4(e_j+e_k)+1$$

$$e_{2j}=2e_j+1. \qquad e_{2k}=2e_k+1,$$

$$e_{3j}=3e_j+1, \qquad e_{3k}=3e_k+1,$$

$$e_j=\frac{EI}{LS}, \qquad e_k=\frac{EI}{LS_{ck}} \text{ 이다.}$$

그렇게 하면 節點이 完全剛接合일 때에는, $S_{cj}\rightarrow\infty$ 및 $S_{ck}\rightarrow\infty$로 생각할 수 있고, 따라서 $e_j\rightarrow 0$ 및 $e_k\rightarrow 0$로 될 것이기 때문에 $e=e_{2j}=e_{2k}=e_{3j}=e_{3k}=1$로 되어서 材端모우먼트의 式은 節點이 完全剛接合인 普通境遇의 式과 一致하게 된다.

이제 節點에 加해진 모우먼트를 M이라 하고 이것에 應하는 보材端의 기둥에 對한 相對的回轉角을 ϕ라 하면 이때에는 部分剛接合材端을 Stiffness가 S_c인 Spring으로 나타내였으므로 M과 ϕ의 關係는 $M=S_c\phi$로 나타내져야 될 것이다. 이 關係를 R.K. Livesley는 $M=4EKk\phi$로 나타내어 있으므로 S.R. Lionberger氏의 Spring의 Stiffness S_c와 R.K. Livesley氏의 k와의 關係는 $S_c=4EKk$로 된다. 이제 S.R. Lionberger氏의 材端모우먼트式에 $S_{cj}=4EKk_A$ 및 $S_{ck}=4K\sum k_B$를 代入하여 보건대, 爲先

$$e_j=\frac{EK}{S_{cj}}=\frac{EK}{4EKk_A}=\frac{1}{4k_A}$$

$$e_k=\frac{1}{4k_B}$$

$$e=\frac{12}{16k_Ak_B}+4\left(\frac{1}{4k_A}+\frac{1}{4k_B}\right)+1=\frac{3+4(k_A+k_B)+4k_Ak_B}{4k_Ak_B}$$

$$e_{2j}=\frac{2}{4k_A}+1=\frac{1+2k_A}{2k_A}$$

$$e_{2k}=\frac{1+2k_B}{2k_B}$$

$$e_{3j}=\frac{3}{4k_A}+1=\frac{3+4k_A}{4k_A}$$

$$e_{3k}=\frac{3+4k_B}{4k_B}$$

와 같이 되므로

$$M_{AB}=\frac{2EK4k_Ak_B}{3+4(k_A+k_B)+4k_Ak_B}\left\{\frac{2(3+4k_B)}{4k_B}\theta_A+\theta_B+\frac{3(1+2k_B)}{2k_B}R\right\}$$

$$=\frac{4EKk_A}{3+4(k_A+k_B)+4k_Ak_B}\{(3+4k_B)\theta_A+2k_B\theta_B+3(1+2k_B)R\}$$

$$M_{BA}=\frac{4EKk_B}{3+4(k_A+k_B)+4k_Ak_B}\{(3+4k_A)\theta_B+2k_A\theta_A+3(1+2k_A)R\}$$

와 같이 되어서 結局 R.K. Livesley氏의 式과 같은 結果가 되고, 따라서 또 B. Johnston과 E. H. Mount 兩氏가 誘導한 一般式과도 一致함을 알 수 있게 된다.

以上 總括하여 B. Johnston과 E.H. Mount 兩氏가 誘導한 一般式이 그 根本을 이루고 있으며 J. C. Rathbun, E. Lightfoot 및 R.K. Livesley와 S.R. Lionberger와 W. Weaver, Jr. 兩氏等 諸氏가 誘導한 式들은, 結局 이 一般式으로 부터 끌어낼 수 있음을 안다. 이것은 節點이 部分剛接合인 境遇, Slope-Deflection Equation을 誘導한 根本原理가 다 같다는 것으로 미루어 至極히 當然하다 하겠다.

