

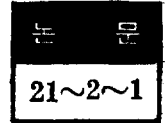
鋼塊鐵心回轉자를 가진 誘導電動機의 토오크해석

(슬롯이 없는 회전자 철심의 경우)

Analysis on Torque of Solid Iron Rotor Induction Motor

(In Rotor without Slot)

이 윤 중*
(Yun Jong Lee)



Abstract

The purpose of this paper is, as a preliminary step to study on the method of analysing the torque of toothed solid iron rotor, to make an inquiry into the torque calculation formula of homogenous solid iron rotor without slot. The starting point for its theoretical analysis on torque generated by eddy current in solid iron rotor is based on the maximum air gap flux density.

In solid rotor induction motor, torque generated by rotor core is considerably large in the range of large slip.

The calculated value and observed value on the test machine are also examined in this paper.

1. 서 론

成層鐵心이 아닌 鋼塊鐵心回轉자를 가진 籠형 유도 전동기는 과거에는 운전특성보다 기동특성이 보다 중요 시되는 용도, 예를 들면 同期調相機 起動用補助電動機 또는 crane用 電動機로 사용되었다. 그러나 이 전동기는 큰 遠心歪力에 견딜 수 있으므로 超高速回轉이 요구 되는 부하에 적당하고, 回轉力-速度特性이 2차지형이 큰 일반 유도전동기의 그것과 비슷한 경향을 갖기므로 thyristor에 의한 속도제어에도 적합하여¹⁾ 장차 이러한 면에도 사용될 것으로 생각한다.

Mishkin²⁾은 成層鐵心回轉자를 가진 유도전동기를 固定子, 空際, 回轉자로 나눈 多重層構造로 보고 Maxwell의 電磁方程式을 써서 특성을 규명하였으며 Cullon과 Barton³⁾은 回轉자를 슬롯 開口部와 導體埋入部分으로 나누어 각각의 영역의 等價抵抗率과 等價透磁率을 구하여 Maxwell의 方程式으로 전동기의 토오크를 산출하였다. 그러나 이분들의 방법은 塊狀鐵心回轉자를 가진 籠형 유도전동기에 적용되지는 않는다.

塊狀鐵心回轉자를 가진 籠형 전동기의 토오크는 回轉子導體의 토오크와 塊狀鐵心に 유로되는 渦電流에 의한

토오크의 합이라고 생각해야 한다.

回轉子導體의 토오크는 空際磁束密度的 最大值가 B_m 일 때 回轉子 表面 單位面積當 다음과 같이 된은 잘 알려져 있다.

$$T = \frac{r\omega_0\tau B_m^2}{2\pi P_s} \cdot \frac{sR}{R^2 + s^2 X_0^2}$$

여기서 ω_0 : 전원주파수, s : 슬립, r : 回轉子半徑

T : 극간적, P_s : 홈간적

R : rotor bar 단위길이의 저항

X_0 : rotor bar 단위길이의 리액턴스

본 논문에서는 rotor bar를 뺀 toothed solid iron의 토오크를 구하는 방법을 규명하기에 앞서 우선 1차적으로 회전자에 슬롯이 없는 均質性 塊狀鐵心の 토오크算定式을 구하는데 目的을 두었다.

Stoll과 Hammond⁴⁾는 回轉磁界안에 있는 導電性 磁性體層에 유도되는 渦電流을 구하는데 있어 固定子電流分布를 current sheet로 간주하여 해석하였으나 본 논문에서는 유도전동기를 제작할 때 空際에서의 最大磁束密度를 適正值로 잡고 설계하므로 이 값을 鐵心に 흐르는 渦電流에 의한 토오크의 이론적 해석에 대한 출발점으로 하였다.

<記 號>

μ =回轉子鐵心の 比透磁率.

