

誘導形 Linear Motor 의 端部效果를 고려한 移動磁界에 관한 연구

논문
21~4~1

Study on the Travelling Magnetic Field in the Linear Induction Motor with Its End Effect taken into Consideration

임 달 호*
(Dal Ho Im)

Abstract

The author has established a general equation for the travelling magnetic field in air gap with the end effect taken into consideration, which constitutes the basics for the analysis of characteristics of linear induction motor.

This equation is verified by comparison of the experimental values with the theoretically calculated values.

The properties of the travelling wave with attenuation, which is contained in the travelling magnetic field of linear induction motor, have been verified, and consequently the practicable equation is established with these effects taken into consideration.

This provides the solid foundation for the theoretical analysis of the characteristics of the linear induction motor.

1. 序 論

最近에 이르러 美國을 포함한 여러 나라에서 linear motor 에 관한 研究가 急進的으로 活潑하게 進行되고 있다. 그 理由로서는 直線運動系에 驅動用 電動機로서 利用價値가 認定되었기 때문이다. 특히 超高速 電鐵用 電動機를 비롯하여 conveyor system 등 여러 特殊部問에 應用하는 경우 發生速度의 限界點 등의 從來 未解決의 領域을 解消시키는 물론 運轉系統의 綜合的 能率을 높일 수 있는 長點을 지니고 있기 때문에 그 研究開發의 必要함은 再考의 餘地가 없다.

現在 이 linear motor 에 關한 研究概況을 보면 이 미 數年 前부터 여러 學者들에 의하여 研究發表되고 있는 文獻을 參酌할 때, 그 基礎理論部問에서 거의 밝혀지고 있다고 볼 수 있다. 그러나 特性解析上 가장 基本이 되는 空隙에 있어서 形成되는 移動磁界에 關한 一般式이 明確히 밝혀져 있지 않고 發表者의 主觀에 따

라 相異點이 나타나 있다. 특히 이 部問에 가장 問題되는 端部效果를 考慮한 移動磁界의 一般式은 發表된 바 없고 주로 몇가지 制限條件을 假定하여 實驗의 結果值를 分析하고 이를 磁界形成에 考慮하여 그 경향을 決定하였고(6)(7) 혹은 너무 積極的인 制限條件을 適用시킴으로써 實際와 많은 差違를 가져오는 簡易式 등이 紹介되어 있다. (1)(7)

本 論文에서는 低速度, 高速度 등의 速度制限 領域을 두지 않고 一般的으로 通用될 수 있고 實用式이 될 수 있는 端部效果를 考慮한 直線移動磁界의 새로운 一般式을 理論的 究明과 實驗結果로서 밝혀 놓기 위한 것이다.

2. 空隙磁界의 進行波 理論

(1) 理論式的 適用

誘導形 linear motor 의 空隙磁束分布 特性을 究明하기 위해서는 一般 誘導機에서의 같이 Maxwell 의 方程式을 利用하여 空隙內的 電磁界 理論을 다룰 수 있

* 正회원 : 한양대학교 공과대학 전기공학과 부교수

다. 따라서 다음에 紹介되는 電磁方程式을 그림 1과 같은 誘導形 linear motor model에 引用시키기로 한다. 즉 電磁界 理論의 展開를 위한 基本方程式은 다음과 같다.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{i} \quad (1)$$

$$\text{div } \mathbf{i} = 0 \quad (2)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3)$$

$$\mathbf{i} = k\mathbf{E} \quad (4)$$

以上の方程式을 引用하여 電磁界 理論을 展開시키는 경우 多次元으로 取扱할 때 그 解析이 매우 複雑해지며 實質적으로 利用面에 있어 實用的 價値性을 前提로 할 때 無意味함을 알 수 있다. 따라서 基本方程式을 適用함에 있어서 進行波 理論式이 實用性을 잃지 않을 정도로 간소화시키기 위하여 다음의 몇가지 點을 考慮하여 그 基本式을 一次元的으로 다루어서 그림 1에 適用시키고 諸方程式과 等式을 세우기로 한다.

i) sheet rotor 電流는 鐵心幅 $2W$ 領域에서 z 軸에 平行하고 W 領域에서는 x 軸에 平行하게 흐르며 그 x 軸成分 電流는 W 領域 만을 通한다고 한다.

ii) 一次勵磁卷線의 電流分布는 current sheet 로 생각한다.

iii) leakage flux 와 端部等 모든 fringing flux 는 없는 것으로 한다.

iv) 二次 sheet rotor 電流의 y 軸方向變化 즉 表皮 效果는 無視한다.

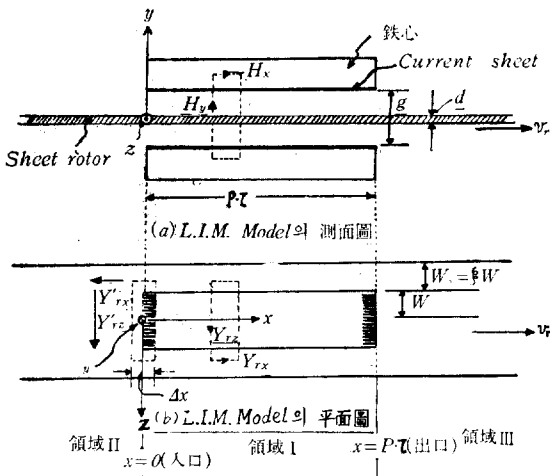


그림 1. Linear motor 의 모델

Fig. 1. Model of the linear motor.

이상의 假定을 前提로 基本方程式을 引用하여 그림 1의 각 領域과 境界에서 成立될 수 있는 方程式과 等式을 세워 보면 다음과 같다.

