

Active Filter 設計理論 (II)*

金 定 徳*

연산증폭기(약하여 op. amp.)는 높은 입력임피던스와 낮은 출력임피던스를 가지고 있으며 이를 사용하여 만든 Active Filter는 NIC 나 gyrator 를 사용하여 만든 Active Filter 보다 많은 장점을 가지고 있다. 예를 들면 NIC는 주어진 전달함수를 구현하는데 있어서 분모를 두개 함수 차이로 만드는데 사용된다. 이로써 복소수 극점(pole)을 얻을 수 있지만 회로소자들의 변화에 따라 너무나 민감하다. 더욱이 이 회로망들은 안정시키기가 곤란하다.

만일 단하나의 gyrator 를 이용한 회로를 사용하였을시에는 커패시터값이 광범위하게 된다. 또한 gyrator 를 사용하여 접지된 인덕터를 용이하게 구현할 수는 있지만 부동 인덕터의 구현은 대단히 힘이 든다. 그리고 높은 Q 값을 얻기 위해서는 손실이 적은 커패시터가 요구되는데 이때문에 집적회로형태의 gyrator 를 얻기가 힘이 든다 그러나 op. amp. 를 사용한 filter 에서는 극점(pole)과 영점(zero)의 위치가 op. amp. 의 이득과 부가된 RC 수동회로망에 의하여 결정된다.

기본적으로 말하면 op. amp. 는 전압제어전압원(VCVS)으로서 높은 입력임피던스와 낮은 출력임피던스를 가지고 있으며 광대역이고 대단히 높은 이득을 가지고 있다. 보통 목적으로 제작된 고급 op. amp. 의 전형적인 값은 입력임피던스가

수 $M\Omega$ 이며 출력임피던스는 1Ω 이하이다. 이와 같은 op. amp. 는 Active Filter 를 제작하는데 필요한 전도 및 비전도 기기를 실현할 수 있으며 단순 혹은 다수의 캐환회로를 연결하여 사용될 수 있다.

1. op. amp. 의 표기

op. amp. 의 이상모델은 제어된 동가회로로서 설명될 수 있으며 이 모델의 특성은 그림 1에 표시되었다.

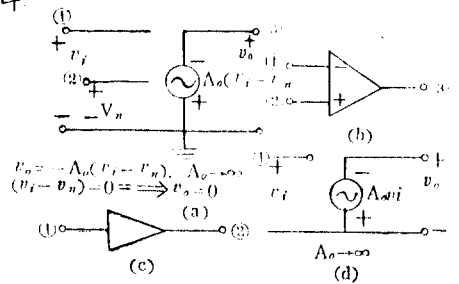


그림 1.
 (a) 理想 differential input op. amp. 의 제어된 동가 회로
 (b) differential input op. amp. 의 표기
 (c) single-ended op. amp. 의 표기
 (d) single-ended op. amp. 의 동가회로

출력전압은 “+”로 표기된 입력단자에 인가된 전압과 항상 같은 극성을 갖는다.

“+”로 표기된 단자를 비전도 입력단자라 부른다. 그와 반대로 출력전압은 “-”로 표기된 전도 입력단자에 인가된 입력전압과는 반대의 극성을 갖는다. 또한 출력전압은 두개의 입력단에 인가된 전압들의 차(差)에 비례하며 그 비례상수는

* 陸軍士官學校 教授部, 正會員

** 본 기술해설은 1971년 9월호 전자공학회지에 실린 Active Filter 설계이론(1)의 연속이다. 특히 이번에는 연산증폭기를 사용한 Active Filter 설계방법을 살펴 보도록 한다.

모든 주파수에 대하여 무한대에 가까운 실수이다. 또한 이상모델에 있어서 입력단자들의 전압차가 영일때 출력전압이 영이 되어야 하며 이 때를 zero offset이라 한다. Diffexential input op. amp.의 통상적인 표기 방법이 그림 1-(b)에 표시되어 있다. 많은 경우에 비전도 입력단자를 접지시키고 사용하는 경우가 있는데 이를 Single-ended op. amp.라 부른다. 그림 1-(c)에는 Single-ended op. amp.의 표기법이 도시되어 있다.

2. 구동점함수의 구현방법

op. amp.를 능동 소자로 사용하여 요구되는 구동점함수의 구현방법이 소개된다. 여러방법 가운데 가장 체계적이고 일반적인 Cox의 방법(1)을 채택, 설명한다. 이는 NIC를 이용한 결합에서 Sipress가 제안한 방법을 op. amp.에 적용시켜 수련한 것이다.

