

積分회로를 응용한 능동 RC 회로합성

(Active RC Synthesis Using Integrators)

李 永 根*

(Lee, Yung Kun)

要 約

임의의 安定한 傳達函數를 實現하는 일반적인 能動 RC 회로합성方法에 대하여 논의하였다. 回路要素는 R, C, 및 演算増巾器 뿐이며, 回路構成은 薄膜 RC 회로와 IC 演算増巾器를 적용하는데 적합하다. 極과 傳送零은 서로 獨立의으로 조정될 수 있으며, 이들은 回路要素들의 變化에 민감하지 않다.

Abstract

A general active RC network synthesis procedure which realizes any stable transfer function is described. The network elements are only R's, C's and OA's, and the network configuration are well suited for construction using thin-film RC networks and integrated circuit operational amplifiers. Poles and transmission zeros can be adjusted independently to each other and are quite insensitive to element variations.

I. 序 言

1954년 Linvill¹⁾가 RC active filter의 合成法을 발표한 이래 能動回路理論은 급속히 발전하였고, 특히 1965년 Widlar²⁾가 처음으로 商用 IC 演算増幅器를 설계한 것을 계기로 하여 能動RC 필터의 실제적 응용에 대한 전망이 밝아졌다. RC 能動回路合成에 있어서 보통 사용되어 있는 能動回路要素는 負임피던스變換器(INC), controlled source, gyrator 및 OA(operational amplifier)이다. 이들 가운데 制御系統, 通信 및 하나로 電子計算機등 여러가지 넓은 分野에 應用되어 있는 OA는 IC化한 형태로 쉽게 이용될 수 있으므로 이것을 應用하는 方法이 바람직하다고 생각된다. 本論文은 OA를 能動要素로 하여 임의의 有理傳達函數를 實現하는 새로운 일반

적방법에 대하여 논술한 것이다.

II. 回路合成(일반의 경우)

임의의 安定한 n 次의 傳達函數는 다음 式으로 주어진다.

$$T(s) = \frac{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}{s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n} \quad (1)$$

여기서 分母는 Hurwitz의 多項式이며 係數 $b_i (i=1, 2, \dots, n)$ 는 正實數이다. 分子의 係數 a_i 는 實數이며 正, 負의 符號를 가질 수 있다.

그림 1에 式(1)의 傳達函數를 實現하는 回路構成을 나타내었다. 여기서 pole forming network는 原點에 n 重傳送零을 가진 n 次의 開回路電壓比

$$T_p(s) = \frac{s^n}{s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n} \quad (2)$$

를 가진 回路이다. 이 回路의 出力은 單位利得増幅器를 거쳐서 직접, 혹은 縱續으로 積속된 積分増幅器를 거쳐서, 加算増幅器에 加해진다. 單位

* 정회원, 한양대학교
HAN YANG UNIVERSITY,

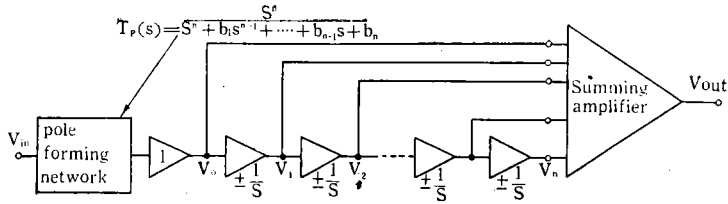


그림 1. 回路構成(일반의 경우)
Fig 1. Network configuration (general case)

利得增幅器는 緩衝增幅器로서 사용한 것이며 그림 2와 같이 OA를 사용하여 구성될 수 있다. 여기서 OA는 無限大의 電壓利得을 가지며 入力 임피던스는 ∞ 이고 出力 임피던스는 0이라고 가정한다. 積分回路도 역시 OA로서 구성될 수 있으며 그림 3과 같이 된다. 여기서 그림 (a)는 反轉型의 경우, 그림 (b)는 非反轉型의 경우이다.⁶⁾ 反轉型積分回路를 사용한 경우 각 積分回路의 出力電壓은 다음 式으로 주어진다.

