

電磁界의 單位에 관한 考察

崔炳河*

1. 序論

電氣磁氣學의 研究나 電氣測定등에 있어서 電氣單位系에 관련된 여러 疑問점에 直面하게된다. 즉 여러가지 單位의 正確한 定義는 무엇이며 또 혼히 나타나는 ϵ_0 , μ_0 등 常數의 意味는 무엇이냐? 電氣單位를 定하는데 사용되는 基本單位는 몇個인가? 또 어떤 單位系를 選定하게된 根據는 무엇인가 等의 여러 의문이 생긴다.

그런데 關係文獻을 참고해 보면 著者에 따라 各樣各色의 觀點으로 單位系를 설명하고 있음을 발견 할 수 있다. 즉 電氣單位에는 絶對單位의 定義이 不可能하고 機械的(力學的)인 單位에 근거를 둔다는 見解 또는 機械的인 基本量인 길이 時間, 質量에 第 4의 電氣的인 基本量(電流, 電荷)등을 追加로 定義한 것은 단지 편의에 依한 것이라는 등 많은 見解들이 있으며 ϵ_0 , μ_0 에 對하여도 真空의 特性을 表現하는 定數라는 설명도 있고 또 單位系의 選定과정에서 도입되는 定數라는 見解등이 있다.

그래서 본란에서는 電氣單位系의 定義에 관한 原則들과 單位系의 선택과정을 설명하고자 한다. 먼저 單位系內의 基本單位와 誘導單位를 論하고一般的인 基本單位의 選定方法을 論한 다음 特定한 單位系에 속하지 않는 一般形의 電磁界基本式들을 最少限의 式으로부터 單位系의 選定方法과 ϵ_0 , μ_0 의 數值 및 次元(Dimension)을 考察하였다. 以上에 論한 結果로 부터 電磁界 Vector들의 性質을 설명하고 相對的으로 이들 Vector中에서 어

느것이 더욱 더 基本的인 것인지에 관하여 설명하였다.

2. 基本單位와 誘導單位

物理的인 量을 표시하는 單位系를 設定할때 獨立的으로 單位를 定해야 할 量의 數는 다음과 같다. ⁽¹⁾

지금 m 個의 量으로 이루어진 系에서 이들 量 사이에 獨立的인 關係式이 n 個가 있다면 $m-n$ 個의 量에 對하여任意로 單位를 設定해야 한다. 이와같이任意로 선정된 單位를 基本單位, 이들 基本單位와 n 個의 關係式으로 부터 求해진 나머지 量의 單位를 誘導單位라 한다. 例를 들어 길이와 時間을 基本單位로 택하여任意로 單位를 부여하면 速度는 $v = \frac{l}{t}$, 加速度는 $a = \frac{v}{t}$ 라는 式으로 정해지는 誘導單位이다. 경우에 따라서는 $m-n$ 個보다 더 많은 獨立單位를 定할 때도 있는데 이 경우에는 필요한 關係式이 n 보다 줄어드므로 간소하게 되나 單位系에 따라 결정되는 任意常數가 개입하게 된다. 즉 앞의 速度式에서 速度 v 의 單位를 미리 정하면

$v = k \frac{l}{t}$ 인 式으로 되며 k 는 l , t 및 v 의 單位에 따라 決定되는 常數이다. 여기서 알 수 있는 바와 같이 基本單位 사이에는 相互關聯性이 없다. 즉 時間과 거리가 그러하다. 또 하나의 例로 質量의 경우를 생각하기로 한다. 質量의 개념은 처음 다음과 같은 Newton의 式으로 주어졌다.

