

최소가격 사료배합과 L-P (선형방정식)의 이용

이 용 빈
(서울대 농대교수·농·박)

서 론

사료배합을 하는데는 공장의 시설, 자금, 원료의 질과 량, 원가 판매가, 사료배합율등 여러가지 조건의 지배를 받게될 것이다. 그런데 이러한 주어진 여건하에서 가장 합리적인 사료배합의 제품을 생산하는 동시에 최소가격으로서 사료를 배합하는 것이 필요한데 이러한 것을 해결하려면 근간에 우리가 알고 있는 컴퓨터를 이용하여야 사료공장경영의 합리화가 이루어질 것이다. 컴퓨터를 사용할려면 결국 선형방정식(Linear programing 혹은 L-P)을 적용하여야 한다. 과거에도 이러한 개념으로 우리가 사료배합을 하여왔다(피터슨씨의 사료배합법). 그러나 이러한 방법을 좀 더 발달시킨 방법이라 하겠으며 현재 우리나라에서도 외국합자 사료 회사등에서 이런 방법으로 사료를 배합하는데 우리나라의 사료공장에서도 이 방법을 적용하는 것이 과학적이고 기술적인 방법같아서 여기에 Robert. H. Futton씨의 논문을 중심으로 고려해 보고자 한다.

I. L-P란 무엇인가?

이 단어는 우리나라에서는 선형방정식(線型方程式)이라고 알려져 있으며 간단히 말해서 여러가지 문제점이 있으면 하나 하나씩 해결해 나간다는 것이다. 이것은 공식 혹은 비공식적인 조(組)로서 가중된 가치를 얻는 산술적 과정이다. 한 사료배합을 하는데 있어서 기본적으로 두가지를 생각해야 하는데 첫째는 그 배합이 사양표

준에 맞아야 하고 둘째로는 질적조건이 맞는 한 가격적 비용이 적어야 한다. 이 문제를 수학적으로 정리하는 것이 이 방법이다.

그러나 제시되는 문제가 많으면 실제로 실용 가치가 적지만 이러한 복잡한 것을 L-P에서는 철저히 변경시켜서 사료배합등을 수학적으로 유효하게 한다. 즉 대다수의 해답을 제외하고 배합재료의 경제적 관련사항만의 해답을 얻을 수 있게 중점을 두는 것이다. 이것을 L-P에서는 "Value weighing"이라는 용어를 사용한다.