$$V_j = \frac{(-1)^j s^{n-j}}{s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n} \quad (3)$$

(j=0, 1, 2, ..., n)

여기서 V_j 는 j번째의 積分回路의 出力電壓이다. 이러한 (n+1)개의 電壓은 加算增幅器에 加해진다. OA를 사용한 그림 4의 加算增幅器에 있어

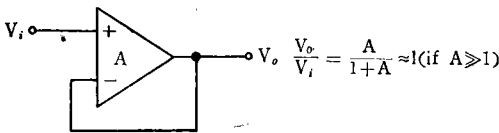
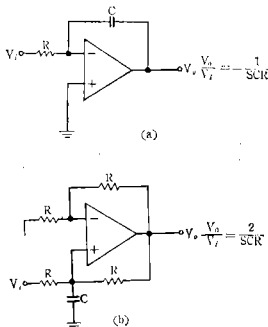


그림 2. 單位利得增幅器
Fig 2. Unity gain amplifier



(a) An inverting integrator
(b) A noninverting integrator

그림 3. 反轉 및 非反轉 積分器
Fig 3. An inverting and noninverting integrator

서 出力電壓은 다음 式으로 주어진다.³⁾

$$V_o = \sum_{j=1}^m \frac{G_j}{G_T} \left(1 + \frac{G'_T}{G_f}\right) V_j - \frac{1}{G_f} \sum_{i=1}^k G'_i V'_i \quad (4)$$

여기서 G_j 및 G'_i 는 각각 OA의 非反轉入力端子 및 反轉入力端子에 접속된 抵抗들의 콘덕턴스이며

$$G_T = \sum_{j=1}^m G_j \quad \text{및} \quad G'_T = \sum_{i=1}^k G'_i \quad (5)$$

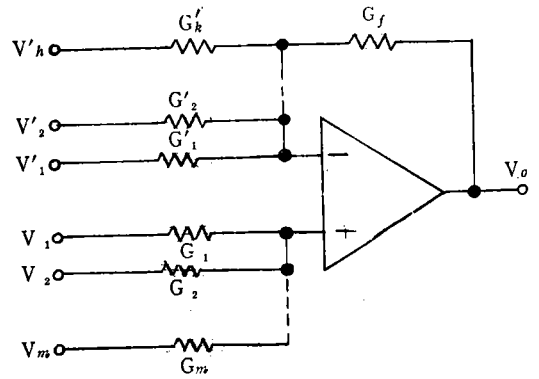


그림 4. 加算增幅器
Fig 4. Summing Amplifier

그러므로 주어진 傳達函數 式 (1)의 分子의 係數 b_i 의 符號에 따라 入力端子를 적당히 택하고 또 G_j , G'_i 및 G_f 의 값을 적당히 택한다면 그림 1의 回路에서 出力電壓과 入力電壓과의 比 V_{out}/V_{in} 가 式 (1)과 일치하도록 할 수 있다. 지금까지 積分回路로서 反轉型만을 사용하는 경우에 대해서 논의하였으나, 積分回路로서 反轉型과 非反轉型을 併用할 수도 있다. 이 경우 加算增幅器에서는 反轉型入力端子만을 사용할 수 있으므로 그 構成이 약간 간단해질 것이며 또 傳達函數(V_{out}/V_{in})의 分子의 係數와 回路要素들 사이의 關係식이 간단해진다.

