# 地下水系의 電氣 類似模型

韓　　植　　相
<正會員・水公試驗研究所>

<目　　次>



## 1. 序　　言

一個 帶水層에서 地下水를 採水할때 帶水層內에 賦存된 地下水가 어떤 형태로 흐르며 特히 이때 發生하는 地下水位降下에 關한 資料는 우리들이 알고저 하는것 중에서 가장 重要한 地下水文 因子라 할 수 있다. 一般的으로 이러한 諸般因子를 알아보기 위해서는 帶水層에 設置한 井戶로부터 直接 地下水를 採水하여 採水가 帶水層에 미치는 影響을 直接 分析하는 것이 가장 좋은 方法이다. 그러나 만약 一定한 率로 地下水를 採水할 때 지금부터 50年後에 帶水層에 對해 미칠 영향을 測定키 爲해서, 50年間 地下水를 뽑아내고 그 때에 가서 그 効果를 測定하기에는 너무나 長時日의 時間과 막대한 經費가 所要될뿐만 아니라, 時期的으로 너무 늦게 그 結果値를 얻게된다.

종래에는 많은 地下水系를 數學的인 方法에 依해 이들을 分析했으며, 數式을 利用하여 簡單한 地下水의 開發量, 그 採水率, 地下水 採水가 系에 미치는 影響, 地下水系의 水文學的인 性格, 형태 및 그 규모를 서술할 수 있었다.

그러나 우리들이 對象으로 하는 地下水系가 複雜해지면 複雜해질수록 數學的인 表現方法도 따라서 복잡해지고 이를 分析하는데도 보다 長時間이 所要 될뿐만 아니라, 이러한 數學的인 表現方式도 어느 限度以上은 地下水系를 더 以上 明確하고 細密하게 表現하기가 不可能하게 되었다. 이로서 地下水 水文學者들 사이에는 그들이 研究하고 있는 地下水系의 諸般問題를 보다 쉽게 理解하고 分析할 수 있는 方法을 모색하게 되었다.

즉 마치 造船技術者들이 建造될 大型船의 諸般性質을 研究하기 爲해 小型탱크속에 小型 模型船을 만들어 이를 연구하던가 댐技術者들이 댐模型을 만들어 그의 水理試驗을 施行하듯이 地下水 水文學者들도 地下水系의 模型을 製作하여 數學的으로 分析키 어려운 종래의 분석방법을 개선하기에 이르렀다.

特히 帶水層內에서 地下水의 흐름은 一定 導體內에서 熱흐름이나 電導體에서 電氣의 흐름과 매우 類似하므로 地下水系의 諸般特性을 電氣흐름의 諸因子로 바꾼, 類似模型을 利用하여 쉽게 地下水系를 理解할 수 있게 되었다.

이와같이 지난 數10年동안 所爲 地下水系의 電氣類似模型法이 識者들간에 研究 및 開發이 되므로서 종전에 他方法으로는 너무나 어렵고 長期間의 時日이 所要되는 地下水文 關係를 評價함에 큰 도움을 주게 되었다. 뿐만 아니라 複雜하게 表示된 地下水 흐름에 關한 偏微分 方程式의 取扱과 初期 技術者들이 地下水 흐름을 簡單한 算術式으로 表現키 爲해 使用하던 諸般 假定들이 不必要하게 되었다.

故로 여기서 筆者는 主로 地下水系의 類似模型中 電氣 抵抗網(R—C 망)을 利用한 類似 模型法만을 簡單히 紹介코저 한다. 地下水系에서의 地下水 흐름과 1個導體內에서의 電子의 흐름 사이의 類似性을 알아보기 爲해서는 먼저 그들사이의 基礎的인 物理, 數學的인 關係를 알아야만 한다.

## 2. 原　理

質量 및 에너지 保存法則이 大部分의 物理學 分野에서 基本原理가 되어 있듯이, 이러한 關係가 各 物理系 사이의 類似性에도 基礎를 이루고 있다.