II. 최소가격 결정

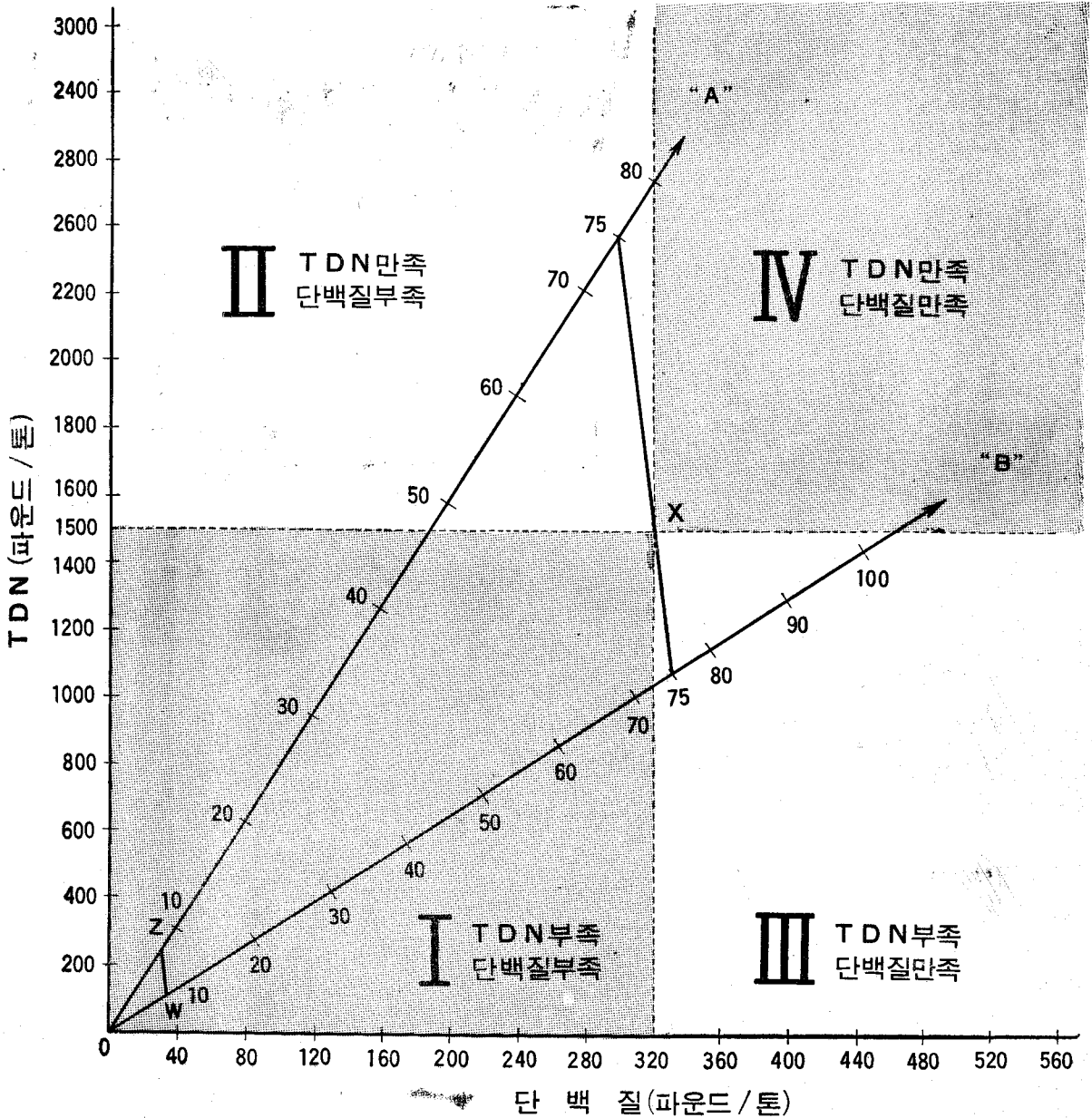
한 사료배합 문제의 해답을 얻기 위한 첫 과정은 일시에 극소수의 변경가능 배합법으로 시작해야 한다. 만약에 변경할 수 있는 것 중에서 첫번보다 좋은 것이 있으면 제일 좋은 것을 택하여 이것으로 다른 변동가능수와 비교하여 더 문제를 전진시키는 법이다.

즉 가격에 있어서 현재의 해답보다 더 싸게 되도록 최후까지 이 과정을 반복한다. 예컨대 6개의 질적제한과 10개의 성분을 고려한다면 수백만개 중에 500개의 해답을 얻을 것이고 현대식 전자계산기로 계산한다 하더라도 3~5분은 걸린다. 그러나 이러한 문제를 모두 고려할 필요없이 간단한 방법이 있으니 제일 간단한 문제만을 고려해 보고자 한다.

III. L-P의 도식적 설명

수학적 개념을 얻기 위하여 L-P를 기하학적 도표로 설명코자 한다. 그런데 여기에 설명하는

그림 1.



문제는 대단히 간단해야 완전히 이해가 된다. 즉 두가지 조건을 가지고서 설명하고자 한다.

(1) 최소한 톤당 1,500파운드(750kg)의 TDN과 (2) 톤당 320파운드(160kg)의 단백질을 가지고도록 배합을 하여 가격을 최소로 하는 방법을 생각코져 한다.

그림 1에서 보면 톤당 1,500파운드의 TDN선

과 단백질 320파운드 선이 X라는 점에 교차가 되어 4구로 나누게 된다. 즉 IV구는 TDN과 단백질을 모두 만족시킨다. X점 만이 이 두 조건을 만족시키는 극소한이 된다. 이 X점 외에는 모든 점이 TDN이나 단백질이 또는 두가지가 모두 최소한 이상이 된다. 따라서 우리가 문제로 하고 있는 TDN이나 단백질이 IV구 한계

선상에 있거나 IV구 안에 있어야 하고 개개의 사료나 배합한 사료비용이 다른 것보다 싸야 할 것이다. 이 도표에서 문제를 해결하는 다음 단계는 분석상으로 본 사료를 치단(值段: Value term)으로 고려하여 최소비용을 얻는 것이다. 이것을 알기 쉽게 하기 위해서 TDN이나 단백질의 중량표시에 들어 있는 성분을 톤으로 표시해야 한다. 만약 사료 A가 200파운드의 단백질과 1,600파운드의 TDN을 가지고 가격은 50\$이라 하면 우리는 10\$로서 40파운드의 단백질과 320파운드의 TDN을 구득할 수 있을 것이다.