式 (2)로 주어진 傳達函數는 原點에 n重傳送零

을 가지며 極이 複素 s 平面的 左半面に 제한되어 있으므로 pole forming network는 受動 LCR 回路로서 實現될 수 있다. 따라서 L 을 gyrator로 simulate 한다면 임의의 傳達函數를 能動 RC 回路로서 實現할 수 있을 것이다. Pole forming network을 실제로 구성하는데 몇가지 문제가 제기된다. 하나는 floating inductance가 요구되는 경우이며 실제문제로서 많은 곤란이 따르게 된다.^{4,5)} 또 하나의 문제는 次數 n 가 클때 回路構成이 복잡해지고 또 回路要素의 數가 많아질 것이며 따라서 設計 및 調整에 곤란을 초래할 것이다. 그러나 이러한 문제는 n 次的 函數를 1次 및 2次的 函數의 縱續接續으로 實現하므로써 쉽게 해결할 수 있다. 이것은 實係數를 가진 임의의 多項式은 實係數를 가진 1次 및 2次的 多項式의 積으로 표시될 수 있다는데 근거를 둔 것이다. 그러므로 앞으로 2次的 경우에 대해서만 논의하기로 하겠다.

Ⅲ. 回路合成(2次的 경우)

그림 5의 回路構成에 있어서 加算增幅器에 대한 入力電壓은

$$V_o = \frac{s^2}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} V_{in} \tag{6}$$

$$V_1 = \frac{\pm k_1 s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} V_{in} \tag{7}$$

$$V_2 = \frac{\pm k_2}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} V_{in} \tag{8}$$

式 (7)에서 定數 $\pm k_1$ 은 첫째 積分回路가 反轉型이나 非反轉型이나에 따라 결정되며 反轉型일 때 -1 , 非反轉型일 때 $+2$ 이다. 또 式 (8)의 定數 $\pm k_2$ 는 $+1$, -2 혹은 $+4$ 이다. 式 (6) (7) 및 (8)로부터 그림 5의 回路의 電壓利得은 다음 式으

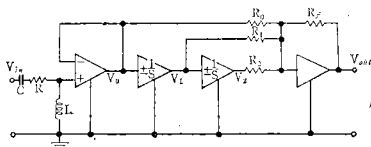


그림 5. 2次的 傳達函數를 실현하는 回路構成
Fig 5. A network configuration to realize a transfer function of the 2nd order

로 주어진다.

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{\frac{R_f}{R_o} s^2 + (\pm k_1) \frac{R_f}{R_1} + (\pm k_2) \frac{R_f}{R_2}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \tag{9}$$

그러므로 回路要素의 값을 적당히 택한다면 임의의 2次的 傳達函數

$$T(s) = \frac{s^2 + a_1 s + a_2}{s^2 + b_1 s + b_2} \tag{10}$$

를 實現할 수 있다. (180° 의 位相差는 許容한다고 前提하여).

式(9) 및 (10)으로부터 極의 위치 p_1, p_2 , pole center frequency ω_c 및 pole Q 는 다음 式으로 주어진다.

$$p_1, p_2 = -\frac{b_1}{2} \pm j\sqrt{b_2 - \frac{b_1^2}{2}} \tag{11}$$

$$= -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \tag{12}$$

$$\omega_c = \sqrt{b_2} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{13}$$

$$Q = \frac{\sqrt{b_2}}{b_1} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{14}$$

이리하여 極에 관련된 量들은 모두 pole forming network RLC 回路에 의해서 결정된다. pole center frequency ω_c 는 L 혹은 C 를 변화시키므로써 조정될 수 있으며 또 Q 의 값은 R 에 의해서 결정된다. R 의 값이 ω_c 에 영향을 주지않은 것은 주목할 일이다.

傳送零은 積分回路의 符號를 적당히 택한 다음 加算增幅器의 利得($R_f/R^n, R_f/R_1, R_f/R_2$)을 조정하므로써 決定된다. 傳送零과 極이 완전히 서로 독립적으로 결정될 수 있으며 또 이들과 回路要素와의 관계가 대단히 간단한 式으로 주어진다. 이것은 그림 5의 回路構成이 가지는 뚜렷한 특징이다. 이것은 設計 및 調整에 있어서 대단히 편리하다. 또 式 (9)의 分子의 係數들이 回路要素들의 抵抗比 및 抵抗과 容量와의 積으로서 決定되므로 安定한 傳送零을 기대할 수 있다.