$$f = k' ma$$

이 式은 質量과 힘의 두 量을 포함하고 있으므로 그중 한 개의 量의 單位를 獨立的으로 선정하여 基本單位로 하고 다른 한個量의 單位는 誘導

* 仁荷大學校 電子工學科

单一로 되어야 하는데一般的으로 質量의 單位를
基本單位로 韻하고 있다. 그리고 힘의 單位는
 $k'=1$ 로 하여 $f=ma$ 에서 정해진다. 또 萬有引力
의 式 $f=k'' \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 에서는 힘과 質量의 單位가 정
해지면 k'' 는 이 式에 의하여 결정된다. 여기서
힘과 質量 중 어느것을 獨立的인 基本單位로 韵하
느냐 하는 문제는 전혀 任意에 속하는 것이며 質
量이 힘보다 더욱 基本單位가 되어야 할 根本的
인 理由는 없다. 또 다른 單位系의 例에서 보면
힘과 質量이 모두 誘導單位일 수도 있다. 즉
 $f=k' ma$, $f=k'' \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 에서 $k'=k''=1$ 로 놓고 m_1
의 重力에 의한 m_2 의 加速度를 求해 보면
 $m_2 a = \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 이고 따라서 $m_1 = r_2 a$ 이다. 이와 같
이 單位系를 정하면 $m_1 = ar^2$ 에서 質量의 單位는
거리의 單位와 加速度의 單位로 부터 정해지는
誘導單位가 된다. 여기서 單位質量은 單位거리에
서 任意의 어떤 質量에 單位의 加速度를 주는 質
量을 말하며 이때의 質量을 M 로 놓고 길이를
meter, 時間을 second로 하는 單位系에서 M 의
크기를 kg로 구해보면 다음과 같다.

$$m_2a = k'' \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad m_1 = \frac{1}{k''} ar^2$$

에서 M 은 $a=1[\text{m/sec}]$, $r=1[\text{m}]$ 인때 m_1 의 값이
 므로 $M=m_1=1.5 \times 10^{10}[\text{kg}]$ 의 關係가 있다. 이
 는 우리의 日常生活에서는 너무 큰 單位이지만
 天文學의 極端에서는 작은 單位이다. 지금까지
 例示한 바에 의하면 基本單位의 決定은 理論的으
 로나 物理的인 근거에 의한 것이 아니고 實際的
 인 使用上의 편의나 慣習에 의하여 任意로 选取
 것이다. 어떤 單位들은 오랜기간 사용해 왔으므로
 單位變更이 어려워서 계속 사용하는 경우도
 있다. 電氣單位系의 ampere, ohm, volt 등이 그
 러한 例이다. 또 使用上의 문제로 單位原器의 유
 지 및 再生이 용이하여야 할 것이 요청된다. 以
 上 機械的(力學的)인 單位系에 관하여 고찰해 왔
 으나 이런 현상은 電氣單位系에서도 마찬가지로
 적용될을 볼수 있다.

3. 電氣單位系를 定하는데 必要한 基本式

(a) 自由空間인 경우

電氣磁氣學에서 제기되는 문제를 취급하는데
基本이 되는 式을 最少限의 任意常數를 도입하여
特定單位系에 국한되지 않는 一般式으로 표현하
고 이들 式으로 부터 單位系와 常數의 意味에 관
한 문제를 다루기로 한다. 基本式들은 다음과 같
다. (Ampere 와 Coulomb 法則에서)

(1)式은 두 電荷 q_1, q_2 사이에 작용하는 힘을 표시하는 式이고 여기서 a 는 r 方向의 單位 벡터이다. (2)式은 電流素 idl_1, idl_2 間に 작용하는 힘을 표시하는 式이다. (3)式은 電流와 電荷가 獨立的인 量이 아님을 표현하는 關係式으로 電流는 電荷의 時間의인 變化率 즉 單位時間에 導體의 斷面을 통하여 이동하는 電荷量에 比例함을 표시한다. 이들 式에서 k_1, k_2, k_3 은 任意常數로서 單位系의 설정에 따라 數值과 次元이 결정되는 일종의 比例常數이다. 4π 는 편의상 도입된 因數이다. 또 이들 式은 電氣量인 電荷 및 電流와 機械的(力學的)인 量인 힘, 질이, 時間과의 關係도 표현하고 있다. 따라서 이 3個式중 임의로 두 式을 택하여 常數에 數值를 대입하면 電氣量인 電流와 電荷의 單位를 機械的인 量의 單位로 부터 정의할 수 있고 나머지 한 개의 常數는 이들 常數사이의 關係式으로 부터 결정된다.

이 關係式은 뒤에 유도된다. 또 (1)~(3)式에 포함된 常數들이 電荷와 電流의 單位가 결정되어 定해지면 다른 모든 電氣量의 單位는 세로운 常數를 더 도입하지 않아도 誘導單位로 정해질 수 있다. 이와 같이 3個의 常數를 도입하는 方法외에도 다른 意見으로 5個의 常數를 도입하는 方法도 가능하며 Sommerfeld⁽²⁾는 磁極의 單位를 獨立된 單位로 취급 하기도 하였다. 앞의 式들로부터 q 로 인한 r 점의 電界의 세기 E 는

여기서도 電界的 경우와 같이 H 와 M 는 次元이 같고 B 의 次元은 單位系에 따라 정해진다. 따라서 媒質의 영향을 고려한 Maxwell方程式을 求해 보면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} rot E &= -k_3 \frac{\partial B}{\partial t} \quad (a) \quad div D = \rho(c) \\ rot H &= J + k_3 \frac{\rho D}{\partial t} \quad (b) \quad div B = 0(d) \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

(18) 式은 MKS 단위系의 式에 가까운 形이고
다만 k_3 의 存在가 다르다.