一般的으로 正常狀態(STEADY STATE)란 電氣學에서 抵抗 單子網(Resistor Net work)의 活動 및 그 物理系가 時間變化에 關係없이 一定함을 意味한다. 즉 어떤 物體가 運動을 하여 變化가 發生한지 充分한 時間이 흐른後 이들이 平衡狀態에 到達했음을 意味한다. 故로 一名 흐름系(Flow system)에서 正常狀態란 모든點에서 모든 變數의 變化率이 0이란 뜻이다. 이를 地下水 흐름에 適用해 보기로 하자. 지금 地下水位(一名 水頭)을 h라하고 그 揚水경과時間을 t라 하면 正常流 狀態下에서는

$$\frac{dh}{dt}=0 \cdots\cdots ①$$

로 表示할 수 있고 다시(Darcy)의 法則에 依해 地下水 흐름에 關한 에너지 방출식은

$$Q=PIA \cdots\cdots ②$$

로 表示된다. 여기서

Q는 地下水 流出量

$P$는 水理 傳導度(一名 透水係水)

$I$는 地下水位의 動水 傾斜

$A$는 地下水가 流出되어나가는 帶水層의 斷面積이다

②式을 다시 Vector로 表示하면

$$\overrightarrow{Q}=-PA\ \mathrm{Grad}\,\vec{h} \cdots\cdots ③$$

양변은 단면적 A로 나누면 $\frac{\overrightarrow{Q}}{A}$는 地下水의 流速이 된다. 故로 ③식은

$$\overrightarrow{V}=-P\frac{\partial h}{\partial s_{(x\cdot y\cdot z)}} \cdots\cdots ④\text{이다.}$$

여기서 $V$ : 地下水의 流速

$h$ : 地下水의 水位

$S$ : $X.Y.$ 및 $Z$ 座標에서 合成成分

상기식에서 萬一 地下水가 非壓縮性이며 非回轉運動을 한다면 上記 地下水는 連續 方程式을 滿足한다. 即

$$\mathrm{Div}\,\overrightarrow{V}=0 \cdots\cdots ⑤$$

$\left(\mathrm{Div}=\frac{\partial}{\partial x}i+\frac{\partial}{\partial y}j+\frac{\partial}{\partial z}k\right.$ 의 operator 이다)

다시 ④식을 ⑤식에 代入하면

$$\nabla^2\overrightarrow{V}=0 \cdots\cdots ⑥$$

$\left(\text{단 } V^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$

로 表示할 수 있는데 ⑥식은 Laplas 方程式으로서 一般流體가 다음 條件을 滿足할때는 상기 ⑥式을 使用할수 있다.

1) 極微少의 空隙을 갖는 帶水層와 同一한 媒質을 通해 流體粒子가 흐를 때.
2) 流體가 非回轉運動을 하며 非壓縮性 일때
3) 粘着 마찰에 依해 流體上에 作用하는 外力이 內力보다 클때.

以上은 地下水가 地下水系에서 흐를때의 一般的인 基礎式이다. 그런데 電氣學에서는 1個媒質內에서 흐르는 電子에 對한 式을 다음과 같이 表示된다. 即 Ohm의 法則에 依하면 電流는 電位差에 比列하고 電氣 抵抗에 反比列 하는데 Ohm 法則을 數式化하면

$$I=\frac{1}{R}V \cdots\cdots ⑦$$

으로 된다. ⑦식을 地下水系에서와 같이 Vector 式으로 表示하면

$$\vec{I}=-\frac{1}{R}\frac{\overrightarrow{\partial v}}{\partial s_{(x\cdot y\cdot z)}} \cdots\cdots ⑧$$

地下水 흐름과 마찬가지로 定常流의 電流흐름에 있어서도 그 連續 方程式은 ⑨내지 ⑩식으로 表示할 수 있다.

$$\mathrm{div}\,\vec{I}=0 \cdots\cdots ⑨$$

$$\nabla^2\overrightarrow{V}=0 \cdots\cdots ⑩$$

여기서 $\vec{I}$ : 전류

$R$는 전기저항

$\overrightarrow{V}$는 두 地點 사이의 電壓(電位差)이다.

지금까지 說明한 諸式들은 포텐샬(potential) 原理에 基礎를 둔 Laplace 連續 方程式으로서 地下水系와 電流系 및 兩系의 定常流 狀態를 記術하는데 相當히 有用하게 使用되는 式들이다. 即 ④식과 ⑧식으로 表示된 Darcy의 法則과 Ohm 法則 사이와 ⑥식과 ⑩식의 連續方程式에서 使用된 各各의 變數는 서로 完全히 對應되는 것들로서 이들 두系가 서로 密接한 흐름系로서의 類似性을 內包하고 있다고 하겠다.