그림 5의 回路를 실제로 構成하는데 있어서 L 로서 受動인덕터를 사용할 수 있음은 물론이다. 그러나 현재 관심의 대상으로 되는 것은 IC化에 적합한 能動RC 回路構成이다. 그러므로 인덕터는 RC 能動回路에서 simulate 되어야 한다. 그

림 5에서 보는 바와 같이 인덕터의 한 端子는 接地되어 있다. 이것은 floating inductor 를 simulate 하는데 꺾어야 할 심한 困難으로부터 解방될 수 있음을 의미한다. 그러므로 위의 回路構成은 다른 여러가지 合成技術에 비교하여 확연히 우수하다고 말할 수 있다.^{4) 5)} 인덕터를 simulate 하는 방법에 대해서는 여러가지 많이 알려져 있으나 여기서는 그림 6에 나타낸 Riordan gyrator⁷⁾를 사용하는 것으로 前提하겠다. 이 回路는 대단히 理

여기서 x_i 는 回路 parameter 이다. Q-sensitivity 는 多要素問題(multiparameter problem) 이므로 다음 式

$$\sum q = \sum_{i=1}^n |S_{x_i}^Q| \quad (19)$$

으로 定義되는 量이 최소로 되도록 하는 것이 바람직하며 또 이 量으로 여러가지 合成方法을 比較評價하는 것이 좋겠다.⁴⁾

式(16)을 式(18)에 넣으면 Q-sensitivity 는 다음과 같이 결정된다.

$$\left. \begin{aligned} S_{R_a}^Q &= S_{R_b}^Q = S_{R_d}^Q = S_{C_L}^Q = \frac{1}{2} \\ S_{R_c}^Q &= S_{C_c}^Q = -\frac{1}{2} \\ S_{R_c}^Q &= -1 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

따라서

$$\left. \begin{aligned} \sum S_{x_i}^Q &= 0 \\ \sum q &= 4 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$S_{x_i}^Q$ 가 Q의 값에 관련되어 있지 않은 것에 주목하는 것은 중요하다. NIC (negative immittance converter)를 사용한 回路에서는 $S_{x_i}^Q$ 의 값이 Q에 비례한다.⁸⁾ 또 그림 5의 回路構成이 CVS(controlled voltage source)를 사용한 것보다 유리함은 분명하다. 왜냐하면 CVS를 사용한 回路에서는 S_K^Q 가 Q에 비례하기 때문이다.^{4) 8)} 여기서 K는 制御電源의 電壓利得이다. 또 한가지 중요한 특징은 式(21)에서 보는 바와 같이 $S_{x_i}^Q$ 의 代數和가 0이라는 데 있다.

回路構成을 評價하는데 있어서 둘째로 중요한 尺度는 勞動要素들의 變動에 대한 pole center frequency ω_o 의 sensitivity 이다. $S_{x_i}^{\omega_o}$ 의 sensitivity에 대한 尺度인 $S_{x_i}^{\omega_o}$ 및 $\sum S_{x_i}^{\omega_o}$ 도 역시 式(18) 및 (19)와 같은 形式으로 定義된다. 그러므로 式(17)로부터

$$\left. \begin{aligned} S_{R_c}^{\omega_o} &= \frac{1}{2} \\ S_{R_a}^{\omega_o} &= S_{R_b}^{\omega_o} = S_{R_d}^{\omega_o} = S_{C_L}^{\omega_o} = S_{C_c}^{\omega_o} = -\frac{1}{2} \\ \sum S_{x_i}^{\omega_o} &= 3 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$S_{x_i}^Q$ 및 $S_{x_i}^{\omega_o}$ 와 긴밀한 관계가 있는 또 하나의 感度 尺度는 pole position sensitivity $S_{x_i}^p$ 이며 다음 式으로 定義된다.³⁾