*정회원 : 한양대학교 공과대학 전기공학과 교수(공학박사)

- μ_0 = 眞空(空氣)의 透磁率
- k = 回轉子鐵心의 導電度
- τ = 極間隔
- p = 極 數
- ω_0 = 電源의 角周波數(=2 πf)
- s = 回轉子 슬립
- ω = 슬립 角周波數($s\omega_0$)

- A_{1z} = 空際의 vector potential 의 Z軸分力
- A_{2z} = 回轉子鐵心의 vector potential 의 Z軸分力
- B_{1y} = 空際磁束密度의 y軸分力
- B_m = 空際磁束密度의 最大値
- B_{2y} = 回轉子鐵心中의 磁束密度
- E_{2z} = 回轉子鐵心中의 電界의 Z軸分力
- $2d_1$ = 固定子內徑
- $2d_2$ = 回轉子外徑
- L = 回轉子鐵心의 길이
- f_x = 回轉子鐵心 單位體積當量의 x軸分力
- T_0 = 1極間隔에 있어서 鐵心 單位길이當 토오코

2. 슬롯이 없는 塊狀鐵心回轉子の 발생 토오코

그림 1과 같이 空際를 region 1., 回轉子를 region 2. 로 하자.

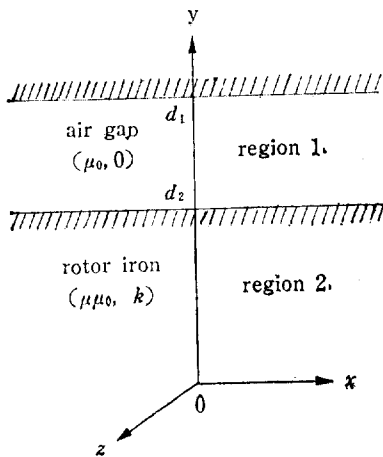


그림 1. 解析 model에 대한 座標系
Fig. 1. Co-ordinate system employed for the analysis.

空際磁界는 固定子 電壓이 일정하면 부하와는 관계없이 空間的으로나 時間的으로 正弦波狀으로 變하는 y軸 방향의 回轉磁界가 된다고 보아 空際磁束密度(固定子와의 境界面)를 다음과 같이 놓기로 한다.

$$B_{1y} = B_m e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} e^{j\omega t} \quad (1)$$

region 1과 region 2의 vector potential 은 rotor iron 이 전동기의 軸방향 즉 그림 1의 Z 방향으로 상당히 길

다고 하면 Z分力 뿐이며 Z軸방향으로는 不變이고 공간적으로나 시간적으로 正弦波狀으로 變한다.

따라서 region 1의 vector potential 을 A_{1z} , region 2의 vector potential 을 A_{2z} 라 하면

region 1에서는 導電度 $k=0$ 이므로

$$\frac{\partial^2 A_{1z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{1z}}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

region 2에서는 rotor iron 의 導電도를 k , 比透磁率을 μ (一定)라 하면

$$\frac{\partial^2 A_{2z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{2z}}{\partial y^2} = \mu \mu_0 k \frac{\partial A_{2z}}{\partial t} = \frac{j}{d^2} A_{2z} \quad (3)$$

$$\text{단 } d^2 = s\omega_0 \mu \mu_0 k$$

式(2), (3)을 풀어서

$$A_{1z} = (C_1 e^{\lambda_1 y} + D_1 e^{-\lambda_1 y}) e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} e^{j\omega t} \quad (4)$$

$$A_{2z} = (C_2 e^{\lambda_2 y} + D_2 e^{-\lambda_2 y}) e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} e^{j\omega t} \quad (5)$$

(4)를 (2)에 (5)를 (3)에 대입하면

$$\lambda_1 = \frac{\pi}{\tau}, \quad \lambda_2 = \sqrt{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 + j s \omega_0 \mu \mu_0 k} \quad (6)$$

$y=d_1$ 에서 $B_{1y} = B_m e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} e^{j\omega t}$ 이므로

$$A_{1z} = \frac{1}{j\frac{\pi}{\tau}} B_m e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} e^{j\omega t} = A_m e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} e^{j\omega t}$$

(단 $A_m = \frac{B_m}{j\frac{\pi}{\tau}}$)

$y=d_2$ 에서 $B_{1y} = B_{2y}$ 즉 $A_{1z} = A_{2z}$

$$H_{1x} = H_{2x} \text{ 즉 } \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{2z}}{\partial y} = \frac{\partial A_{1z}}{\partial y}$$