그러나 筆者는 먼저 說明에서도 이 基本式 誘導에 있어서 理論에 適合하지 않은 點을 指摘하였거니와, 여기에 再言하면 節點의 剛性을 實驗할 때 他端을 單純支持狀態에 놓고 測定한 값을 部分剛接合狀態의 때에도 그대로 그 값을 使用했다는 것이다. 여기에 筆者는 다른 觀點에서 節點에 있어서의 部分剛接合度의 定義를 筆者 나름으로 하여 가지고 純理論에 立脚하여 節點이 部分剛接合인 境遇에 材端모우먼트式을 誘導하여 가지고 軟節架構의 應力解析法을 窮明한바 있다.

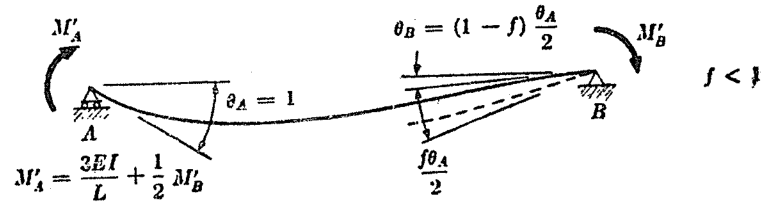

Fig. 1.6

J. Sterling Kinney氏는 1957에 發刊된 그의 著書 "Indeterminate Structural Analysis"[26] 에서 節點이 部分剛接合인 架構의 應力解析을 모우먼트 分配法을 써서 行하는 方法을 講究하고 또한 例題를 보여 주었다.

Fig. 1. 6에 있어서 單純支持된 狀態의 보 AB를 생각하여 A端에 時計침 方向으로 θ_A라는 材端回轉角을 일으키는 모우먼트를 作用시켰다고 하면, B端의 回轉角은 反時計침 方向으로 $\frac{1}{2}\theta_A$가 될 것이다. 그런데 지금 B端은 部分剛接合度가 f_B인 部分固定端이라 하면, B端의 實際의 回轉角 θ_B는 反時計침 方向으로 $\theta_B=(1-f_B)\frac{\theta_A}{2}$가 되지 않으면 안된다. 即 單純支持인 B端에는 時計針 方向으로 $f_B\frac{\theta_A}{2}$라는 材端回轉角을 일으키는 모우먼트 M_B를 作用시킨 것과 같은 結果가 된다. 但 이때 A端의 回轉角은 θ_A를 그대로 유지하기 爲하여 A端에는 $\frac{1}{2}\ \frac{2EI}{L}f_B\theta_A$만한 모우먼트가 追加되어 있다고 생각해야 될 것이다. 이와같이 하여 A端과 B端의 모우먼트를 計算하면 各各 다음과 같이 된다.

$$M_B=\frac{4EI}{L}\frac{f_B}{2}\theta_A=\frac{2EIf_B}{L}\theta_A$$

$$M_A=\frac{3\mathrm{EI}}{\mathrm{L}}\theta_A+\frac{1}{2}\frac{2EIf_B}{\mathrm{t}}\theta_A=(3+f_B)\frac{EI}{t}\theta_A$$

그렇게 하면 A端부터 B端으로에 到達率은

$$\frac{M_B}{M_A}=\frac{2EIf_B/t}{(3+f_B)(EI/L)}=\frac{2f_B}{3+f_B}$$

또 A端에 있어서의 Stiffness는

$$\frac{M_A}{\theta_A}=(3+f_B)\frac{EI}{L}$$

로 되어 이것은 B端이 完全固定인 境遇의 값 即 $\frac{4EI}{L}$에 比較하면 그 값의 $\frac{3+f_B}{4}$倍에 該當하게 되는 것이다. 다음에 A端의 部分剛接合度가 f_A인 境遇 A端에 있어서의 相對的 Stiffness는 $\frac{f_A(3+f_B)}{4}$ $\frac{1}{L}$로 될 것이고 또한 이것을 써서 分配率이라든가 到達率도 計算할 수 있을 것이다.