(a) 領域 I. 에서의 方程式

$$\frac{\partial b_y}{\partial x} = \frac{\mu_0}{g} (J_{sz} + J_{rz}) \quad (5)$$

$$\frac{\partial J_{rx}}{\partial x} + \frac{1}{\xi W} J_{rx} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial J_{rx}}{\partial x} + \frac{1}{W} J_{rx} = kd \frac{\partial b_y}{\partial t} + kd v_r \frac{\partial b_y}{\partial x} \quad (7)$$

(b) 領域 II, III. 에서의 方程式

$$\frac{\partial J'_{rx}}{\partial x} + \frac{1}{\xi W} J'_{rx} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial J'_{rx}}{\partial x} + \frac{1}{W} J'_{rx} = 0 \quad (9)$$

(c) 領域 I과 領域 II, III의 境界에 있어서의 等式

Sheet rotor 電流密度의 $x=0, x=p\tau$ 에 있어서의 變化量은 式 (7)을 利用하여 다음과 같은 等式으로 表示할 수 있다. 즉

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{\partial J_{rx}}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{1}{W} J_{rx} \cdot \Delta x \right] = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[kd \frac{\partial b_y}{\partial t} \cdot \Delta x + kd v_r \frac{\partial b_y}{\partial x} \cdot \Delta x \right] \quad (10)$$

이상에서 $b_y, J_{sz}, J_{rx}, J'_{rx}$ 등은 空際磁束의 y 軸成分, 一次勵磁電流의 面電流密度의 z 軸成分, 二次 sheet rotor 面電流密度의 z 軸, x 軸成分을 나타내며 各各 x 와 t 의 函數인 vector 量이다.

(2) 理論式의 解

式 (5), (6), (7)의 方程式을 聯立하여 b_y 에 關한 方程式을 求하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^3 b_y}{\partial x^3} - \frac{\mu_0}{g} kd v_r \frac{\partial^2 b_y}{\partial x^2} - \frac{1}{\xi W^2} \frac{\partial b_y}{\partial x} - \frac{\mu_0}{g} kd \frac{\partial^2 b_y}{\partial x \cdot \partial t} = -\frac{\mu_0}{g} \frac{\partial^2 J_{sz}}{\partial x^2} - \frac{\mu_0}{g} \frac{1}{\xi W^2} J_{sz} \quad (11)$$

여기에서 $b_y, J_{sz}, J_{rx}, J'_{rx}$ 는 外部 正弦波勵振에 의한 것이므로 한 固定點에 대하여 t 에 關한 正弦波가 된다. 따라서 $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$ 의 形으로 置換이 되며 $b(x), J_{sz}(x), J_{rx}(x), J'_{rx}(x)$ 와 같이 x 만의 函數로 表示할 수 있다.

一次勵磁電流의 x 軸分布를 連續된 current sheet 로 보았으므로 3相平衡電流에 의한 面電流密度 J_{sz} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다. 즉

$$J_{sz} = J_{sz} \varepsilon^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \quad (12)$$

따라서 J_{sz} 만에 의한 空際磁束密度 b_s 라 할때 b_s 는 J_{sz} 와 같은 速度이고 一定 振幅의 進行波가 될 것으로

$$b_s = b_s \varepsilon^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \varphi_s)} \quad (13)$$

와 같이 表示할 수 있다.

고로 式 (11)은 다음과 같다.

$$\frac{d^3 b(x)}{dx^3} - \frac{\mu_0}{g} kd \cdot v_r \frac{d^2 b(x)}{dx^2} - \left(\frac{1}{\xi W^2} + j\omega \frac{\mu_0}{g} kd \right) \frac{db(x)}{dx} = \frac{\mu_0}{g} \frac{d^2 J_{sz}(x)}{dx^2} - \frac{\mu_0}{g} \cdot \frac{1}{\xi W^2} \cdot J_{sz}(x) \quad (14)$$

단, ω 는 電源에 의한 強制振動角速度이다.

따라서 磁束密度 $b(x)$ 를 定常項 $\dot{b}_s(x)$, 過渡項 $\dot{b}_t(x)$ 의 合成

$$\text{즉, } b(x) = \dot{b}_s(x) + \dot{b}_t(x) \quad (15)$$

라 놓으면 式 (14)에서 磁束密度的 定常項에 관한 方程式은

$$\frac{d^3 \dot{b}_s(x)}{dx^3} - \frac{\mu_o}{g} kdv_r \frac{d^2 \dot{b}_s(x)}{dx^2} - \left(\frac{1}{\xi W^2} + j\omega \frac{\mu_o}{g} kd \right) \frac{d \dot{b}_s(x)}{dx} = \frac{\mu_o}{g} \frac{d^2 J_{sz}(x)}{dx^2} - \frac{\mu_o}{g} \frac{1}{\xi W^2} \cdot J_{sz}(x) \quad (16)$$

그리고 過渡項에 관한 方程式은

$$\frac{d^3 \dot{b}_t(x)}{dx^3} - \frac{\mu_o}{g} kdv_r \frac{d^2 \dot{b}_t(x)}{dx^2} - \left(\frac{1}{\xi W^2} + j\omega \frac{\mu_o}{g} kd \right) \frac{d \dot{b}_t(x)}{dx} = 0 \quad (17)$$

와 같이 된다.

式 (16)에서 定常項 磁束 $\dot{b}_s(x)$ 는

$$\dot{b}_s(x) = \dot{b}_s e^{-j \frac{\pi}{\tau} x} \quad (18)$$

가 求해지고 $\omega = \frac{\pi}{\tau} v_r$ 이며

$$\dot{b}_s = \frac{\frac{\mu_o}{g} \cdot \frac{\tau}{\pi} \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} + \frac{1}{\xi W^2} \right) J_{sz}}{\sqrt{\left\{ \frac{\mu_o}{g} kd \frac{\pi}{\tau} (v_r - v_r) \right\}^2 + \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} + \frac{1}{\xi W^2} \right)^2}} \quad (19)$$

$$\phi_s = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\pi^2}{\tau^2} + \frac{1}{\xi W^2}}{\frac{\mu_o}{g} kd \frac{\pi}{\tau} (v_r - v_r)} \right) \quad (20)$$

이다.