이는 (15)式과 (17)式의 D 와 H 의 定義로 부터 얻어진 결과이다. (18)式으로 부터 Poynting 벡터를 求해 보면 다음과 같다.

$$-\int_s \frac{1}{k_3} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} \\ = \int_v \left(\frac{1}{k_3} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) dV \quad (19)$$

여기서 S 와 V 는 表面積과 内部體積의 관계에 있다. (19)式의 物理的 설명으로 부터 Poynting 벡터는

로 주어진다. 지금까지 열거한 電磁界式을 종합하여 보면 결국 電磁界는 6個의 벡터 D 와 B , E 와 H , P 와 M 로 설명된다. 주어진 Source로 부터 이들 6個의 벡터를 求하기 위해서는 6個의 獨立된 式이 필요한데 (16), (17), (18), 式 중에서 (18) 의 (c), (d)는 (a), (b)의 결과에서 얻어지므로 獨立된 式은 4個 뿐이다. 따라서 두개의 式이 더 필요하게 되는 이는 媒質의 分極현상으로부터 얻을 수 있다. 즉

지금 媒質의 性質은 線形, 均質인 媒質에 국한시키면 分極度와 界사이에는 一次式이 성립하고 뼈터는 서로 平行이므로 (21)式은

로 쓸 수 있다.

但 여기서 α 와 β 는 比例常數이다. 따라서 (16) 式과 (17)式으로 부터 定義된 D 와 H 는

로 놓으면 $D = \epsilon E$, $B = \mu H$ (23)
 로 된다. 그리고 ϵ_0 와 μ_0 를 自由空間에서의 ϵ 와
 μ 를 표시하는 기호로 정하면

로 된다. 여기서 $\epsilon_0 = \frac{1}{k_1}$, $\mu_0 = k_2$(25)

$$\varepsilon_r = 1 + \alpha k_1, \quad \mu_r = 1 + \beta \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

그러므로 自由空間에서의 誘電率 및 透磁率 ϵ_0 , μ_0 는 電荷 및 電流의 關係式 (1)과 (2)에 도입된 比例常數임을 알수 있다. 이들을 (13)式에 대입하면 光速 c 는

로 된다. 지금까지 論한 *HB*, 및 *ED*에 관한 式들은 均質, 等方, 靜止媒質에서만 성립하는 式이다. 運動媒質의 경우는 Minkowski의 理論에 따라 變形된다. (7)

4. 單位系의 선택

지금까지 單位系를 설정하는데 소요되는 式을
준비하였으므로 이제부터 設定에 관한 考察을 하
기로 한다.

式 (1)~(3)에 따르면 電荷와 電流의 單位는
機械的(力學的)인 單位로 부터 定義될 수 있다. 즉
式 (1)~(3)의 常數를 정해주면 單位系가 정해지
는데 常數 3個中 2個는 任意로 선택되지만 나머
지 한個는 電荷와 電流의 單位에 따라 정해지는
常數間의 關係式 (13)에 의하여 주어진다.

이와 같은 方法을 적용한 單位系設定의 例로서
 現在 사용범위가 점차 확대되어 가고 있는 MKS
 單位系를 택하고 이 單位系의 基本單位 설정과정
 을 설명해 가기로 한다. 이 MKS單位系는 機械的
 的인 基本量인 길이, 時間, 質量의 單位로 m, sec,
 kg 등을 채택하고, 힘의 單位로는 Newton을 택
 하였다. 또 第4의 基本單位인 電氣量의 單位로는
 ampere(또는 coulomb, ohm, volt)를 채택하였다⁽⁴⁾. 이들 單位는 처음에 非實用的인 CGS單位
 로 부터 實用的인 單位를 얻기 위하여 10의 幕을
 곱하거나 나누어서 얻는 實用單位系의 單位들인데
 MKS單位系에서 修正敘이 채택한 것이다. 第
 4의 基本單位를 도입한 이유는 機械的인 基本單

位반으로는 모든 電磁氣量을 合理的으로 표현할 수 있는 純對單位系의 결합을 補完하기 위함이다⁽⁴⁾.