以上은 地下水의 흐름과 電流의 흐름이 定常流일때의 兩系사이의 類似性을 나타낸 것이지만 兩系가 三次元的인 不定流의 狀態에서도 그 類似性을 明白히 찾아볼수 있다.

1950年에 發表된 제이콥(Jacob)의 修正式이라 불리우는 均質, 多孔質, 媒質을 通해 흐르는 被壓 帶水層內에서 흐르는 地下水의 不定流에 對한 式은 ⑪식으로 表示되고

$$\triangle^2 h=\frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t} \cdots\cdots ⑪$$

Kaplus(1958年)의 電流의 不定流式은 다음과 같이 表示되는바

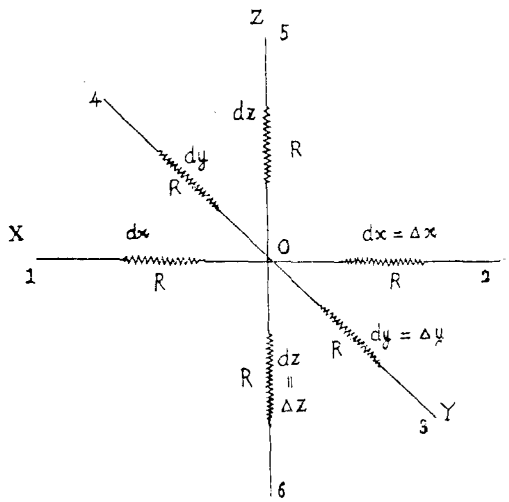
$$\nabla^2 V = RC\frac{\partial v}{\partial t} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ⑫$$

이들 두系의 Laplace 式에서도 우리들은 兩系사이의 類似性을 뚜렷히 찾아 볼수 있는 것이다. 그래서 ⑪식및 ⑫식을 地下水系의 電氣 類似 模型의 基本式이라 한다. 환언하면 상기 두식에서 地下水系의 地下水位 h와 그 저유계수(storage coefficient) s, 및 透水量 係數(Transmissivity) T는 各各 電氣 模型系에서 電位 V, 電氣容量 C 및 電氣抵抗의 逆數인 $R^{-1}$에 서로 對應되어 두系가 相互 類似性을 나타냄을 알 수 있다. 고로 이와 같이 調査 對象으로 하는 地域의 地下水系에 對한 地下水의 水理性을 알고있으면 이를 電氣 模型으로 置換하여 地下水系에 對한 복잡한 조사 연구를 쉽게 시행 할수있다.

### 3. 類似 模型(Analog Model)

R—C(抵抗 및 電氣 容量單子)網의 類似 模型原理는 前述한 바와 같이 Karplus에 依해 가장 널리 硏究 開發되었으나 最近에 와서 지하수 흐름의 諸問題에 대해 R—C 類似 模型을 利用하기 始作한 분은 스톨만(Stallman), 스키비즈크(Skibitzke) 및 왈톤(Walton)과 같은 地下水文 學者들이다. 이들은 地下水系의 R—C 類似模型에서 地下水흐름에 대응되는 전기전류식의 해(解)를 直接 오시로—스콥(Oscilloscope)에서 읽을수 있도록 끔 고안해 냈다.

電氣抵抗 및 容量網은 마치 다공질 매질의 공극을 통해 地下水가 흐를때 地下水가 그 에너지를 소모하듯이 電氣 에너지도 이와 유사하게 소모된다. 故로 前述한 바와 같이 電氣 傳導度는 水理 傳導度와 같은 役割을 하고 帶水層內에서는 地下水가 帶水層의 貯溜係數에 따라 貯溜 되듯이 電荷는 電氣容量 단자에 저장된다. 故로 R—C 類似網에서 電氣容量과 帶水層에서의 貯溜係數와의 사이에는 간단한 關係式을 誘導해낼 수 있다. 또한 帶水層에서 地下水의 水頭(地下水位)는 電子網의 電位에 對應한다. 特히 帶水層에서 地下水의 흐름과 電子網에서 電流흐름에 對한 各各의 微分 方程式을 比較해볼때 그들 사이의 類似性은 더욱 明確히 알수 있다. 만일 帶水層의 全面積이 $\triangle Z=\triangle X=\triangle Y=L$인 等距離를 갖는 無限小의 邊으로 된 網으로 構成되어 있다고 가정하면 數分析(Numerical Analysis)法을 利用하여 地下水 흐름의 부정류 方程式를 다음과 같이 變形시킬수 있다. 即 地下水의 不定流 方程式인 $\triangle^2 h=\frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}$에