다음으로 磁束密度的 過渡項은 $\dot{b}_t(x) = \dot{b}_t e^{\alpha x}$ 라 놓을 수 있으므로 式 (17)이 解를 구하면 다음과 같이 된다.

$$P \left\{ P^2 - \frac{\mu_o}{g} kdv_r P - \left(\frac{1}{\xi W^2} + j \frac{\mu_o}{g} kd \frac{\pi}{\tau} v_r \right) \right\} = 0 \quad (21)$$

따라서

$$P_0 = 0$$

$$P_1, P_2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\mu_o}{g} kdv_r \pm \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{g} kdv_r \right)^2 + 4 \left(\frac{1}{\xi W^2} + j \frac{\mu_o}{g} kd \frac{\pi}{\tau} v_r \right)^2} \right\} \quad (22)$$

가 되며 이것을 $P_1 = -\alpha_1 - j\beta$, $P_2 = \alpha_2 + j\beta$ 라 놓을 때 $b_t(x) = b_0 + b_1 e^{-(\alpha_1 + j\beta)x} + b_2 e^{(\alpha_2 + j\beta)x}$ (23)

와 같은 $b_t(x)$ 의 一般解를 얻을 수 있다.

여기서

$$\alpha_1 \approx \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{g} kdv_r \right)^2 + \frac{4}{\xi W^2}} - \frac{\mu_o}{g} kdv_r \right\} \quad (24)$$

$$\alpha_2 \approx \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{g} kdv_r \right)^2 + \frac{4}{\xi W^2}} + \frac{\mu_o}{g} kdv_r \right\} \quad (25)$$

이고

$$\beta = \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{2 \frac{\mu_o}{g} kdv_r}{\sqrt{\left(\frac{\mu_o}{g} kdv_r \right)^2 + \frac{4}{\xi W^2}}} = \frac{\pi}{\tau_1} \quad (26)$$

를 말한다.

$$\text{단, } \tau_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{\mu_o}{g} kdv_r \right)^2 + \frac{4}{\xi W^2}}}{2 \frac{\mu_o}{g} kdv_r} \cdot \tau \text{로서 進行波過渡}$$

項의 波長이 된다.

고로 (14)式의 $b(x)$ 에 관한 一般解는

$$b(x) = \dot{b}_s(x) + \dot{b}_0 + \dot{b}_1(x) + \dot{b}_2(x) \quad (27)$$

가 될 것이며 結局 方程式 (11)의 一般解 b_y 의 값은 다음과 같다.

$$b_y = \dot{b}_s e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} + \dot{b}_0 e^{j\omega t} + \dot{b}_1 e^{-\alpha_1 x} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau_1} x)} + \dot{b}_2 e^{\alpha_2 x} e^{j(\omega t + \frac{\pi}{\tau_1} x)} \quad (28)$$

여기서 \dot{b}_0 , \dot{b}_1 , \dot{b}_2 는 境界條件에 의하여 求해지는 積分常數이고 複素量으로서 sheet rotor의 速度 v_r 의 函數이다.

第(28)式의 內容의 特性을 다음과 같이 概略적으로 分析해 보기로 한다.

(i) 右邊의 第一項은 $v_r = 2\tau f$ 의 速度로 進行하는 定常進行磁界이고

(ii) 第2項은 周波數 f 의 交番磁界로서 x 에 無關하고 磁束密度的 絕對值의 크기에 影響을 준다.

(iii) 第3項은 x 의 正方向에 進行하는 減衰進行波成分이고 그 速度는 $v_t = 2\tau f$ 이고 減衰定數 α_1 이 된다.

(iv) 第4項은 x 의 負方向에 進行하는 減衰進行波成分이고 第3項과 같은 速度이고 減衰定數 α_2 이다.

以上에서 알 수 있는 바와 같이 sheet rotor가 v_r 의 速度로 固定子에 對하여 相對運動中에 있을 때의 空際磁束分布는 x 方向의 位置에 따르는 定常項과 過渡項의 合으로 된다. 이들 중 過渡項이 作用하는 基礎的 性質을 살펴 보면 다음과 같다.

(v) 우선 式 (24)와 (25)에서 알 수 있는 바와 같이 減衰定數 α_1 , α_2 는 v_r 에 따라 變化하고 v_r 의 增加에 따라 α_1 은 減少하고 α_2 는 增加하여 結局 $\alpha_1 < \alpha_2$ 의 關係가 成立하여 式 (28)의 第4項의 逆方向 減衰進行이 第3項의 正方向 減衰進行보다 대단히 빠르게 減縮됨을 알 수 있다.

(vi) 減衰進行波의 移動速度 $v_t = f \left(\frac{d}{g}, \xi W, v_r \right)$ 로서 v_r 의 變化에 따라 變化하고 $\xi = \infty$ 라 볼 때 $v_r = 2v_s$ 인 경우 그 波長이 定常進行波의 波長과 一致되어 $\tau_1 = \tau$ 가 됨을 알 수 있다.

(vii) 入口端에 있어서 正方向 減衰進行波의 影響을 받아 定常磁界가 弱화되고 x 方向의 作用範圍는 $\frac{1}{\alpha_1}$ 에 比例됨을 알 수 있다.

(viii) 出口에 있어서는 逆方向 減衰進行波에 의하여 定常磁界를 強化시키게 되고 x 의 負方向의 作用範圍는 $\frac{1}{\alpha_2}$ 에 의하여 決定된다.

(ix) 速度 v_r 의 增加에 따라 $\frac{1}{\alpha_2} \ll \frac{1}{\alpha_1}$ 이 되므로 進行波의 出口로부터 負方向 浸透範圍는 入口로부터의 正方向 浸透範圍에 比하여 無視될 수 있음을 알 수 있다.