(2) 式에서 電流의 單位로 ampere를 取할 때 힘의 單位가 Newton으로 되기 위하여는

$k_2 = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 이여야 한다. 즉 k_2 를 이렇게 정하는 것이 바로 Ampere의 定義가 된다.

$$\text{또 } 1 \text{ Ampere} = \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ second}} \text{ 이므로}$$

coulomb을 電荷의 單位로 택하면 (3)式에서 $k_3=1$ 로 되어야 한다. 따라서 k_1 의 값은 (13)式으로부터

로 定해진다. k_1 , k_2 의 次元은 (1), (2), (3)式에
서 $\frac{F}{m}$, $\frac{H}{m}$ 등으로 됨을 알 수 있다. 여기서 F
는 Farad, H 는 Henry이다. 이와같이 채택된
MKS單位系는前述한 바와 같이 實用單位系를
변화 없이 그대로 채택하고 제4의 基本單位로써
Ampere, Coulomb을 택한 것이므로 實際面에서
편리하여 合理化單位系이므로 球因子인 4π 가 不
合理하게 여러式에 나타나는 일이 없으며 10^9 ,
 10^8 , 10^{-1} 등의 변잡한 因數가 여러式에서 없어진
다. 또 理論的인 분야에 아직도 채택되고 있는
CGS單位와 연결이 용이한 점등의 여러 利點을
가지고 있다⁽⁸⁾. 反面에 결점으로는 k_1 과 k_2 의 數
值와 次元이 1과 달라서 多少 변잡하다는 것이지
만 다행히 k_3 만은 1로 되므로써 Maxwell方程式
에서 유일한 常數가 없어져 方程式의 사용이 간
편하게 되었다. 변잡성을 제거하기 위하여
 $k_1=k_2=1$ 로 놓고 單位系를 생각해 보면 (13)式에
서 $k_3=\frac{1}{c}$ 로 되고 (1), (2)式에서 電荷와 電流의
單位를 정의한 다음 次元을 구해보면 電壓과 電
流가 同一次元으로 되고 또 抵抗과 impedance는
無名數로 되며 E , D , B , H 도 역시 同一次元으로
되는 모순이 초래된다. 그밖에 $k_1=k_2=k_3=1$ 을
試圖해보면 여태까지 사용해온 機械的인 單位를
버리고 새로운 單位를 택해야 한다. 즉 速度의
單位로 光速을, 길이의 單位로서는 光이 1초동안
에 이동하는 거리를 택해야 한다. 그런데 이는 지

나치게 큰 단위이므로 우리의 生活에서 사용은
不可能하다.

5. 電磁界單位 및 電磁界에 대한 考察

電磁界는 4개의 벡터로 기술되는데 電界의 E , D 磁界의 B , H 이다. 여기서 單位系의 論議와 관련시켜 電磁界의 세기인 E 와 H 가 誘導인 D , B 에 대하여 性質上 차이의 有無와 4개의 벡터중 어느 것을 相對的으로 더 基本的인 量인지를 생각해 보기로 한다. 먼저 ϵ_0 , μ_0 의 性質에 관하여 고찰해 본다. 앞서 나온 基本式들로 부터 이 두 常數의 數值과 次元은 오직 單位系의 선정에 의하여 결정되었다. 그래서 獨立된 物理的인 意味가 없다는 것이 대다수 著者の 見解이다 (Stratton)⁽⁴⁾. ϵ_0 , μ_0 는 單位系에 따른 常數이지만 이들의 相互關係式(13)으로 주어지는 c 는 自由空間에서의 光速 즉 電磁波의 傳播速度와 같다는 物理的인 意味를 지니고 있다. 따라서 相互관련성만은 있음을 알 수 있다. 또 ϵ_0 , μ_0 가 真空의 性質을 표시하는 常數로 볼 수 없다. 왜냐하면 單位系에 따라 변할 뿐 아니라 相對的으로도 固定되지 않기 때문이다.