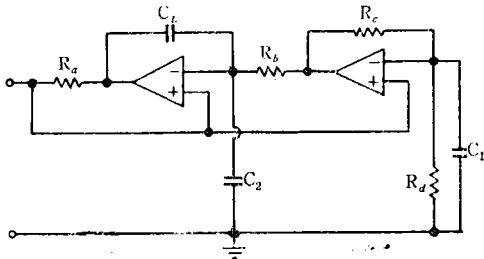


그림 6. 리어던 자이레이터
Fig 6. Riordan gyrator

想的인 것에 가까운 인덕터를 simulate 할 수 있으며 그 인덕턴스는 다음 式으로 주어진다.⁵⁾

$$L \approx \frac{R_a R_b R_d C_L}{R_c} \quad (15)$$

式(15)를 式(13) 및 式(14)에 넣으면 그림 5의 回路構成에서 얻어지는 pole Q 및 poly center frequency 는 다음 式으로 주어진다.

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{R_a R_b R_d C_L}{R^2 R_c C}} \quad (16)$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{R_c}{R_a R_b R_d C_L C}} \quad (17)$$

式(16) 및 (17)로부터 溫度變化에 대하여 Q 및 ω_o 를 安定化시키는데 薄膜技術을 이용할 수 있음은 분명하다. 왜냐하면 이들은 抵抗比 및 RC積만으로서 결정되기 때문이다.

IV. 感度(Sensitivity)

能動RC回路合成方法을 평가하는데 있어 가장 중요한 尺度의 하나는 受動要素의 變動에 대한 Q-sensitivity 이다.^{8) 9)} Q-sensitivity 를 다음 式으로 定發하자.

$$S_{x_i}^Q = \frac{\partial(\ln Q)}{\partial(\ln x_i)} = \frac{\partial Q/Q}{\partial x_i/x_i} \quad (18)$$

$$S_{x_i}^p = \frac{\partial \sigma / \sigma}{\partial x_i / x_i} + j \frac{\partial \omega / \omega}{\partial x_i / x_i} \quad (23)$$

여기서 $p = \sigma + j\omega$ 이며 x_i 는 回路要素이다. Q 의 값이 큰 경우 式(12)는

$$p_1, p_2 = -\frac{R}{2L} \pm j \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (24)$$

그러므로

$$\left. \begin{aligned} S_R^{P1} = S_R^{P2} &= 1 \\ S_C^{P1} = S_C^{P2} &= -j \frac{1}{2} \\ S_L^{P1} = S_L^{P2} &= -1 = j \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

表 1에 sensitivity에 의거하여 여러가지 合成方

表 1. 여러가지 合成方法의 비교

回路構成	Sensitivity 函數				
	$ S_{x_i}^q $	Σq	$ S_{x_i}^{\omega} $	$\Sigma \omega$	$ S_{x_i}^p $
Passive RLC series circuit	≤ 1	$= 2$	$= 1/2$	$= 1$	$\leq 1 + j1/2 $
그림 5	≤ 1	$= 4$	$= 1/2$	$= 3$	$\leq 1 + j1/2 $
Kerwin, Huelsman, Newcomb(10)	≤ 1	≤ 5	$= 1/2$	$= 3$	$\leq 1 + j1/2 $
Antonion(11) (2nd order)	≤ 1	≤ 6	$\leq 1/2$	≤ 4	$\leq 1 + j1/2 $

法을 비교한 결과를 표시하였다.

끝으로 傳送零의 sensitivity에 대하여 논의하겠다. 式(9)의 分子로부터 傳送零의 위치는

$$Z_1, Z_2 = -\frac{m_1 R_0}{2R_1} \pm j \sqrt{\frac{m_2 R_0}{R_2} - \frac{m_1 R_0}{2R_1}{}^2} \quad (26)$$

여기서 $m_1 = \pm k_1, m_2 = \pm k_2$ 이다. 式(26)으로부터 傳送零은 R_f 에 관계없음을 안다. 傳送零의 sensitivity를 式(23)과 같은 形式으로 定義하면 이들은 다음과 같이 주어진다.