(3) 境界條件에 依한 方程式 및 等式과 積分常數의 決定

領域 II, III에 있어서 sheet rotor의 面電流密度 J'_{rz} , J'_{rz} 도 外部正弦波勵磁에 依한 것이므로 한 定點에서 불패 時間에 따라 正弦波的 變化를 하므로 各各 $J'_{rz}(x)$ $J'_{rz}(x)$ 와 같이 x 만의 函數로 나타낼 수 있고 式 (8) (9) 및 (10)은 다음과 같이 쓸 수 있다. 即

$$\frac{dJ'_{rz}(x)}{dx} + \frac{1}{\xi W} J'_{rz}(x) = 0 \quad (29)$$

$$\frac{dJ'_{rz}(x)}{dx} + \frac{1}{W} J_{rz}(x) = 0 \quad (30)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{dJ'_{rz}(x)}{dx} \cdot \Delta x + \frac{1}{W} J_{rz}(x) \cdot \Delta x \right] = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[j\omega kdb(x) \Delta x + kdv_r \frac{db(x)}{dx} \cdot \Delta x \right] \quad (31)$$

위의 式 (29) 및 (30)으로부터 다음과 같은 $J'_{rz}(x)$ 에 關한 方程式을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2 J'_{rz}(x)}{dx^2} - \frac{1}{\xi W^2} J'_{rz}(x) = 0 \quad (31)'$$

고로 이 式의 一般解는 다음과 같이 된다.

$$J'_{rz}(x) = k_1 \epsilon^{Q_1 x} + k_2 \epsilon^{Q_2 x} \quad (32)$$

여기에서 $Q_1, Q_2 = \pm \frac{1}{\sqrt{\xi W}}$ 로서 active zone 外部 sheet rotor 電流의 x 軸成分의 減衰定數가 되므로 式 (32)는

$$J'_{rz}(x) = k_1 \epsilon^{-\frac{1}{\sqrt{\xi W}} x} : x \leq 0 \quad (33)$$

$$= k_2 \epsilon^{-\frac{1}{\sqrt{\xi W}} x} : x \geq p\tau \quad (34)$$

그런데 $J_{rz}(x)$ 는 $x=0, x=p\tau$ 에서 連續이므로 다음과 같은 境界條件이 成立한다.

$$x=0 \text{에서 } J'_{rz}(0) = J_{rz}(0) \quad (35)$$

$$x=p\tau \text{에서 } J'_{rz}(p\tau) = J_{rz}(p\tau) \quad (36)$$

고로 $J'_{rz}(x) = J_{rz}(0) \epsilon^{-\frac{1}{\sqrt{\xi W}} x} : x \leq 0$ (37)

$$= J_{rz}(p\tau) \epsilon^{-\frac{1}{\sqrt{\xi W}} x} : x \geq p\tau \quad (38)$$

또한 $J'_{rz}(x)$ 는 式 (37), (38)을 式 (29)에 代入하면

$$J'_{rz}(x) = -\sqrt{\xi} J_{rz}(0) \epsilon^{-\frac{1}{\sqrt{\xi W}} x} : x \leq 0 \quad (39)$$

$$= \sqrt{\xi} J_{rz}(p\tau) \epsilon^{-\frac{1}{\sqrt{\xi W}} x} : x \geq p\tau \quad (40)$$

와 같이 된다.

또한 active zone 內의 sheet rotor 電流의 x 軸, z 軸成分은 式 (5)와 (6)에 의하여

$$J_{rz}(x) = -\frac{1}{\xi W} \cdot \frac{g}{\mu_0} b(x) + j \frac{\tau}{\pi} \cdot \frac{1}{\xi W} J_{rz} \epsilon^{-j \frac{\pi}{\tau} x} \quad (41)$$

$$J_{rz}(x) = -\frac{g}{\mu_0} \frac{db(x)}{dx} - J_{rz} \epsilon^{-j \frac{\pi}{\tau} x} \quad (42)$$

以上과 같이 各 領域에 있어서의 sheet rotor 電流의 式을 얻을 수 있다.

다음에 積分常數 決定을 爲한 等式을 求하면 式 (31)은 入口, 出口인 $x=0, x=p\tau$ 의 境界에 있어서 $j\omega kdb(0), j\omega kdb(p\tau)$ 는 有限一定值이고 $J_{rz}(x)|_{x=0}, J_{rz}(x)|_{x=p\tau}$ 에서는 連續이므로 다음과 같은 等式을 얻는다.

$$\delta J_{rz}(0) = kdv_r \delta b(0) \quad (43)$$

$$\delta J_{rz}(p\tau) = kdv_r \delta b(p\tau) \quad (44)$$

또한 active zone ($0 \leq x \leq p\tau$)외의 磁束은 없는 것으로 보았으므로 $0 \leq x \leq p\tau$ 內에서만 모든 磁束의 流出이 이루어진다고 볼 수 있다.

$$\text{고로 } \int_0^{p\tau} b(x) dx = 0 \quad (45)$$

이다.

以上과 같은 等식이 成立하고 結局 式 (43)~(45)는 積分常數 b_0, b_1, b_2 를 求하는데 滿足될 수 있는 境界條件이 될 수 있다.

그런데 sheet rotor의 速度 v_r 의 값이 增加함에 따라 $\frac{1}{\alpha_2} \ll \frac{1}{\alpha_1}$ 은 현저히 成立되어 負方向 減衰進行波의 減衰가 급격하게 빨라지고 浸透範圍가 無視될 수 있는 거리(浸透距離)로 짧아지므로 式 (23)의 第3項을 無視하여 $b_2 \cdot \epsilon^{(\alpha_2 + j\beta)x} = 0$ 라 놓아도 實用上 磁束分布 解析에 큰 지장이 없는 것으로 볼 수 있다.