$y=0$ 에서 $B_{2y} = 0$ 즉 $A_{2z} = 0$

이상의 境界條件에서

$$C_1 e^{\lambda_1 d_1} + D_1 e^{-\lambda_1 d_1} = A_m$$

$$C_1 e^{\lambda_1 d_2} + D_1 e^{-\lambda_1 d_2} = C_2 e^{\lambda_2 d_2} + D_2 e^{-\lambda_2 d_2}$$

$$\mu e_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 d_2} - \mu D_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 d_2} = C_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 d_2} - D_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 d_2}$$

$$C_2 + D_2 = 0$$

이것을 풀어

$$C_2 = -D_2 = \frac{A_m}{2 \sinh(\lambda_2 d_2) \cosh\{\lambda_1(d_1 - d_2)\}}$$

따라서 回轉子 鐵心의 vector potential A_{2z} 는 式(5)로부터

$$A_{2z} = \frac{A_m}{2 \sinh(\lambda_2 d_2) \cosh\{\lambda_1(d_1 - d_2)\}} (e^{\lambda_2 y} - e^{-\lambda_2 y}) e^{-j(\frac{\pi}{\tau}x - \omega t)}$$

$$= \frac{A_m \sinh(\lambda_2 y)}{\sinh(\lambda_2 d_2) \cosh\{\lambda_1(d_1 - d_2)\}} e^{-j(\frac{\pi}{\tau}x - \omega t)} \quad (7)$$

공극의 길이가 매우 짧으면 $d_1 - d_2 \approx 0$

$\therefore \cosh\{\lambda_1(d_1 - d_2)\} \approx 1$ 이므로

$$A_{2z} = \frac{A_m \sinh(\lambda_2 y)}{\sinh(\lambda_2 d_2)} e^{-j(\frac{\pi}{\tau} x - \omega t)} \quad (8)$$

그러므로 鐵心의 磁束密度의 y軸 分力은

$$B_{2y} = -\frac{\partial A_{2z}}{\partial x} = -\frac{B_m \sinh(\lambda_2 y)}{\sinh(\lambda_2 d_2)} e^{-j(\frac{\pi}{\tau} x - \omega t)} \quad (9)$$

鐵心의 電界의 Z分力 E_{2z} 는

$$E_{2z} = -\frac{\omega \tau}{\pi} B_{2y} = \frac{\omega \tau}{\pi} \frac{B_m \sinh(\lambda_2 y)}{\sinh(\lambda_2 d_2)} e^{-j(\frac{\pi}{\tau} x - \omega t)} \quad (10)$$

따라서 回轉子의 中心(Fig 1의 0)으로 부터 거리 y되는 回轉子 鐵心 單位體積當 힘의 x分力 f_x 는

$$f_x = \frac{k\pi}{2\omega\tau} E_{2z} B_{2y} = \left(\frac{\omega\pi}{\tau}\right)^2 \frac{k\pi}{2\omega\tau} \frac{B_m^2 \sinh(\lambda_2 y) \sinh(\lambda_2 y)}{\sinh(\lambda_2 d_2) \sinh(\lambda_2 d_2)} = \frac{k\omega\tau B_m^2}{2\pi} \frac{\cosh 2\alpha y - \cos 2\beta y}{\cosh 2\alpha d_2 - \cos 2\beta d_2} \quad (11)$$

$$\text{단 } \sqrt{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 + j s \omega_0 \mu_0 k} = (\alpha + j\beta)^2$$

그러므로 1極 間隔 τ 의 鐵心 單位길이當 토오크 T_0 는

$$T_0 = \int_0^{\tau} \int_0^{d_2} y f_x dy dx = \frac{k\omega\tau^2 B_m^2}{2\pi} \frac{1}{\cosh 2\alpha d_2 - \cos 2\beta d_2} \times \left(d_2 \left(\frac{1}{2\alpha} \sinh 2\alpha d_2 - \frac{1}{2\beta} \sin 2\beta d_2 \right) - \left(\frac{1}{4\alpha} \cosh 2\alpha d_2 + \frac{1}{4\beta} \cos 2\beta d_2 \right) + \left(\frac{1}{4\alpha^2} + \frac{1}{4\beta^2} \right) \right) \quad (12)$$

실제로는 $\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 \ll s\omega_0 \mu_0 k$ 이므로