$$\left. \begin{aligned} S_{R_0}^{Z1} = S_{R_0}^{Z2} &= 1 + j \left\{ \frac{1}{2} - \frac{(m_1 R_0 / 2R_1)^2}{2\omega^2} \right\} \\ S_{R_1}^{Z1} = S_{R_1}^{Z2} &= -1 + j \frac{(m_1 R_0 / 2R_1)^2}{2\omega^2} \\ S_{R_2}^{Z1} = S_{R_2}^{Z2} &= -j \frac{m_2 R_0 / R_2}{2\omega^2} \\ S_{R_f}^{Z1} = S_{R_f}^{Z2} &= 0 \\ S_{m_1}^{Z1} = S_{m_2}^{Z2} &= 1 - j \frac{(m_1 R_0 / R_1)^2}{2\omega^2} \\ S_{m_2}^{Z1} = S_{m_2}^{Z2} &= j \frac{m_2 R_0 / R_2}{2\omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

여기서 ω 는 式(26)의 虛數分이며

$$\omega^2 = \frac{m_2 R_0}{R_2} - \left(\frac{m_1 R_0}{2R_1} \right)^2$$

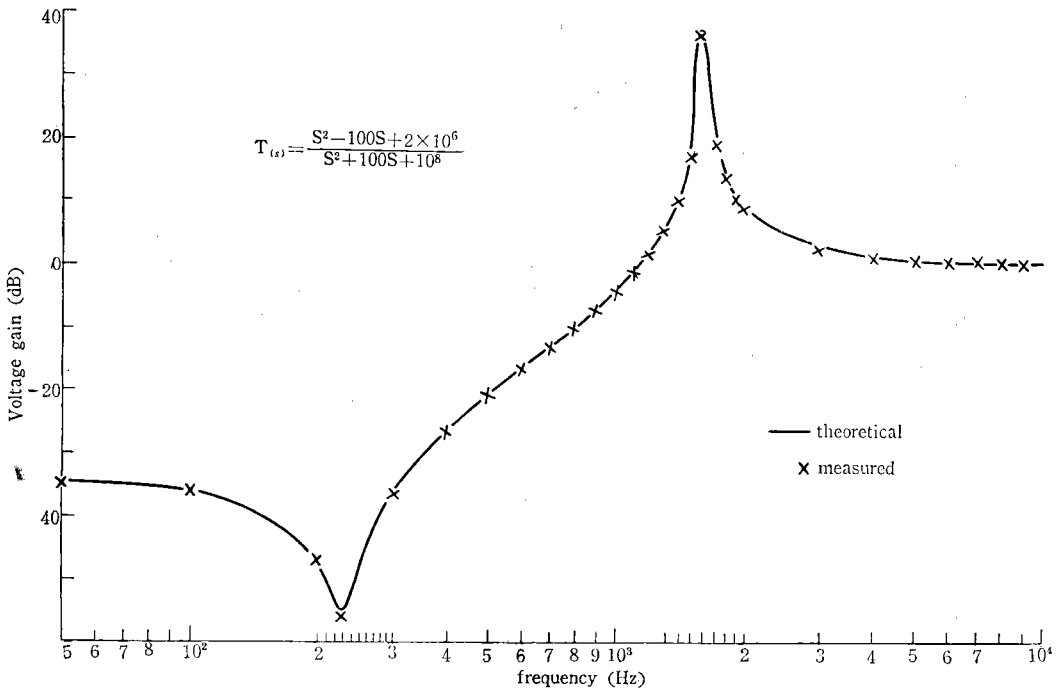


그림 7. 實驗 Fig. 7. Experiment

V. 實 驗

위에서 논의한 回路構成이 실제로 주어진 傳達函數를 實現하는데 유익함을 확인하기 위하여 실시한 여러가지 實驗은 충분히 만족할만한 結果를 보여주었다. 한 예로 그림 5의 回路로 2次의 傳達函數