그림1에서 이 점을 구하여 보면 Z라는 점이 된다. 이 점은 우리에게 A 사료에 관하여 해결해야 될 여러가지를 제시해주고 있다. 즉 원점 O와 Z점을 통한 직선을 연장시켜 보면 제II구와 제IV구간의 한계선을 찌르게 되는데 이 점은 우리의 문제를 해결해 줄 수 있는 점이며 2,500파운드의 TDN과 320파운드의 단백질을 가지고 있게 된다.

IV. 가격의 계산

가격계산을 도표로 얻기 위하여 A 사료선상에 O-Z(10\$) 거리로 잘라 나갈 수 있으며 II구와 IV구의 한계선상을 찌르는 점은 가격이 80\$이다. 이제 그림 1에서 고려할 수 있는 여러가지 사료를 같은 방법으로 도시할 수 있다. 즉 TDN과 단백질을 가진 어떠한 사료도 우리의 문제 성분적으로 본 가격문제등을 해결해 줄 것이다. 혼잡을 피하기 위하여 한가지 사료 "B"만 더 고려하여 보고자 하는데 이 사료를 B선으로 표시해 보자. B사료는 톤당 100\$이고 440파운드의 단백질과 1,400파운드의 TDN을 가지고 있다고 하면 10\$로서 44파운드의 단백질과 140파운드의 TDN을 구득하게 된다. 이 10\$이라는 점을 W라 하고 O-W의 선을 연장하면 그림 1의 제III구와 제IV구의 한계선에 도달하게 되는데 이 점은 문제를 해결해 주는 점이라 하겠다. 이 점은 최소량의 TDN을 가지나 파다의 단백질을 가지고 있는 점이며 비용은 107\$이나 된다. 사료A와 B간에서의 사료는 확실히 우리가

요구하는 쌀 사료가 될 것이다. 그러나 성분만 으로서 A와 B의 어떠한 조합이 이 두 가지 사료가격보다 쌀 가격으로 얻어져야 될 것이다. 도표에서 답을 얻기 위하여 그림1에서 Z와 W점을 연결하는 점선을 생각해 보면 이 점선은 A와 B사료에서 10\$로 살수 있는 TDN과 단백질의 가능한 조합을 보여 준다. 일반적으로 Z-W선에 평행되는 모든 선상의 점은(20\$선, 30\$선등) 같은 가치를 연결하게 된다. 그중에서도 X점을 통과하는 A, B평행선은 TDN과 단백질의 최소가격을 가지는 선이므로 우리들의 문제를 해결하여 주는 중요한 평행선이다. 즉 X점을 통과하는 평행선은 A와 B선을 각각 75\$에서 절단하는데 이것은 문제의 최소사료가격이 75\$이라는 것이다. 즉 이 X점을 통과하는 평행선은 A와 B사료만을 고려하였을 때에 최소가격이 될 것이다.

그리고 A와 B사료의 최소가격을 알고도 A와 B사료의 배합비율도 알게 된다. 즉 X점을 통과한 A와 B는 75\$이라는 총비용을 지출하게 되는데 AXB 평행선은 다음과 같은 의미를 가지고 있다. 총지출 중에서 A사료는 XB평행선분치와 B사료는 AX평행선분치의 사료를 구입하라는 의미이다. 이 예에서는 X-B간의 선분길이 AX선분길이의 꼭 절반이다.

따라서 1/3 즉 25\$로 A사료를 구입하고 2/3인 50\$로 B사료를 구입하라는 것이다. A사료는 톤당 50\$이므로 이 배합에서 1/2톤을 살 수 있고 B사료는 톤당 100\$이므로 역시 1/2톤을 살 수 있다. 만일 이 도표에 제3의 사료가 가담한다면 제3사료의 문제점을 해결하는 동시에 A와 B사료와의 가능한 모든 배합을 해석할 필요가 생길 것이며 두가지 사료 이상을 가담시키므로서 이 L-P원리가 복잡하여 지는 것을 알 수 있다.