구동점함수의 능동결합

그림 2에 표시된 회로망은 6단자 수동 RC 회로망과 2개의 Single-ended op. amp.를 사용한 회로로서 전체회로의 입력 어드미탄스를 Y_{11} 이라 표시하고 수동회로망의 어드미탄스 행렬을 y_{ij} ; $i=1, 2, 3, 4, 5$, $j=1, 2, 3, 4, 5$ 라 표시하자.

먼저 수동 RC 회로망의 전압전류관계식을 표시하면

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{pmatrix} \quad (1)$$

가 된다.

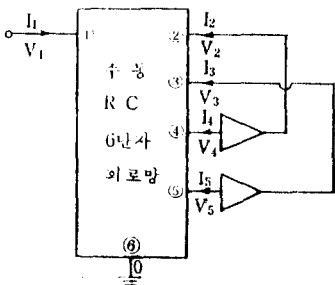


그림 2.

여기에서 사용된 op. amp.가 이상적이라면

$$\begin{aligned} I_4 &= I_5 = 0 \\ V_2 &= A_1 V_4, \quad A_1 \rightarrow \infty \\ V_3 &= A_2 V_5, \quad A_2 \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (2)$$

상기 (2)식을 (1)식에 대입하고 다음과 같이 가정하면

$$\begin{aligned} y_{13} &= 0 \\ y_{43} &= y_{53} = \text{임의의 값} \end{aligned} \quad (3)$$

입력어드미탄스는 (4)식에 표시된바와 같다.

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = y_{11} + \frac{y_{12}(y_{51} - y_{41})}{y_{42} - y_{52}} \quad (4)$$

여기에서 알아두어야 할 것은 변성기를 사용하지 않는 수동 RC 회로망에서는 일반적으로 $y_{ij} = y_{ji}$ 가 된다.

반일 결합이 요구되는 구동점함수가 복소수 변수 S의 유리함수이며 다음과 같이 나타난다고 하면

$$Y_{11} = N(s)/Q(s) \quad (5)$$

첫번째 단계로서 임의의 RC 수동어드미탄스 함수를 택하여 y_{11} 이라 놓는다. 즉

$$y_{11} = \frac{p_{11}}{q} \quad (6)$$

여기에서 변수 S의 차수를 비교하면

$$\text{deg } q > \max(\text{deg } N, \text{deg } Q) \quad (7)$$

가 되어야 하고 무한대에서 일정값을 갖는 함수라야 한다. 식 (5)에서 (6)식을 빼면

$$Y_{11} - y_{11} = \frac{qN - Qp_{11}}{Qq} = \frac{B_1}{Qq} \quad (8)$$

여기에서

$$\text{deg } B_1 \leq \max\{(\text{deg } q + \text{deg } N), (\text{deg } Q + \text{deg } p_{11})\}$$

이다. 따라서 다음단계로 B_1 은 D_1 과 D_2 의 적으로 나타낼 수 있다. 즉

$$B_1 = D_1 D_2 \quad (9)$$

여기에서 D_1 과 D_2 의 차수는 q 의 차수보다 작거나 같다. 또한 D_1 은 부(負)의 실수근만을 갖는 다항식으로 표시될 수 있다.

다음에는 식 (4), (8)과 (9)를 비교하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{y_{12}(y_{51} - y_{41})}{y_{42} - y_{52}} = \frac{D_1 D_2}{Qq} \quad (9)$$

상기식으로 부터

이 회로에서의 전압 전달비는 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{y_{21}^A}{y_{12}^B} \quad (13)$$

여기에서 첨자 A와 B는 회로망 N_A 와 N_B 의 회로정수를 표시한다. 또한 RC 회로망은 가역성이기 때문에 $y_{21} = y_{12}$ 이다.

우리는 수동 RC 회로망이 transformer를 사용하지 않고 결합되기 위해서는 전달어드미턴스 함수가 정의의 실수인 영점을 가질 수 없다는 것을 알 수 있다. 따라서 식 (13)으로 부터 주어진 전달 함수가 정의의 실수인 영점이나 극점을 가지고 있어서는 이 방법으로 결합이 불가능하다.