따라서 積分常數 決定을 爲한 境界條件式은 式 (43)과 (45)로 充分하게 된다.

그런데 式 (43)에서

$$\delta J_{rz}(0) = J_{rz}(0) - J'_{rz}(0) \quad (46)$$

$$kdv_r \delta b(0) = kdv_r b(0) \quad (47)$$

라 볼 수 있으므로 式 (43), (45), (46), (47)에 의하여 다음과 같은 b_0, b_1 에 對한 聯立方程式을 얻을 수 있다.

$$a b_0 + A_3 \epsilon^{j\varphi_3} b_1 = -A_1 \epsilon^{j\varphi_1} b_2 - A_2 \epsilon^{-j\varphi_2} J_{rz} \quad (48)$$

$$p\tau b_0 + \{1 - \epsilon^{-(1+j\beta)p\tau}\} A_4 \epsilon^{-j\varphi_4} b_1 = 0 \quad (49)$$

위의 두 式에서 b_0, b_1 을 求하면

$$b_1 = \frac{-\{A_1 \epsilon^{j\varphi_1} b_2 + A_2 \epsilon^{-j\varphi_2} J_{rz}\}}{A_3 \epsilon^{j\varphi_3} - \frac{a}{p\tau} \{1 - \epsilon^{-(\alpha_1 + j\beta)p\tau}\} A_4 \epsilon^{-j\varphi_4}} \quad (50)$$

$$b_0 = \frac{-\{1 - \epsilon^{-(\alpha_1 + j\beta)p\tau}\} A_4 \cdot \epsilon^{-j\varphi_4}}{p\tau} \cdot b_1 \quad (51)$$

와 같다.

$$\text{단, } a = \frac{1}{\sqrt{\xi W}} \cdot \frac{g}{\mu_0} + kdv_r$$

$$A_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{\xi W}} \cdot \frac{g}{\mu_0} + kdv_r\right)^2 + \left(\frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\pi}{\tau}\right)^2}$$

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \frac{\frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\pi}{\tau}}{\frac{1}{\sqrt{\xi W}} \cdot \frac{g}{\mu_0} + kdv_r}$$

$$A_2 = \sqrt{1 + \left(\frac{\tau}{\sqrt{\xi} W \pi}\right)^2}, \quad \varphi_2 = \tan^{-1} \frac{\tau}{\sqrt{\xi} W \pi}$$

$$A_3 = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{\xi} W} \cdot \frac{g}{\mu_0} + kd v_r + \frac{g}{\mu_0} \alpha\right)^2 + \left(\frac{g}{\mu_0} \beta\right)^2}$$

$$\varphi_3 = \tan^{-1} \frac{\frac{g}{\mu_0} \beta}{\frac{1}{\sqrt{\xi} W} \cdot \frac{g}{\mu_0} + kd v_r + \frac{g}{\mu_0} \alpha}$$

$$A_4 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1^2 + \beta^2}}, \quad \varphi_4 = \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha_1}$$

이다.

결국 端部效果를 考慮한 移動磁界에 의한 磁束分布의 一般式은 다음과 같이 된다.

式 (50), (51)에서 $b_0 = b_0 \varepsilon^{j\varphi_0}$, $b_1 = b_1 \varepsilon^{j\varphi_1}$ 라 놓으면

$$b_r = b_r \varepsilon^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \varphi_r)} + b_0 \varepsilon^{j(\omega t + \varphi_0)} + b_1 \varepsilon^{-\alpha_1 x} \varepsilon^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \varphi_1)} \quad (52)$$

다음으로 磁束密度 計算의 實用式을 求하기 爲하여 다음과 같은 試作機의 指定된 數值를 積分常數 b_0 , b_1 에 代入하여 結果를 整理하여 보기로 한다.

$$\mu_0 = 1,256 \times 10^{-6} [\text{H/m}], \quad k = 3.46 \times 10^7 [\text{G/m}]$$

$$d = 5 \times 10^{-3} [\text{m}], \quad g = 10^{-2} [\text{m}], \quad \xi = 1.0$$

$$v_r = 13.68 [\text{m/s}], \quad W = 5 \times 10^{-2} [\text{m}],$$

$$\tau = 11.4 \times 10^{-2} [\text{m}], \quad J_{sz} = \frac{15}{30} \times 10^4 [\text{A/m}]$$

$$v_r = 0 \sim 13.68 [\text{m/s}]$$

우선 式 (50)을 變形하면 $A_3 |_{v_r=0} \neq 0$ 이므로

$$b_1 = - \frac{\frac{A_1}{A_3} \varepsilon^{j(\varphi_1 - \varphi_3)} b_0 + \frac{A_2}{A_3} \varepsilon^{-j(\varphi_2 + \varphi_3)} J_{sz}}{1 - \frac{\alpha}{p\tau} [1 - \varepsilon^{-(\alpha_1 + j\beta)p\tau}] \cdot \frac{A_4}{A_3} \cdot \varepsilon^{-j(\varphi_4 + \varphi_3)}} \quad (53)$$

와 같이 되며 여기에서 $v_r = 0 \sim 13.68 [\text{m/s}]$ 區間에 있어서 $\frac{A_1}{A_3}$, $\frac{A_2}{A_3}$, $\frac{A_4}{A_3}$ 의 最大와 最小의 限界를 가려 비교해 보면 다음과 같다.