IV. 일반적인 특성

1. 두 사료배합은 그 배합에서 바라는 것(그림 1에서 X)이 두 선각내에 들어갈 때만 고려가 된다.
2. 만일 한 사료의 특정가격을 표시하는 점선

이 이 두개의 다른 선상의 모든 점선(예컨대 Z-W평행선)보다 원점 "O"에 가까이 있으면 그 사료들은 두 사료((A와 B)보다 더 비싸게 먹히므로 그 특정가격을 가진 사료는 더 고려할 필요가 없다.

3. 두개의 사료는 최소가격배합에 있어서 두 가지 이상의 조건을 가질 수 없다(이 원리는 모든 L-P에 적용되는 것이다).

이것은 즉 전자계산을 하지 않고 현재 사료배합을 할 경우에 적용할 수 있는 것이다. 만약 사료 배합에 쓰이는 사료수가 그 배합의 조건수보다 많으면 그사료배합의 비용을 감소 시킬수 있을 것이다(명백치 않은 조건에 대해서는 주의해야 하지만). 도표로 분석하는데 있어서 여러 가지 흥미있는 해설이 있으나 여기에서는 생략한다.

VI. "피터슨"씨의 면실박과 옥수수계수와 L-P와의 관계

이미 우리들은 "피터슨"씨가 발전시키고 "모리슨"씨에 의하여 발전된 면실박-옥수수계수는 잘 알고 있다. 이 "피터슨"씨법은 등가조합(equivalent-combination)의 개념을 가지고 있는데 L-P와도 중요한 관계를 가지고 있다. "피터슨"씨는 가격평가를 쓰지 않았으나 그 대신 사용하는 사람이 결과적으로 가격을 알 수 있게 수량을 측정하였다. 간단히 말하면 옥수수는 예전의 A선에 비할수 있고 B선은 면실박에 비할 수 있다. 그리고 옥수수-면실박이 바라는 사료는 X점과 비교할 수 있을 것이다. X점을 통과하는 선이 A와 B선상에 같은 비중을 가지고 연결되는데 X점은 이 선을 해당되는 비중으로 나누는 것이다. X점에서 제 VI구에 있는 해결분야 이외에는 고려하지 않았다. 면실박-옥수수계수를 얻는 또 하나의 방법은 두개의 직선 등식의 조를 해석하므로써 얻을 수 있다. 본질적으로 이 문제는 사료배합문제와 비등하다. 이때 배합내용은 면실박-옥수수계수가 요구하는 사료중의 단백질과 TDN이다. 면실박과 옥수수는 고려할 사료가 두가지 뿐이며 두개의 미지수(하나는 면실박수준과 또 하나는 옥수수수준)에

서 두개의 공식(하나는 단백질에 대하여 또 하나는 TDN에 대하여)을 수학적으로 표시할 수 있다. "피터슨"씨법과 L-P방법 사이에 두가지 중요한 점이 다르다는 것에 주의해야 한다. 첫째는 가격을 무시하였고 둘째는 조건이 정확히 맞아야 한다는 것이다. 위에서의 문제에 대한 수학적 예는 L-P공식에 포함시킨 것 중에 비공식적인 것은 하나도 없다. "피터슨"씨 법에서는 면실박과 옥수수중의 TDN과 단백질은 평가되는 사료중의 TDN과 단백질이 꼭 같아야 한다. 정확한 단백질과 초과된 TDN의 해결책은 TDN 정확한 량과 초과된 단백질의 경우 모두 같이 제외된다. 그런데 이러한 제외된 해결책이 경제적으로 중요하다.

VII. L-P와 "피어슨"사각파의 관계

낙농처리공장에 출입하는 사람들은 L-P에 가까운 "피어슨"의 사각을 소개받게 된다. "피어슨"씨의 사각으로 지방을 등의 배합을 취급하게 된다. 예컨대 두가지 틀리는 유지방검정을 한 것을 가지고 있다면 즉 하나는 표준(3%)이상이고 다른 하나는 표준이하라 한다면 그 표준에 맞도록 그들 비중을 정하기 위하여 사용한다.