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{s\omega_0 \mu_0 k}{2}} = \gamma \quad (13)$$

$$\therefore T_0 \approx \frac{k s \omega_0 \tau^2 B_m^2}{2\pi} \left(\frac{1}{2\gamma} \right)^2 \left(2\gamma d_2 (\sinh 2\gamma d_2 - \sin 2\gamma d_2) - (\cosh 2\gamma d_2 + \cos 2\gamma d_2) + 2 \right) \frac{1}{\cosh 2\gamma d_2 - \cos 2\gamma d_2} \quad (14)$$

$2\gamma d_2 \gg 1$ 이 되는 경우에는

$$\sinh 2\gamma d_2 \approx \cosh 2\gamma d_2 \gg 1$$

$$\sinh 2\gamma d_2 \gg \sin 2\gamma d_2$$

$$\cosh 2\gamma d_2 \gg \cos 2\gamma d_2$$

$$\therefore T_0 \approx \frac{k s \omega_0 \tau^2 B_m^2}{2\pi} \frac{d_2}{2\gamma} = \frac{\tau^2 B_m^2 d_2}{2\pi} \sqrt{\frac{k s \omega_0}{2\mu_0}} \quad (15)$$

3. 계산치와 실험치

定格이 0.4KW-4P-200V, 3상, 60Hz 이며 Al die-casting rotor(外徑 79.7mmφ, 30 slots, 길이 55mm)를 가진 유도전동기의 回轉子를 같은 길이, 같은 外徑의 鑄鋼 塊狀 回轉子(圓形, 密閉型, 4.5mmφ의 슬롯 28개에 길이 75mm의 銅棒을 끼우고 end ring(銅)으로 양쪽을 단락한 구조)로 대체한 전동기의 토오크-속도 곡선의 實測結果는 그림 2의 曲線 2와 같다.

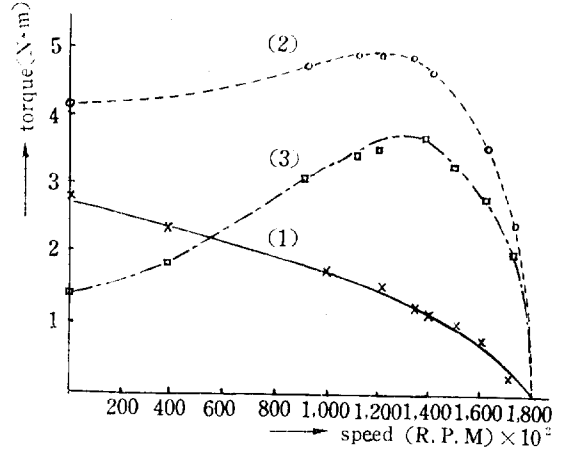


그림 2. (1) rotor bar가 없는 塊狀回轉子의 토오크-속도曲線
 (2) rotor bar가 있는 塊狀回轉子의 토오크-속도曲線
 (3) rotor bar만의 토오크-속도曲線
Fig 2. (1) Torque-speed curve of solid rotor without rotor bars.
 (2) Torque-speed curve of solid rotor with rotor bars.
 (3) Torque-speed curve of rotor bar only.

그림 2에서 曲線 (1)은 농형도체와 end ring을 빼버린 塊狀鐵心만의 토오크 實測曲線이며, 曲線 (3)은 曲線 (2)-(1), 즉 농형도체만의 토오크曲線이다. 그림 2 曲線 (2)에서 $S=5\%$ 에서의 토오크는 2.1N.m가 되므로 출력은 0.376KW가 되어 본래의 Al diecasting rotor의 定格과 거의 같으나 슬립이 커짐에 따라 rotor bar만의 토오크가 대체로 전동기 전체의 토오크가 되는 일반 유도전동기와는 토오크特性이 크게 달라진다. 특히 기동 토오크는 대단히 증가한다. 이것은 solid rotor core에서 발생하는 比較的 큰 토오크가 rotor bar의 토오크에 가산되기 때문이다.

표 1은 토오크를 계산하기 위한 시험기의 치수 및 定格數이며 鐵心의 比透磁率은 鑄鋼의 B-H 曲線에서 磁束密度 0.8~1Wb/m²에 대한 磁化力의 값으로부터 결정하였다.