제 1 도

서 $\frac{\partial h}{\partial x}=\lim_{\triangle x-10}\frac{\triangle h}{\triangle x}$로 표현 가능하다. 지금 單子網의 各各의 Node가 제 1 도와 같을때

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{h_1-h_0}{\triangle x}-\frac{h_0-h_2}{\triangle x}$$

로 표시 가능하고 $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)$이므로

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=\frac{1}{\triangle x}\left(\frac{h_1+h_2-2h_0}{\triangle x}\right)=\frac{h_1+h_2-2h_0}{\triangle x^2}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}=\frac{h_3+h_4-2h_0}{\triangle y^2}, \qquad \frac{a^2 h}{az^2}=\frac{h_5+h_6-2h_0}{\triangle z^2}$$

으로 표시 할수있고 특히 $\triangle X=\triangle Y=\triangle Z=L$이라면 상기 Laplace 方程式은

$$\sum_{i=1}^{6} h_i-6h_0=\frac{L^3 S'}{mp}\ \frac{\partial h}{\partial t} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

으로 변형시킬수 있다. (단. Z 方向으로 $L=m$이다)

여기서

$m$; 대수층의 두께

$s'$; 効率 比算出率 (單位 水頭變化에 따른 貯溜狀態로부터 直接排出된 것)

$h_0$; 測定 地點에서의 水頭

$h_i$; $h_0$에서 $L$만큼 떨어진 地點에서의 水頭(地下水位)

$L^3$; 帶水層의 體積($m=L$ 수직 方向)

이에 비해 Kirhoff의 電流法則에 의하면 電子網에서는 한개의 電氣容量 단자와 값이 同一한 6個의 抵抗단자를 1個의 0터미날에 연결했을時 Kirhoff의 電流法則에 依해 0노드에서는 $\triangle^2 V=RC\frac{\partial v}{\partial t}$식대신 (14)式으로 表示할 수 있다.

$$V_1+V_2+V_3+V_4+V_5+V_6-6V_0=C\frac{\partial v}{\partial t} \cdots\cdots(14)$$

여기서 $\sum_{i=1}^{6} Vi$는 各 노드에서의 電位이다. 고로 上記2式에서 T는 $R^{-1}$에 $S'L^3$은 C에 比例한다.

## 4. 환산 계수(Scale of Conversion Factor)

地下水 흐름의 各 인자와 電氣흐름에서의 各 인자사이의 定量的인 關係는 一定한 比例 常數인 換算 係數를 利用하여 이들 사이의 關係를 規定지을 수 있다.

지금 地下水의 容量을 $q$(gallons), 1일 地下水의 흐름을 Q(gallons/day), 地下水의 地下水位 卽 水頭를 $\triangle h$(ft)라 하고, 이에 對應되는 電氣單位는 電荷에 對한 電氣量 Q*(Coulomb), 電流의 흐름 $I$ (Ampare 或은 Coulomb/sec), 電位差 $\triangle V$(Volts)라 할때 그들 사이의 關係式은 下記와 같다.

$$q=K_1\times Q^* \cdots\cdots(15)$$

$$h=K_2\times V \cdots\cdots(16)$$

$$Q=K_3\times I \cdots\cdots(17)$$

$$t_d=K_4\times ts \cdots\cdots(18)$$

여기서 $t_d$는 1일 單位時間, $t_s$는 秒를 나타낸다. 환원하면 $K_4$의 경우, 電氣 R—C 網에서의 1秒는 實際 地下水系에서 1日에 해당함을 意味한다.

이와같이 $K_1$은 電氣容量을 地下水容量으로, $K_2$는 電位差를 地下水의 水頭로. $K_3$는 電流의 흐름을 地下水의 흐름으로 表示한 換算 係數이다.