그림 2. 피어슨사각을 적용한 단백질 배합법

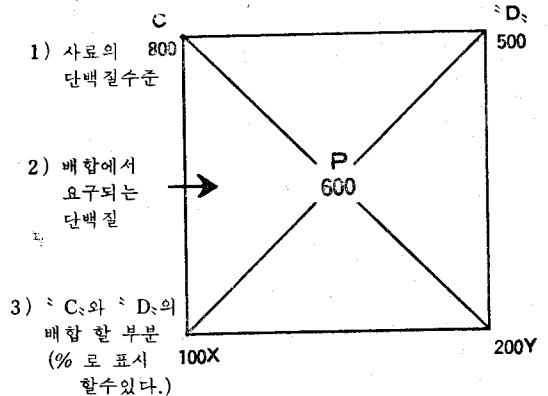


그림 2는 사료배합문제에 "피어슨"씨 사각을 사용했는데, 즉 두가지 진한 단백질 먹이에 대하여 그 중간치를 얻도록 그들 비율을 선택하는 것이다. 그 배합에서 요구하는 수준은 그 사각의 중심에 들어간다 "C"사료는 상좌각에 "D"사료는 상우각에 위치하게 하였는데 상좌각에 높은 수준을 쓰는 것이 상례이다. 사료 "C"에서 중심

에 있는 P의 수준을 빼다($X-P=Y$). 그리고 그 차이를 하우각에 기입한다. 또 희망하는 수준 "P"에서 사료 "D"수준을 빼서 그 차($P-D=X$)를 좌하각에 기입한다, 그리고 좌하각 밑에 있는 숫자(100)로 표시된 "C"사료 단위수와 우하각 밑에 숫자(200)로 표시된 "D"사료 단위수와 혼합하면 희망하는 단백질수준(600)을 얻을 수 있다.

이 "피어슨"사각법은 "피터슨"씨의 면실박-옥수수 계수로 정하는데 포함된 원리와 같은 것이며 같은 약점을 가지고 왔다. 이 약점을 위의 예에서 들 수 있다. 만일 "C"사료가 "D"사료보다 단가가 적으면 "C"사료를 전부 쓸 것이며 "D"사료는 쓰지 않을 것이다. "피어슨"씨 사각을 쓸 때에 이러한 있을 수 있는 경우를 인식하지 못하고 자기 생각대로 가격과는 관계없이 항상 같은 배합을 하게 된다. L-P방법에서는 한걸음 더 나가서 적어도 주어진 조건에 맞는 한 최소가격을 얻게 된다. 이외에도 L-P방법은 사람의 판단이 잘못된 것을 지적해 준다. 위의 예 가운데서는 사람의 판단이 과히 중요한 잘못을 가져오지 않지만 계산이 복잡해지면 그 중요성을 알게 된다.

VIII. L-P문제를 해결하는 완전 기록법

완전기록법이라고 알려워진 L-P해결법이 있다. 이 방법은 사료공장의 배합문제를 해결하는 수단으로서는 과히 실용가치가 없으나 가격을 고려하지 않고 문제를 해결하는 가능성을 가지고 있다. 더 직선적인 전진법으로 문제를 해결하는 것보다 최소가격문제를 가담시켜서 해결하기가 더 많은 계간이 걸리기 때문이다.

이 완전기록법은 다른 방법보다 훨씬 논리적이므로 이 방법으로 문제를 해결하는 방법을 설명코저 한다.

예컨대 최소한 75%의 TDN과 20%의 단백질을 가진 사료배합을 다음과 같은 세가지 사료에

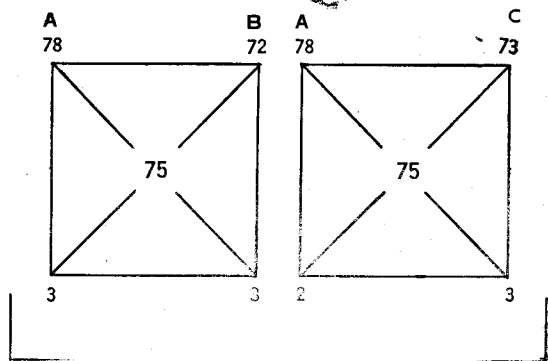
사 료 명	T D N (%)	단 백 질
A	78	25
B	72	13
C	73	10

서 얻고저 한다.

우선 완전기록법에서 한가지 조건만을 만족시키는 해결법을 얻게 하고 다음에 이 첫 조건의 해답중에서 둘째 조건을 해결하도록 진척시키는 방법이다. 만약에 두개 이상의 조건이 있으면 그들 조건을 모두 만족시킬 때까지 이 과정을 계속시키는 방법이다.