표 1. 시험기의 치수 및 定數

Table 1. Dimension and constant of test machine

d_1	$42.85 \times 10^{-3} \text{m}$
d_2	$39.85 \times 10^{-3} \text{m}$
τ	$6.3 \times 10^{-2} \text{m}$
k	$6.5 \times 10^6 \text{a/m}$
μ	800
μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$
$B_m(\text{최대치})$	0.636Wb/m^2
P	4
L	$55 \times 10^{-3} \text{m}$

표 1에서

$$\frac{\pi}{\tau} = 50, \quad \left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 = 2,500$$

$$s\omega_0\mu_0\mu_0k = 2464200 \quad (s=1 \text{에 대하여})$$

$$= 123210 \quad (s=0.05 \text{에 대하여})$$

슬롯의 거의 전 範圍에 걸쳐

$$\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 \ll s\omega_0\mu_0\mu_0k \text{ 이므로}$$

$$\alpha \approx \beta \approx \gamma = \sqrt{\frac{s\omega_0\mu_0\mu_0k}{2}} \approx 1105 \quad (s=1 \text{에 대하여})$$

$$\approx 250 \quad (s=0.05 \text{에 대하여})$$

따라서 $2\gamma d_2 \approx 88 \quad (s=1 \text{에 대하여})$
 $\approx 20 \quad (s=0.05 \text{에 대하여})$

가 되어

$$2\gamma d_2 \gg 1 \text{ 이 된다.}$$

그러므로 式(15)에 의하여 回轉子 鐵心이 토오크를 계산한다.

그림 3은 표 1에 치수 및 定數를 가진 鑄鋼 塊狀 回轉子 鐵心の 토오크를 式(15)를 써서 계산한 곡선이다.

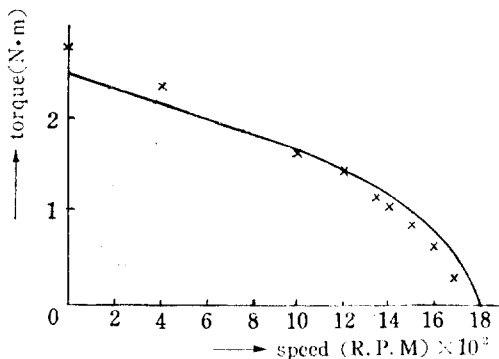


그림 3. — : 슬롯이 없는 4極 塊狀鐵心回轉子の 計算曲線
 × : 實測值

Fig. 3. — : Theoretical curve for 4-pole unslotted solid iron rotor,
 × : Test Point.

그림 3의 test point는 계산치와의 대체적인 비교를 위하여 그림 2. 曲線(1)의 實測點을 옮겨 놓은 것이다. 슬롯이 적은 범위와 큰 범위에서 差異가 생긴 것은 實測值가 슬롯이 있는 塊狀回轉子の 값이기 때문이라고 생각한다.

4. 결 론

이상에서 鋼塊鐵心回轉子の 유도전동기에서는 회전자 철심에 흐르는 渦電流에 의한 토오크가 상당히 발생하므로 주로 회전자 도체만의 토오크를 계산하면 되는 成層鐵心回轉子の 유도기의 계산법을 적용해서 塊狀回轉子の 토오크를 구할 수는 없다. 본 논문에서는 magnetic vector potential 을 써서 空際磁束密度가 주어진 경우에 슬롯이 없는 塊狀回轉子鐵心の 토오크에 대한 해석을 주로 하였으나 앞으로는 슬롯이 있는 回轉子鐵心을 다루는 동시에 회전자 철심의 有限性이 어떠한 영향을 끼칠 것인가에 대하여도 검토하고자 한다.

끝으로 본 연구가 한양대학교 산업과학연구소 연구비로 이루어졌으며 제작에 많은 협조를 하여 주신 이천전기공업주식회사 여러분에게 깊이 감사하는 바입니다.

참 고 문 헌

- (1) General Electric Co. "Silicon Controlled Rectifier Manual" 1967(日本語版 p. 225)
- (2) Mishkin "Theory of the Squirrel-Cage Induction Motor Derived Directly from Maxwell's Field Equation" Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 1954, 7, p. 472
- (3) Cullen and Barton "A Simplified Electromagnetic of Wave Impedance" Proc, I. E. E. Vol. 105. Part C, No. 8, p. 331, 1958.
- (4) Stoll and Hammond "Calculation of the Magnetic Field of Rotating Machines" Proc, I. E. E. Vol. 112, No. 11, p. 2083, 1965.