다음에 兩材端의 部分剛接合度가 各各 f_A 및 f_B인 AB材의 材端에 있어서의 部分固定端모우먼트는 如何한가 하면 이것은 兩端이 完全固定인 境遇의 F.E.M.를 各各 $C_{AB}{}^0$ 및 $C_{BA}{}^0$라 하고 다음과 같이 하여 求하여진다. 爲先 B端에 있어서의 f_B의 影響을 考慮하여 B端에 $(1-f_B)C_{BA}{}^0$라는 모우먼트를 $C_{BA}{}^0$와 反對方向으로 作用시킨다. 그렇게 하면 A端으로의 到達모우먼트는 $\left(\frac{2f_A}{3+f_A}\right)\times(1-f_B)$ 로 된다. 같은 생각으로 A端의 f_A에 依한 影響을 考慮하여 이번에는 A端에 $C_{AB}{}^0$와 反對 方向으로 모우먼트 $(1-f_A)C_{AB}{}^0$를 作用시킨다. 그렇게 하면 이때에 B端으로의 到達모우먼트는 $\left(\frac{2f_B}{3+f_B}\right)(1-f_A)C_{AB}{}^0$로 된다. 그와 같이 하여 A端과 B端에 있어서의 部分固定모우먼트 C_{AB}와 C_{BA}는 各材端에 있어서 各各 세 境遇의 값을 合하므로써 求하여지고 各各 다음과 같이 된다.

$$C_{AB}=f_AC_{AB}{}^0+\left(\frac{2f_A}{3+f_A}\right)(1-f_B)C_{BA}{}^0$$

$$C_{BA}=f_BC_{BA}{}^0+\left(\frac{2f_B}{3+f_B}\right)(1-f_A)C_{AB}{}^0$$

4. 結　言

鐵骨架構의 部材接合部나, 節點에 關하여 過去에 行하여진 그 剛性試驗 結果를 보면 相當한 可撓性이 있음을 알 수 있다. 따라서 應力解析을 할 때에, 完全剛接合으로 假定하고 한다면 어지간한 誤差가 생길 것이고 그렇다고 完全剛으로 接合部를 製作하는 技術的인 問題도 있겠거니와, 設令 可能한 方法이 있다 하드레도 其製作費用이 커질 것이다. 그렇다면, 不得已 部分剛接合으로 하여 좀더 合理的인 應力解析과 設計를 해야될 것이다. 또 그렇게 하므로서, 15% 乃至 20% 程度의 材料도 節約될 수 있다고 過去의 研究가 既히 指摘하고 있다. 그리하여 節點이 部分剛接合인 鐵骨架構의 應力解析에 關한 過去의 研究를 Review하였다. 그러나 이들 研究에서도 筆者가 이미 指摘한 바와 같이 完全히 理論에 맞지 않는다는 點도 있다. 여기서 筆者는 節點의 部分剛接合度라는 것을 定義하고 그 定義에 立脚하여 좀더 合理的인 軟節架構의 應力解析法을 窮明한 바 있으나 紙面關係로 다음 機會에 미루기로 한다.

参 考 文 献

1. Batho, C., and Rowan, H. C.,

"Investigations on Beam and Stanchion Connections," Second Report, Steel Structures Research Committee, Dept. of Scientific and Industrial Research of Great Britain. H.M. Stationery Office, London 1934. pp. 61～137.

2. Baker, J. F.,

"The Stress Analysis of Steel Building Frames," Second Report, Steel Structures Research Committee, Dept. of Scientific and Industrial Research of Great Britain, H.M. Stationery Office, London, 1934, pp. 200~241.

3. Brandes, J.L.,, and Mains, R.M.,
"Reports of Tests of Welded Top-plate and Seat Building Counections,"
Jr. AWS, Welding Research Supplement Vol. 23, March, 1944, pp. 146~165.

4. Hechtman, R.A., and Johnston, B.G.,
"Riveted Semi-Rigid Beam-to-Column Connections,"
Progress Report No. AISC, 1,Committee on Steel Structures Research, Nov. 1947.

5. Johnston, B.G., and Mount, E.H.,
"Analysis of Building Frames With Semi-Rigid Connections,"
Trans., ASCE, Vol. 107, 1942, pp. 993~1018.

6. Lionberger, S.R.,
"Statics and Dynamics of Building Frames With Nonrigid Connections," thesis presented to Stanford University at Stanford, Calif., in April, 1967, in partial fulfillment of the require-ments for the degree of Doctor of Philosophy.

7. Munse, W.H., Bell, W.G., and Chesson, E. Jr.,
"Behavior of Riveted and Bolted Beam-to-Column Connections,"
Trans., ASCE, Vol. 126, Part II, 1961, pp. 729~749.