上記 換算 係數사이는 다음 關係가 成立한다.

$$\text{Gal/amp}\times\text{Day/sec}=\text{gal}\times\text{day/amp}\times\text{sec}$$
$$=\text{gallons/coulomb}$$

이므로 $K_1=K_2\times K_4$이다 $\cdots\cdots(19)$

特히 Darcy의 法則과 Ohm 法則을 利用하여 電氣抵抗(R)과 帶水層의 투수량 계수(T) 사이의 關係式을 誘導하면

$$R\times T=\text{volt/amp}\times\text{gpd/ft}=\frac{\text{gpd/amp}}{\text{ft/volt}}\times\frac{\triangle X}{\triangle Y}\text{이므로}$$

$$R=\frac{1}{T}\cdot\frac{K_3}{K_2}\cdot\frac{\triangle X}{\triangle Y}\text{이다} \cdots\cdots(20)$$

여기서 $\triangle X\cdot\triangle Y$는 帶水層의 單位 미소面積의 미소距離이며, $\triangle X\div\triangle Y=1$이다.

이와같이 上記 (20)式으로 적당한 규모의 환산계수를 利用하여 투수량 係數에 對한 전기 R—C 網에서의 電氣抵抗 R을 決定할수 있는 것이다.

實際 Laplace 식으로는 電氣抵抗의 절대치를 구할수 없지만 위의 係數를 利用하면 正確하게 저항치의 값을 구할 수 있다.

이와 비슷하게 時間에 따른 전위차의 變化가 重要한 役割을 하는 부정류의 경우에 있어서는 電氣容量의 값은 다음과 같이 구할수 있다.

Coulomb 法則에 依하면 電氣容量 $C$는

$C=Q^*\div V$이고

$Q^*=q\div K_1$

$V=h\div K_2$이므로 上記式을 利用하여

$$C=\frac{K_2}{K_2}\times\frac{q}{h}\text{이며} \cdots\cdots(21)$$

$\frac{q}{h}$는 $[L^2]$의 디멘죤을 갖고 帶水層의 貯溜係數와 미소面積($\triangle X\cdot\triangle Y$)으로 대치할 수 있으므로 上記 (21)式은 다음과 같이 變形 可能하다.

$$C(\text{farads})=7.48s\times\frac{K_2}{K_1}\times\triangle X\times\triangle Y \cdots\cdots(22)$$

여기서 $C$는 $\triangle X\cdot\triangle Y$의 적으로 결정된 공간面積($L^2$)에서의 電氣容積이고 $s$는 帶水層의 貯溜係數이다.

만일 帶水層에서 그 투수량係數와 大規模的인 地下水를 採水하기 以前 平衡狀態 當時의 地下水位 等高線圖를 알고 있으면 上記 地下水系를 電氣 模型으로 바꾸어 降雨로 인한 帶水層으로의 降雨 침투현상等을 模型에서 電位差 分布와 地下水位 分布가 서로 일치되게 하여 實驗的으로 제반 水文學的인 要因을 求할수 있다.

이와같은 類似法을 利用하는데 있어서의 制限條件으로서는 地下水의 흐름이 被壓 帶水層 狀態下에서 發生하는 경우이다. 고로 대상 地下水系가 被壓 帶水層과 같이 作用하는 系일때는 類似模型法을 利用하여 여러가지 水文學的인 要因을 相當히 正確히 求해낼 수 있다. 그러나 비록 被壓 帶水層이라 할지라도 長期間의 地下水 採水로 因해 發生한 地下水位의 계속적인 강하로 말미암아 上記 被壓 帶水層이 自由面 帶水層으로 바뀔때는 結果的으로 포화대(飽和帶)의 두께(厚)가 감소되므로 現場與件을 正確히 模型에 反映할수 있도록 採水로 因해 發生하는 地下水面 강하를 수정해 주어야 한다. 特히 自由面 帶水層의 狀態下에서는 그 主된 變化 要因이 地下水面 下降에 따른 포화의 두께감소로 말미암은 투수량 係數의 減少現像인데 만일 採水로 因해 自由面 帶水層두께가 크게 減少되지 않으면 模型에서도 오차가 그리크게 發生하지 않으므로 큰 무리없이 電氣類似模型을 利用하여 自由面 帶水層의 水文系를 分析할수 있다.