$$|1 - \varepsilon^{-(\alpha_1 + j\beta)p\tau}| \cdot |\varepsilon^{-j(\varphi_4 + \varphi_3)}| < 1 \quad (54)$$

$$\frac{\alpha}{p\tau} \Big|_{v_r=0}^{\text{min.}} = 0.3 \times 10^6, \quad \frac{\alpha}{p\tau} \Big|_{v_r=13.68}^{\text{max.}} = 5.4 \times 10^6 \quad (55)$$

$$\frac{A_4}{A_3} \Big|_{v_r=0} = \frac{1}{13940} \times 10^{-6}$$

$$\therefore \frac{\alpha}{p\tau} \cdot \frac{A_4}{A_3} \Big|_{v_r=0}^{\text{min.}} \approx 2.2 \times 10^{-5}$$

$$\frac{\alpha}{p\tau} \cdot \frac{A_4}{A_3} \Big|_{v_r=13.68}^{\text{max.}} \approx 4 \times 10^{-4} \quad (56)$$

$$\frac{A_2}{A_3} \Big|_{v_r=0} = \frac{\sqrt{2}}{34} \times 10^{-6} \frac{A_2}{A_3} \Big|_{v_r=v_r} < \frac{A_2}{A_3} \Big|_{v_r=0} \quad (57)$$

$$\frac{A_1}{A_3} \Big|_{v_r=0} = \frac{2,3}{34} \quad (58)$$

以上的 結果로 보아서 $\frac{A_2}{A_3}$, $\frac{\alpha}{p\tau} \frac{A_4}{A_3}$ 의 값은 $\frac{A_1}{A_3}$

에 比하여 無視할 수 있으므로 結局 다음과 같은 結果를 가져온다.

即 式 (53)의 b_1 은

$$b_1 = \frac{A_1}{A_3} \varepsilon^{j(\varphi_1 - \varphi_3 + \pi)} \cdot b_0 \quad (59)$$

로 되고 式 (51)의 b_0 는 零으로 된다.

따라서

$b_r = A_r J_{sz} \varepsilon^{j\varphi_r}$ 라 놓으면

$$A_r = \frac{\frac{\mu_0}{g} \cdot \frac{\tau}{\pi} \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} + \frac{1}{\xi W^2} \right)}{\sqrt{\left\{ \frac{\mu_0}{g} kd \frac{\pi}{\tau} (v_r - v_r) \right\}^2 + \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} + \frac{1}{\xi W^2} \right)^2}}$$

이므로 다음과 같은 簡易式을 얻을 수 있다. 即 式 (59)와 $b_0 = 0$ 를 考慮하면

$$b_r = A_r J_{sz} \varepsilon^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \varphi_r)} + \frac{A_1}{A_3} A_r J_{sz} \varepsilon^{-\alpha_1 x} \varepsilon^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \varphi_r + \varphi_1 - \varphi_3 + \pi)} \quad (60)$$

다시 말해서 式 (60)은 磁束密度를 나타내는 簡易式이 될 수 있으므로 諸特性 計算에 利用할 수 있는 實用式이 된다. 이 結果로 進行波의 過渡項中에서 單相交番磁界分은 正方向減衰進行波分에 比較하여 그 振幅이 無視될 수 있을 정도로 작고, 負方向減衰進行波分은 速度의 增加에 따라 浸透의 길이가 無視되어 實質的으로 動特性에 미치는 영향을 考慮치 않아도 特性解析에 지장이 없음을 말해 준다.

3. 試驗機와 實驗法

(1) 試驗機와 磁束分布

空隙磁束分布는 sheet rotor의 速度變化에 따라 實測이 되어야 하므로 繼續運轉이 必要하게 된다. 이에 對處해서 試驗機는 外徑 195cm, 內徑 175cm 되는 曲率을 지니고 鐵心平均長 45.6cm × 鐵心幅 10cm 되는 有效面積과 높이 10cm의 arch形인 一次勵磁鐵心과 두께 5mm의 Al板이 附着된 外徑 200cm의 disk形 2次 sheet rotor로 構成된 一種의 arch形 disk motor를 製作하여 實驗하였다.

A. 空隙磁束의 測定

一次勵磁卷線은 一般誘導機에서와 같은 3相 4極의 分布卷을 24 slot에 施行하였고, 各齒에 search coil을 設置하고 그 誘起電壓을 V.I.V.M.과 oscillograph recorder로 測定하여 磁束密度를 구하였으며 實驗時의 空隙長은 $g = 10^{-2} [\text{m}]$ 로 유지시키고 鐵心有効巾外部의 sheet rotor 餘分巾은 $W_0 = 5 \times 10^{-2} [\text{m}]$ 로 하였다. 導電度 $k = 3.46 \times 10^7 [\text{G/m}]$ 의 Al板 sheet rotor를 速度 零으로부터 11.95[m/s]까지 變化할 때 磁束密度의 實測值曲線은 그림 2와 같고 計算值曲線은 그림 3과 같다.

B. 正方向 및 負方向減衰進行波의 測定

減衰進行波의 浸透傾向을 實測하기 위하여 端部 第

1齒에 單相勵磁卷線을 施行하며 單相勵磁을 시켜주고 이때 速度의 增加에 따르는 各齒部의 磁束密度를 測定하였으며, 正方向減衰進行波磁束은 單相勵磁卷線位置를 基準으로 active zone을 向한 方向에 sheet rotor를 回轉시킬때 測定된 값으로 그림 4-(a)와 같고, 負方向進行波磁束은 逆方向으로 回轉시킬 때 測定하여 그림 4-(b)와 같다.

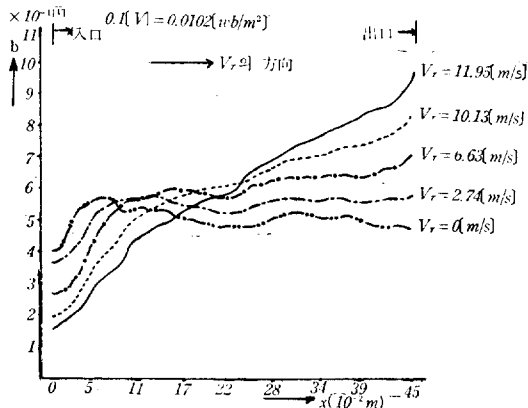


그림 2. 磁束分布의 測定值
Fig. 2. Measured values of the magnetic flux distribution.