주어진 전압전달함수 $T_v = -N(s)/Q(s)$ 로 부터의 결합과정은 다음과 같다. 맨먼저 부의 실근만을 가진 다항식 $q(s)$ 를 택한다. 또한 이 $q(s)$ 의 차수는 다음을 만족해야 한다.

$$\deg q(s) + 1 \geq \max[N(s), Q(s)] \quad (14)$$

이와같이 택한 $q(s)$ 로서 T_v 의 분모 및 분자를 나누면

$$T_v = -\frac{N(s)}{Q(s)} = -\frac{N(s)/q(s)}{Q(s)/q(s)} \quad (15)$$

식 (13)과 (15)를 비교하여 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} -y_{21}^A &= \frac{N(s)}{q(s)} \\ -y_{12}^B &= Q(s)/q(s) \end{aligned} \quad (16)$$

상기 회로망정수를 알고 수동 RC 회로망을 결합하는 과정은 통상적인 3단자망 결합방법을 사용한다. 이 중에서 주어진 T_v 가 복소수 극점이나 영점을 포함하고 있을시에는 결과의 y_{21}^A 나 y_{12}^B 가 복소수 영점을 갖게 되며 이런 경우에는 parallel-ladder나 Dasher[4] 혹은 Fialkow-Gerst[5]의 방법을 적용하여 얻는다.

다음에 수치의 예로서 전압전달함수

$$T_v = -\frac{s^2 + 2.0}{s^2 + 0.1s + 1.2}$$

를 결합해 보자. 이 경우에 $q(s) = (s+0.1)$ 을 택하면

$$-y_{21}^A = \frac{s^2 + 2.0}{s + 0.1}$$

$$-y_{12}^B = \frac{s^2 + 0.2s + 1.2}{s + 0.1}$$

가 된다. 따라서 이들은 parallel-ladder 회로로

써 결합이 가능하며 그림 5에 표시되어 있다.

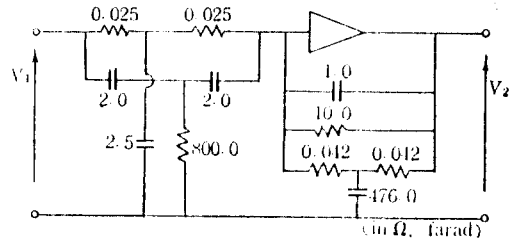


그림 5.

두개의 single-ended op. amp.를 사용한 결합방법

하나의 single-ended op. amp.를 사용하는 경우 정의 실수인 극점 혹은 영점을 가진 전달함수를 결합할 수가 없었다. 또한 복소수 영점이나 극점을 포함하는 경우에는 parallel-ladder를 사용하여야 되었으며 이는 결합방법이 복잡하다. 이와같은 약점을 보완하기 위하여 Lovering[6]이 제안한 방법을 생각해 보자.

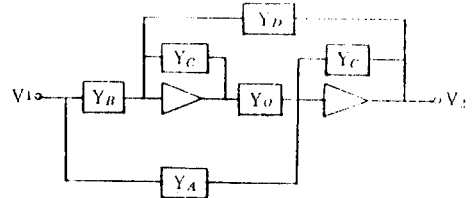


그림 6.

그림 6은 두개의 single-ended op. amp.를 사용한 회로이며 이는 다음의 전압전달비를 갖는다

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{Y_A - Y_B}{Y_C - Y_D} \quad (17)$$

따라서 어떤 주어진 전압비 $T_v = -N(s)/D(s)$ 를 결합하기 위해서는 임의의 부의 실근을 가진 s 의 다항식 $q(s)$ 를 택한다. 단 $q(s)$ 의 차수는 식 (14)에 있는 조건을 만족시켜야 한다. 주어진 전압비의 분모 분자를 $q(s)$ 로서 나누면

$$T_v = -\frac{N(s)}{D(s)} = -\frac{N(s)/q(s)}{D(s)/q(s)} \quad (18)$$

가 되며 식(17)과 비교하여

$$\begin{aligned} Y_A - Y_B &= N(s)/q(s) \\ Y_C - Y_D &= D(s)/q(s) \end{aligned} \quad (19)$$

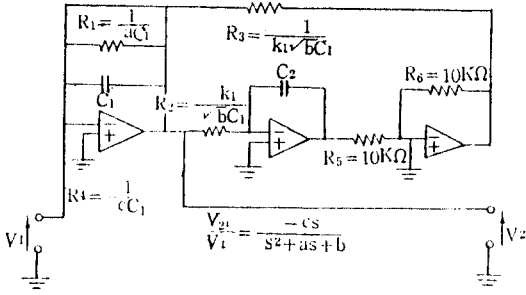


그림 10.