## 5. 模型製作

一般的으로 多量의 地下水가 採水되고 있는 帶水層

의 투수량 계수와 貯溜係數는 一般 平面 및 立體的으로 設置한 抵抗 및 電氣용량 단자망으로 模型化 시킬 수 있다.

美國 地質調査所의 경우에는 각 단자망은 통상 1:50000 地形圖를 하드보드나 합판위에 부착시키고 그 下部面에다 各 區間마다의 特定 透水量係數와 貯溜係數에 따른 抵抗 및 용량 단자를 設置한다. 例를 들어 模型對像 地域이 수직 및 水平 透水係數가 一定한 均質等方帶水層일때는 平面上에 同一한 抵抗을 갖는 抵抗단자를 연결하여 模型을 製作하고, 수직누수현상이 發生하거나 수직方向으로 透水量 係數가 서로 다른 帶水層이 上下層으로 分布되어 있을時는 各 帶水層의 透水量 係數에 對應하는 抵抗단자망을 帶水層 數에 따라 立體的으로 設置한후 模型을 製作하여 試驗한다.

## 結 論

一般的으로 自然狀態下에서의 帶水層은 그 地下水의 水理學的인 面에 있어서 그 水理特性이 매우 複雜하다 비록 均質 等方(Isotropic)帶水層이라 할지라도 帶水層의 區間마다 그 構成物質이 서로 相異할뿐만 아니라 帶水性 역시 서로 다를것이며, 또한 試驗 對象井戶도 帶水層의 完全 관통 如何에 따라, 여기서 求한 帶水層 自體의 眞帶水層 常數를 求하기가 심히 어렵다. 그러므로 이러한 複雜한 實帶水層을 簡少化시켜 模型化할 時는 眞帶水性 常數를 使用하는 代身 항상 複合 帶水性 常數를 利用할수 밖에 없다.

우리나라의 경우에는 一部 石灰岩이나 第三紀層이 分布된 地域을 除外하고는 그 大部分의 地下水가 河床冲積 推積物에 賦存된 自由面 및 半被壓 帶水層으로서 그 帶水性 常數가 제한된 調査地域內에서는 比較的 一定한 値를 가지므로 電氣 類似模型을 利用하여 地下水系와 地表水系와의 關係나 其他 여러 水文因子 사이의 關係를 간단히 분석 할 수 있다. 特히 永登浦地域에 發達된 冲積推積層에서는 一日 30,000 $m^3$ 以上의 地下水를 長期間 採水하고 있어 本 地域의 地下水位가 어떤 곳에서는 地表面下 12 m 以上 달하며 또 現 地下水 採水量의 약 30%以上이 漢江水가 流入되어 採水되는 實情이라 하므로 萬一 앞으로 계속 이러한 採水率로 地下水를 採水할 때에 發生可能한 地下水位 降下와 地下水의 고갈로 인하여 파생될 문제점을 감안하여 상기지역을 조속히 전기유사모형과같은 모형화 조사법을 실시하므로서 地下水 採水로 因한 地下水系와 地表水系와의 關係나, 過多採水로 因하여 發生할 帶水層에 미칠 영향등을 事前에 調査 파악해 두어야 할것이다. 특히 地下水位의 극심한 하강으로 말미암아 갈수기에 여의도 부근까지 침투한 염수가 帶水層으로 流入될 時는 막대한 地下水資源이 死장될 위험을 초래케 되므로 이러한 地域은 事前대책으로 반드시 模型化 調査가 施行되어야 할것이다.

## 참 고 문 헌


1. De Wiest., Geohydrology, John wiley & Sons Inc., New York, 1967. p. 331~p. 342
2. John D.Winslow & Carl E. Nuzman,, Electric Simulation of Ground-Water Hydrology in Kansas River Valley near Topeka, Kansas. State Geological Survey of Kansas, 1966 p1—p24
3. Walton, W.C.and Prickett, To. A., Hydrogeologic electric analog Computers; 1963. Jour. Hyd-Div. ASCE, v.89, No HY6 p67—91
4. Morgan C.O, Digital Computer Method for water Quality Data, "Groundwater" Vol4 No3
5. Wenzel, L.K, Methods for Determining permeability of water bearing materials: 1942. U.S. Geal, Survey Water-Supply paper 887. p.192