8. Rathbun, J.C.,
"Elastic Properties of Riveted Connections," Trans., ASCE, Vol. 101, 1936, pp. 524~563.

9. Johnston, B,G., and Mount, E.H.,
"Designing Welded Frames for Continuity," the Welding Journal, Vol. 18, No. 10, October, 1939.
Welding Research Supplement. pp. 355-s-374-s.

10. Johnston, B.G and Hechtman, R.A.,
"Design Economy by Connection Restraint," Engineering News-Record, Vol. 125, No. 15 October10, 1940, pp. 484~487.

11. Lionberger, S.T., and Weaver, W.Jr.,
"Dynamic Response of Frames With Nonrigid Connections," J, ASCE, Vol. 95, No. EMI, February, 1969, pp. 95~114.

12. Baker, J.F.,
"Method of Stress Analysis," the First Report of the Steel Structures Research Committee, Dept. of Scientific and Industrial Research of Great, Britain, p. 179, Second Report, p.200.

13. Johnston, B.G., and Green, L.F.,
"Flexible Welded Angle Connections,"
J. AWS, October, 1940. pp. 402~405-s.

14. Lyse I., and Gibson, G.J.,
"Welded Beam-Column Connections,"
J, AWS, Research Suppl., pp. 34~40, Vol. 15, No. 10, October 1936. and pp. 2~9 Vol. 16. No. 10, October 1937.

15. Lyse, I., and Schreiner, N.G.,
"An Investigation of Welded Seat Angle Connections," J. AWS, 14(2),

Research Suppl., 1~15(February, 1935)

16. Johnston, B.G., and Deits, G.R.,
"Tests of Miscellaneons Welded Building Connections," September, 1941.

17. Lawson, H.,
"The Design of Welded Seat angle Connections,"
J. AWS, Vol, 14, No. 6, p. 23, 1935.

18. Wilson, W.M.,
"Tests to Determine the Feasibility of Welding the Steel Frames of Buildings for Complete Continuity,"
J. AWS, Vol. 15, No. 1, pp. 28~38, 1936,.

19. Lyse, I., and Mount, E.H.,
"Effects of Rigid Beam-Column Connections on Column Stresses,"
J, AWS, Vol. 17, No. 10, pp. 25~31, 1938.

20. Wilson, W.M., and Moore, H.F.,
"Tests to Determine the Rigidity of Riveted Joints of Steel Structures," University of Illinois Bulletin No. 104, 1917.

21. Young, C.R., and Jackson, K.B.,
"The Relative Rigidity of Welded and Riveted Connections," Canadian Journal of Research, Vol. 11, p. 62, 1934.

22. Wilson, W,M., and Maney, G.A.
"Wind Stresses in the Steel Frames of Office Buildings," Bulletin No. 80 Engineering Experiment Station, University of Illinois, 1915.

23. "The Analysis of Engineering Structures," by Pippard, A.J.S., and Baker, J.F. Longmans, Green and Co., New York, N.Y., 1936.

24. 江上外人：軟節剛材鎖理論
日本建築學會論文報告集 第127號 昭和41年 9 月

25. 江上外人：軟節理論ー軟節架構の解法 (1)
日本建築學會論文報告集 第181號 昭和46 年

26. "Indeterminate Structural Analysis," by Kinney, J. S., Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1957.

27. "Moment Distribution," by Lightfoot, E., Wiley, New York, 1961.

28. "Matrix Methods of Structural Analysis,"by Livesley, R.K., Mcmillan Company, New York, 1964.

29. "Design of Steel Structures," by Gaylord, E.H., Mcgraw-Hill Book Company, Inc. 1957.

30. "Statically Indeterminate Frameworks," by Hickerson, T.H., University of North Calorina Press, 1937.

31. "Theory of Modern Steel Structures," by Grinter, L.E., Vol. 2, Mcmillan Co., 1937.

32. Wilson, W.M., Richart, F.E., and Weiss, C., "Analysis of Statically Indeterminate Structures by the Slope-Deflection Method," Bulletin No. 108, Engineering Experiment Station, University of Illinois, 1918.

33. 二見秀雄：構造力學 市ヶ谷出版社 昭和25年.

34. 武藤 淸：構造力學の應用 (耐震設計シリズ～5)九善, 昭和42年.