電界의 E 와 D 磁界의 B 와 H 사이의 關係는
眞空인 경우는 $D = \epsilon_0 E$, $B = \mu_0 H$ 에서 ϵ_0, μ_0 가 單位系에 따른 常數일 뿐이므로 벡터 D 와 E , B 와
 H 사이에 性質上의 차이가 있다고는 볼 수 없다.
自由空間 이외의 媒質인 경우는 $\epsilon_0 = \mu_0 = 1$ 로 택
하고 無名數로 하면 (Heaviside-Lorentz)

MKS 單位系 單位系 에서는

$$D = \varepsilon_o E + P, \quad H = \frac{1}{\mu_o} B - M \quad \dots\dots\dots(29)$$

이다. (28)式에서 D 와 E 및 H 와 B 의 差는 媒質에 의한 差로 표시되어 있고 (29)式에서는 D 와 E , H 와 B 의 次元이 다르기는 하나 ϵ_0, μ_0 의 物理的意味가 없으므로 性質上으로 D 와 E , H 와 B 가 다르다고는 볼 수 없다. 그러나 形式上으로는 Maxwell方程式에서 H 와 E 는 回轉의 形으로 되어있으나 B 와 D 는 flux의 形態로 나타나게 되는 것이 差異點이다. Sommerfeld⁽³⁾와 그 밖에 많은 著者들이 E 와 B 를 界의 強度 D 와 H 를

excitation으로 定義하고 分類하였으나 이 역시 物理的근기가 희박한 단순分離法에 不過한 것 같다.

다음 電磁界 벡터 D, D, H, B 중 어느것이 더욱 基本量인가에 대하여는 앞서 記述한 E 와 D, B 와 H 간의 關係式으로 부터 E 와 B 는 直接 電荷와 電流로 부터 정의되었으며 D 와 H 는 媒質의 分極으로 인한 영향을 고려한 E 와 B 의 變形으로써 하나의 계산수단으로 간주되므로 E 와 B 를 基本的인 벡터 D 와 H 를 誘導된 벡터로 간주하는 著者가 많다(^{4, 5}).

그런데 Maxwell方程式과 이로부터 유도된 Poynting을 관찰해 보면 相互 역할로 보아 어느것이 더 基本的이라고 단정할 수 없으며 또 Fano⁽⁶⁾와 같은 著者は E 와 H 를 基本벡터로 夾하고 D 와 B 를 誘導해 나갔다. 그런데 結果의 으로 앞의 경우와 꼭 같은 Maxwell方程式을 얻었다.

古典的電磁氣學에서는 4個의 벡터중 어느것을 더욱 基本的인 벡터로 단정할 수 없다는 結論을 내릴 수 밖에 없다.

結論

지금까지 考察한 결과로 다음과 같은 結論을 내릴 수 있다.

첫째 自由空間의 基本的性質을 표현하는 것은 光速 즉 電磁波의 傳播速度이며 誘電率과 透磁率 ϵ_0, μ_0 는 단지 單位系의 설정에 따라 결정되는 常數이다.

모든 電氣單位는 機械的(力學的)인 單位系로부터 定義可能한 絶對單位系이지만 제4의 基本單位로 電氣單位인 Coulomb 혹은 Ampere를 도입한 것은 實用面의 편의를 도모하기 위해서이다.

電磁界는 4個의 벡터 E, D 및 H, B 로 설명된다. 그런데 E, H 와 D, B 사이에 뚜렷한 性質上의 差異가 있다는 근거와 또 이들 4個의 벡터중 어느것이 더욱 基本的인가에 대한 확실한 근거는 古典的電磁氣學에서는 명확하지 않다는 것을 알 수 있다.

參考文獻

- 1) A. Guissard; Electrical units and Electromagnetic Field Vectors. IEEE Trans. Education. 1972. 2.
- 2) F. W. Sears; Mechanics, Wave motion and Heat, Addison-Wesley Publ. Co. 1958.
- 3) A. Sommerfeld; Electrodynamics, New-York. Academic Press. 1964.
- 4) J. A. Stratton; Electromagnetic theory, New-York. Mc Graw-Hill. 1941.
- 5) W. K. H. Panosky, M. Phillips.; Classical Electricity and Magnetism. Addison Wesley, 1962.
- 6) R. M. Fano, L. J. Chu, Adler; Electromagnetic Field, Energy and Forces. New-York, J. Wiley. 1960.
- 7) C. T. Tai; A Study of Electrodynamics of Moving Media, Proc. IEEE. vol. 52. June. 1964. pp. 685 ~689.
- 8) 竹山說三; 電磁氣現象理論,