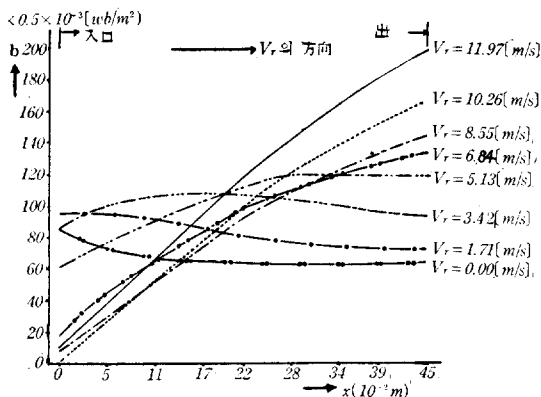


그림 3. 磁束分布의 計算值
Fig. 3. Calculated values of the magnetic flux distribution.

그림 4의 結果를 分析하여 그림 5의 (a), (b)와 같은 正, 負의 減衰進行波磁束의 浸透길이를 얻었고 式 (24) (25) 逆數를 計算하여 比較하였다.

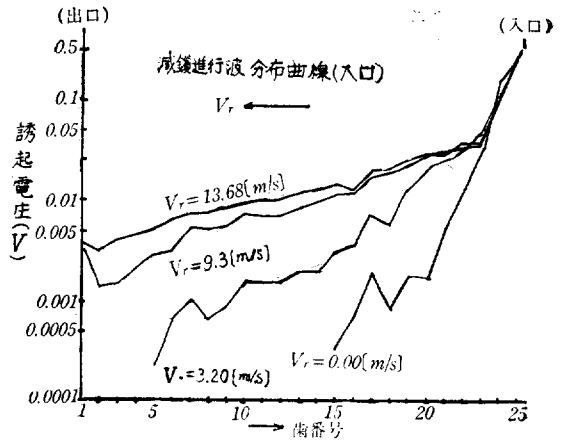


그림 4-(a). 正方向磁束浸透

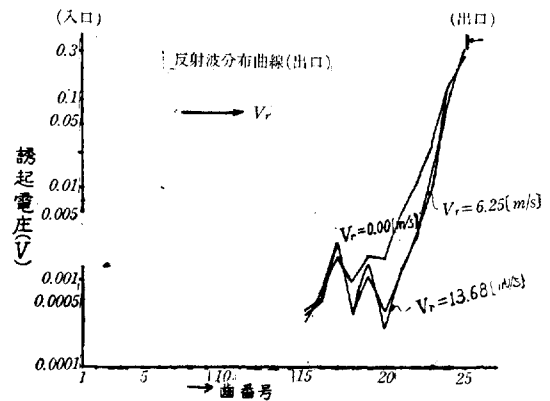


그림 4-(b). 負方向磁束浸透

Fig. 4. Experimental results of flux penetration

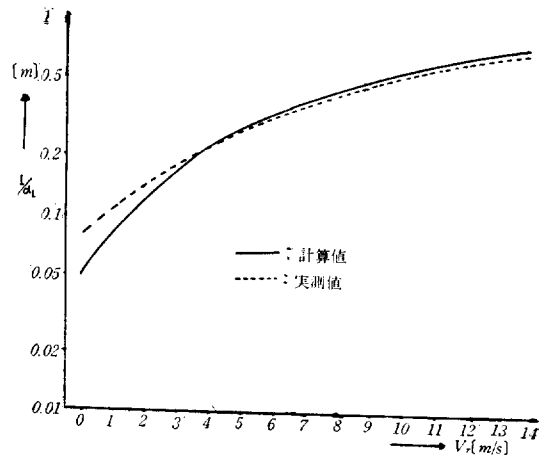


그림 5-(a). 正方向減衰進行波의 浸透 길이

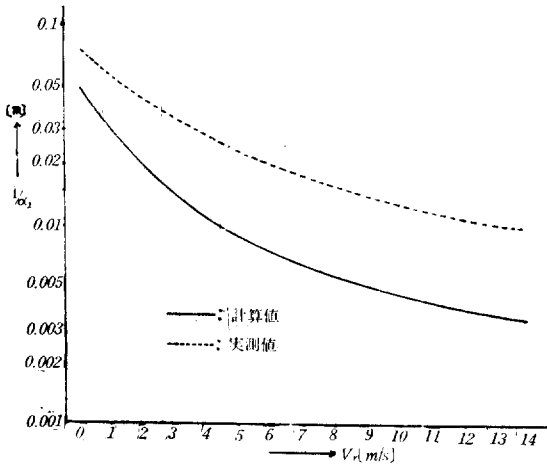


그림 5-(b). 負方向減衰進行波의 浸透 길이

Fig. 5. Experimental values and calculated values of flux penetration length.

4. 試驗結果

以上에서 얻은 結果值를 理論值와 比較하기 위하여 移動磁界의 一般式으로 紹介된 式 (52)와 減衰進行磁界의 浸透 길이 $\frac{1}{\alpha_1}$, $\frac{1}{\alpha_2}$ 의 값을 計算機(Facom 230-10)를 利用하여 計算한 結果를 그림 3, 그림 5의 (a), (b)에 밝혔다.

우선 磁束密度의 測定值의 速度와 位置에 따르는 變化 모양은 다음과 같다.

速度 零일 때에는 端部인 入口와 出口에 이르는 active zone 內에서 거의 一定振幅을 갖는 磁束分布가 됨을 알 수 있고, 速度의 增加에 따라 入口端에서는 磁束 level이 減少되어 있으며 出口端에서는 增加되는 結果를 얻었고, 이것은 그림 3의 計算值와 그 傾向이 合致됨을 알 수 있다. 또한 $v_r=0$ 일 때의 磁束 level보다, 減縮되는 거리($v_r=0$ 일 때의 b 의 曲線과 $v_r \neq 0$ 일 때의 b 와의 交點 거리)의 變化를 보면 正方向減衰進行波磁界의 영향과 浸透 길이가 v_r 의 增加에 따라 作用하고 있음을 알 수 있다.