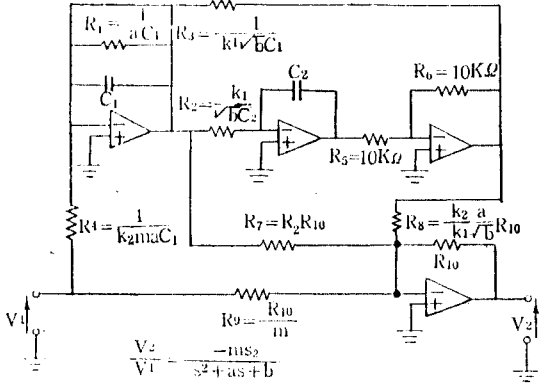


그림 11.

설계하였다[8]. 따라서 주어진 전압전달비와 그림에 표시된 식의 계수들을 동일하게 놓으면 각 회로요소의 값을 쉽게 얻을 수 있다. 만일 결합이 요구되는 전압전달비가 2차이상의 고차 유리함수일 경우에는 여러개의 2차 전달함수의 적으로 나타낸 다음 각 2차 함수를 결합한 Filter Block 들을 직렬로 연결하면 된다.

4. Inductance 의 구현

능동회로망의 궁극적인 목표는 inductance 를 사용하지 않고 요구되는 함수를 아무런 제한없이 R, C와 능동요소만을 사용하여 구현하는데 있다고 볼 수 있다. 따라서 inductance 자체를 구현하는데도 큰 의의가 있다.

inductance 는 크게 두가지로 나눌 수 있다. grounded inductance 와 floating inductance 이다. 첫번째 grounded inductance 는 Riordan [9]이 발전시킨 회로를 사용하면 쉽게 얻을 수 있으며 이는 그림 12에 표시되어 있다.

한편 부동 인덕턴스는 두개의 gyrator 를 사용하여 얻을 수 있으면 각 gyrator 를 op. amp. 로서 구현한 회로가 그림 13에 표시되어 있다.

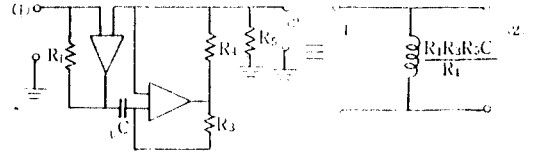


그림 12.

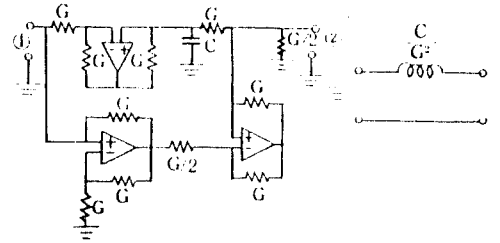


그림 13.

5. 결 어

이상에서 op. amp. 를 사용하여 Active Filter 를 설계하는 기교를 설명하였다. 다음 기회에 상태변수 기교를 살펴 보기로 한다.

본 기술해설을 시술하는 데 불심양면으로 지원을 해주신 육군사관학교 전기공회과 주임 박진욱 교수에게 심심한 사의를 표한다.

참 고 문 헌

1. N.W. Cox, Jr., Synthesis of Admittance matrices using RC Networks and Operational Amplifier, Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 1967.
2. E. A. Guillemin, Synthesis of Passive Networks, John Wiley & Sons, 1957.
3. L. Weinberg, Network Analysis and Synthesis, McGraw-Hill, 1962.
4. B. Dasher, Ref. (2) 참조.
5. A.D. Fialkow and I. Gerst, "The transfer function of networks without mutual reactance," Quarterly Appl. Math., 1954.
6. W.F. Loving, "Analog computer simulation of transfer function," Proc IEEE, March 1965.
7. S.K. Mitra, "Active RC filters employing a

- single operational amplifier as the active element", Proceedings of Hawaii Int. Conf. on System Sciences, Jan 1968.
8. J. Tow, "A step-by-step active filter design", IEEE Spectrum, Dec. 1969.
9. R. H. S. Riordan, "Simulated inductors using differential Amplifiers", Electronic Letters, Feb, 1967.
10. 김정덕, "Active filter 설계이론(I)", 전자학회지. Vol. 8. No. 3, Sept. 1971.
11. 김정덕, "On the sufficiency of $2N$ operational amplifiers to realize arbitrary $N \times N$ transfer matrices", IEEE Trans. on Circuit Theory, CT-18, Vol. 6, 1971.