$$T(s) = \frac{s^2 - 10^2s + 2 \times 10^6}{s^2 + 10^2s + 10^8}$$

를 實現한 結果를 그림 7에 나타내었다. 여기서 사용한 IC 演算增幅器는 MC-1535이며 供給電壓은 $\pm 6.3V$ 로 택하였다. 두 積分回路(그림 3-a)의 構成은 동일하며 $R=50k$, $C=0.02\mu F$ 이다. 그림 5에서 回路要素의 값은 다음과 같다. $C=0.01\mu F$, $R=100\Omega$, $L=1H$, $R_0=50k$, $R_1=500k$, $R_2=25k$, $R_f=50k$. 또 $1H$ 의 인덕터를 위하여 사용한 Riordain gyrator의 回路要素는 $R_a=R_b=R_c=R_d=10k$, $C_1=0$, $C_2=100pF$, $C_L=0.01\mu F$ 이다. 그림 7에서 보는 바와 같이 實驗値는 理論의 으로 계산한 特性和 훌륭하게 일치하였다.

VI. 結 論

지금까지 임의의 安定한 傳達函數를 實現하는 새로운 一般的인 回路構成方法에 대하여 논의하였다. 이 合成技術의 特성을 요약하면 다음과 같다. (1) 回路要素는 R , C , 및 演算增幅器 뿐이며 이들은 IC 薄膜技術을 적용하는데 적합하다. (2) 인덕터는 接地되어 있으므로 gyrator로서 쉽게 simulate 할 수 있으며 floating inductor를 필요로 하는 方法보다 우수하다. (3) 주어진 傳達函數의 係數들과 回路要素들과의 관계가 대단히 간단하며 設計 및 調整이 간단해진다. 특히 極과 傳送零은 서로 獨立의으로 조정될 수 있음은 다른 合成技術에서 볼 수 없는 뚜렷한 특징이다. 또 pole Q 는 抵抗 R 을 變化시켜서 조정될 수 있으며 이때 pole center frequency ω_0 에는 아무런 영향을 미치지 않는다. (4) Q sensitivity 및 pole sensitivity는 受動 LCR 回路의 그것과 비슷한 정도이며 各 要素들에 대한 Q sensitivity의 대

數和는 O 이다. 또 Q sensitivity는 Q 의 값에 관련되어 있지 않다. (5) 傳達函數의 係數들은 抵抗比 및 RC積으로서 決定된다. 이것은 IC 薄膜技術을 적용하는데 도움이 되며 또 溫度變化에 대하여 安定한 特性을 얻는 結果를 가져온다.

끝으로 實驗을 도와 준 魯健兒 君에게 감사한다.

參 考 文 獻

1. Linvill, J.G., "RC active filters," Proc. IRE. vol. 42. pp. 555-564, Mar. 1954
2. Wildar, P.J., "A unique circuit design for a high performance operational amplifier especially suited to monolithic construction," Proc. Nat'l Electron. conf., vol. 21, pp. 169-174, 1965
3. L.P. Huelsman, Theory and design of active RC circuits. McGraw-Hill, 1968
4. S.K. Mitra, Analysis and synthesis of linear active networks. Wiley, 1969
5. H.J. Orchard and D.F. Sheahan, "Inductorless bandpass filters" IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-5 June 1970, pp. 108-118.
6. G.J. DeBoo, A Novel Integrator, Electron. Design, no. 110, June 7. 1967
7. R.H. S. Riordan, "Simulated inductors using differential amplifiers," Electron. Lett., vol.3, Feb. 1967, pp.50-51
8. P.R. Geffe, "Toward high stability in active filters," IEEE Spectrum, vol 7, May 1970, pp. 63-66.
9. S.K. Mitra, "Synthesizing active filters-A survey," IEEE Spectrum, vol.6, Jan. 1969, pp. 47-63.
10. L.P. Huelsman, Active Filters: Lumped, distributed, integrated, digital and parametric. Mc Graw-Hill, 1970
11. A. Antoniou, "Novel Rc-active-network synthesis using generalized-immittance converter," IEEE Trans. Circuit Theory vol. CT-17, May 1970, pp. 212-217