出口에 있어서 實驗值가 急히 增加된 현상은 出口에서의 負方向減衰進行波의 加勢에 의한 것이라 볼 수 있고 그 作用 範圍는 速度 增加에 따라 減縮되어 거의 出口 1個의 齒部位까지 接近되는 것을 그림 2에서 보아 알 수 있다.

正, 負方向의 減衰進行波의 浸透 길이가 速度의 增

加에 따라 變化하는 모양은 $\frac{1}{\alpha_1}$ 에 있어서는 計算值와 거의 合致된 傾向을 나타내고 있으며 $\frac{1}{\alpha_2}$ 은 計算值와 甚하게 差를 이루고 있다. 그 原因으로는 $\frac{1}{\alpha_1}$ 은 v_r 의 增加와 더불어 浸透 길이가 길어지므로 單相勵磁齒幅에 關係없게 되나, $\frac{1}{\alpha_2}$ 은 점점 짧아지므로 單相勵磁齒幅附近에 이르러서는 磁束이 減縮되지 않는다. 따라서 $\frac{1}{\alpha_2}$ 의 實測은 매우 어려운 일이 된다. 故로 實驗上의 不得已한 誤差로 된다. 끝으로 綜合磁界의 理論值와 實驗值를 同期速度附近의 連轉速度에서 比較해 보면 그림 6과 같다.

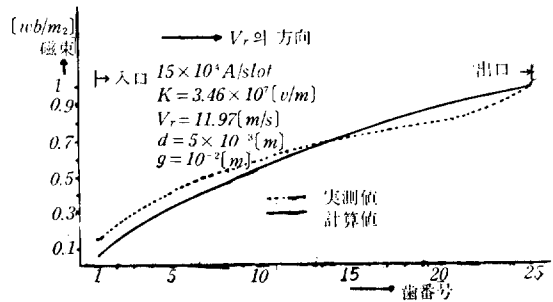


그림 6. 磁束分布曲線

Fig. 6. Flux distribution curve.

5. 結 論

誘導形 linear motor의 移動磁界의 端部效果를 考慮한 一般式을 誘導하여 實驗值와 比較 檢討하였다. 結果로 紹介된 理論式과 實驗值特性曲線에서 알 수 있는 것과 같이 減衰進行波 磁界中에서도 正方向減衰進行波의 正常磁界에 미치는 영향이 實驗速度 11.35(m/s)인 低速度에 있어서는 대단히 크게 나타남을 볼 때, 誘導形 linear motor의 諸特性 算定에 있어서 低, 高速을 막론하고 端部效果를 絕對無視할 수 없음을 알았고 低速度로부터 高速에 이르는 모든 速度範圍에서 適用될 수 있는 移動磁界의 一般式과 二次電流의 式을 얻었으므로 諸般 特性算出이 容易하게 될 것으로 생각된다. 또한 減衰進行波磁界가 지나는 性質이 究明됨으로써 장차 端部效果의 영향 제거를 위한 補償卷線의 施行 등 特性改良에 參考가 될 것으로 안다.

끝으로 本 研究進行에 實驗 및 資料處理에 많은 힘이 되어준 研究室 白壽鉉君과 成義慶君의 많은 勞苦에 感謝한다.

記 號

- b : 空隙磁束密度[wb/m²]
- J_s : sheet rotor 의 面電流密度[A/m]
- J_1 : 一次電流의 面電流密度[A/m]
- W : sheet rotor 有効幅의 半의 길이[m]
- W_0 : orcerhang 部分의 sheet rotor 幅[m].
- ξ : $\frac{W_0}{W}$
- g : 空隙長[m]
- p : 極數
- τ : 極間隔[m]
- d : sheet rotor 의 두께[m]
- v_s : 同期速度[m/s]
- v_1 : sheet rotor 의 速度[m/s]
- ω : 強制振動角速度[rad/s]

參 考 文 獻

- 1) E.R. Laithwaite "Induction Machines for Special Purposes" London: Geoge Newnes, 1966.
- 2) E.R. Laithwaite, G.K.Nix, "Linear Induction Motors for Low Speed and Standstill Applications" Proc. IEE (London) Vol. 113, pp. 1044—1056, 1966,
- 3) E.R. Laithwait, "Linear Induction Motors for High Speed Vehicles" Electronics and Power, pp.230~233. 1969.

- 4) D. Gonen and S. Stricker, "Analysis of an Eddy Current Brake," Proc. IEEE. pp.357—361. 1965.
- 5) S.A. Nasar. "Linear-Motion Electrical Machines" Proc. IEEE. Vol. 58, pp.531~542, 1970.
- 6) S. Yamamura, H. Ito, F.L. Atmed. "On End Effects of the Linear Induction Motor." IEE, Journal of Japan, Vol. 90, No.3. pp.459—468, 1970.
- 7) S. Yamamura. Y. Ishikawa. "Influence of End-Effect on Characteristics of Linear Induction Motor, IEE, Journal of Japan, Vol. 91. No. 2, pp.145—154, 1971.
- 8) T. Matsumia. "End Effect and Equivalent Circuit of the Linear Induction Motor", IEE, Journal of Japan, Vol. 91, No.2, pp.125—134. 1971.
- 9) J. Owuki, S.Sano, D.H. Im. "The Linearly Travelling Magnetic Field". Bulletin of Science and Engineering Research Laboratory, Waseda Univ. No. 43. pp.30—36, 1969.
- 10) D.H. Im, "Research on the Method. of Calculating the Airgap Magnetic flux Distribution and Travelling Magnetic Field," Proceeding of the Seoul International Conference on Electrical and Electronics Engineering, pp.109—116, 1970.