위의 예에서 우선 75%의 TDN을 가진 것을 해결해야 하므로 세가지 사료를 보면 A만 가지고서도 75% 이상이므로 조건을 만족시켜 주지만 B나 C만으로는 해결이 안된다. 그런데 A와 B나 혹은 A와 C를 섞으면 75%를 만족시킬 수가 있을 것이다. 이때에 A사료는 B나 C보다 비싸다는 가격 조건이 있을 때만 A와 B나 A와 C사료를 섞는데 A사료를 조건이 맞는 한도 내에서 최소량을 섞자는 것이다.

"피어슨"씨법을 발전시켜서 A사료와 B 및 C사료를 섞어 75%의 TDN을 만들어 보면 다음과 같이 두가지 방법이 있다.



위의 "피어슨"씨 사각에서 A와 B를 섞을 경우는 3부의 A사료와 3부의 B사료 혹은 50%의 A와 50%의 B를 섞는 것이고 또 한가지 방법은 2부의 A사료와 3부의 C사료 혹은 40%의 A와 60%의 C사료를 섞어서 75%의 TDN을 얻게 된다. 이러한 "A" "B" "C" 사료를 사용하여 TDN 75%을 얻는 방법(답)은 다음 세가지가 있다.

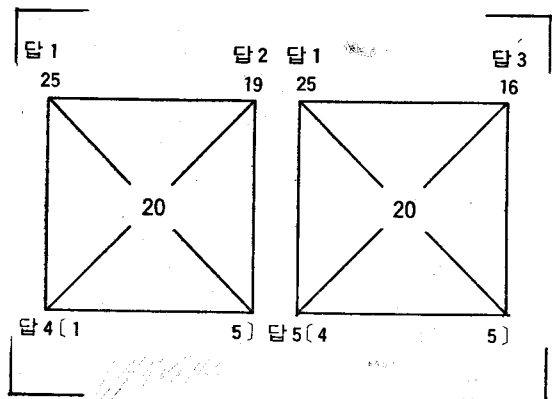
답1 100%의 "A"

답2 50%의 "A"와 50%의 "B"

답3 40%의 "A"와 60%의 "C"

위의 답들로 TDN 75%는 해결되었지만 두번째로 단백질에 대한 조건을 고려해야 하겠다.

위 답1은 단백질을 25%를 가지고 있으니 단백질 20%를 만족시켜 주지만 답 2는 50%의 A와 50%의 B로 단백질이 19% 밖에 안되고 답 3은 40%의 A와 60%의 C이므로 $(25 \times 0.4 + 10 \times 0.6)$ 즉 16%의 단백질에 지나지 않는다. 그래서 단백질을 만족시키기 위하여 TDN을 만족시킨 답 1, 2, 3을 역시 “피어슨”씨 사각법을 써서 해결하여 보면 다음과 같이 된다.



이 “피어슨”씨 사각으로 보면 1단위의 답 1 A 사료와 5단위의 답 2사료를 배합하거나 혹은 4

단위의 답 1 A사료와 5단위의 답 3사료를 섞으면 모두 단백질 20%를 만족시킬 것이며 물론 TDN 75%도 만족시킨다. 이것을 다시 정리하여 보면 다음과 같다.

답1 : 100%의 A
 답2 : $\frac{1}{6}A + (\text{답2}) \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}A + \frac{5}{6} \times 0.5A + \frac{5}{6} \times 0.5B = 58\frac{1}{3}A + 41\frac{2}{3}B$
 답3 : $\frac{4}{9}A + (\text{답3}) \times \frac{5}{9} = \frac{4}{9}A + \frac{5}{9} \times 0.4A + \frac{5}{9}A \times 0.6C = 66\frac{2}{3}A + 33\frac{1}{3}C$

위 1 4 5 중에서 가격이 제일 싼 것을 택하면 우리들이 요구하는 TDN과 단백질을 만족시키는 동시에 최소가격의 사료를 배합하게 될 것이다. 이것은 대단히 간단하여 목장등에서 배합하는 방법이지만 사료수와 조건이 증가함에 따라 대단히 복잡하여지는 것을 알 수 있다. 이 방법으로 현 사료공장에서 이용할 수 있는 방법은 후에 다시 논하고저 한다. □□

가축약품총판

동물용의약품, 사료첨가제 직수입
 살균소독제, 살충제, 기타약품취급

SF 科學飼料公社

서울특별시 동대문구 용두동36-9
TEL. 96-5525·5737

(약도) 성동역

신설동 ←

가축약품총판
과학사료공사 3층

↑ 중앙동

→ 청량리

마장동시외버스 종점
(터미널)

↓ 왕십리