論文 71-8-4-1

論　文

TANT 回路의 Hazard에 대한 考察

(A Study on Hazards in TANT Networks)

高　瓊　植*

(Koh, Kyung Shik)

要　約

本論文에서는 TANT 回路의 hazard를 檢出하는데 效果的인 方法과 hazard가 없는 最小 TANT 回路의 合成節次를 提示하였다. TANT 回路의 hazard 檢出의 基本概念은 一般組合論理回路에 관한 McCluskey의 理論과 相通하지만 hazard의 存在如否를 檢討하는데 consensus 算法을 導入한 것은 本方法의 特異한 점이다.

Abstract

This paper derives an effective method for detecting hazards in TANT networks and a synthesis procedure for hazard-free, minimal TANT networks. The basic idea of the method is analogous to McCluskey's theory for combinational switching networks, but it is characterized by introducing consensus operation to test for the presence of hazards. Illustrative examples are also given.

1. 序　論

스위칭回路에 있어서는 그 回路를 구성하는 各 論理演算素子마다 動作時間에 差가 있기 때문에 過渡的인 誤動作의 可能性이 있으며 스위칭回路의 信賴度를 확보하기 위해서는 이와같은 誤動作 즉 hazard가 없는 回路構成이 극히 요망된다. Hazard에 관한 문제는 지금까지 McCluskey를 위시하여 여러사람에 의하여 검토되었으며 AND, OR, NOT 素子등에 의하여 구성되는 論理回路의 hazard의 存在條件, 檢出法 및 hazard가 없는 回路의 設計法등이 규명되었다.

近來에 超小形論理回路가 實用됨에 따라 이에 便利한 TANT 回路에 대한 硏究가 이루어지고 있는데 本論文에서는 TANT 回路의 hazard의 檢出法 및 hazard가 없는 最小 TANT 回路의 設計法에 대해서 검토하고저 한다. TANT 回路라 함은 眞入力만을 外部入力으로 하는 NAND 素子만으로 구성되는 3段回路를 말하는 것이다.

여러 종류의 게이트 素子를 사용하는 一般的인 스위칭回路의 경우와는 달리 TANT 回路는 NAND 素子만을 사용하고 또 縱續으로 접속되는 段數도 3段에 지나지 않으며 出力段은 單一 NAND 素子로 이루어지므로 hazard의 檢出도 容易할뿐 아니라 hazard가 없는 TAND 回路의 合成法도 簡明하다. 이와같이 hazard에 대한 問題를 처리하기가 쉬운 점이 또한 TANT 回路의 長點이라 할 수 있다.

* 仁荷工科大學 電子工學科, 正會員.
Dept. of Electronic Eng., Inha Institute of Technology.
接受日字：1971年 7月 25日
本論文은 仁荷工科大學附設 產業科學技術硏究所 1971年度 硏究計劃에 의한 것임.

2. TANT回路에 있어서의 Hazard

스위칭回路의 論理設計에 있어서는 보통 演算素子의 入力狀態는 理想的으로 2値라고 생각하여 Boole 代數를 사용하고 있지만 실지로는 素子의 動作이나 信號의 傳達에는 有限의 時間이 필요하며 入力狀態의 變化에 따라 演算素子의 入力狀態에는 過渡狀態가 존재하며 이것이 hazard의 原因이 된다.

어떤 論理演算回路에 hazard가 존재한다는 것은 定常出力狀態에 있는 回路에 대한 入力狀態가 변화하였을 때 다음定常出力狀態에 도달할때까지 回路出力에 不規則한 狀態가 나타날 可能性이 있는 것을 말하며, hazard에 의하여 생기는 不規則한 出力을 hazard 出力이라고 한다. 그리고 hazard는 靜的 hazard와 動的 hazard의 두가지로 구분된다.

靜的 hazard라함은 入力變數가 변화하기 前後의 定常出力狀態가 같을 경우에 過渡的으로 誤出力을 나타내는 것을 말하고, 動的 hazard라함은 入力變數가 변화하기 前後의 定常出力狀態가 다를 경우에 過渡的으로 誤出力을 나타내는 것을 말한다. 여기서 同時에 변화하는 外部入力의 數에는 관계없이 hazard가 존재하지만 일반적으로 여러 變數가 同時에 변화할 때는 hazard를 막을 길이 없으므로 보통은 同時에 변화하는 外部入力變數는 하나인 경우에 限定시켜서 論한다.

다음에 그림 1의 回路를 例로 들어 TANT回路의 hazard를 고찰하기로 한다. 지금 外部入力

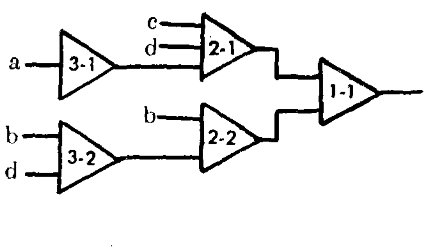

그림 1. TANT 回路의 hazard를 설명하기 위한 例.
Fig. 1. Illustrative example for hazards of TANT network.

중에서 $a=1$, $c=1$, $d=1$로 固定시켜 놓고 b를 0에서 1로 변화시켜 본다. 外部入力 b가 변화하기 前後의 定常出力狀態는 다 같이 0이다. 그러나 NAND 素子(2-2)의 外部入力 b의 變化의 傳達時間이 NAND 素子(3-2)의 出力變化의 傳達時間보다 빠르다면 TANT 回路의 出力狀態는 過渡的으로 1이 되는 순간이 존재한다.

이와같이 變化前後의 定常出力狀態가 0인 경우 過渡的으로 出力狀態가 1이 되는 경우를 靜的 hazard중에서도 0-hazard라고 한다.

다음에 外部入力중에서 $a=0$, $b=1$, $c=1$로 고정시켜 놓고 d를 0에서 1로 변화시켜 본다. 變化前後의 TANT 回路의 定常出力狀態는 다 같이 1이다. 그러나 NAND 素子(2-1)의 出力變化의 傳達時間이 NAND 素子(2-2)의 出力變化의 傳達時間보다 늦을 때는 TANT 回路의 出力狀態는 過渡的으로 0이 되는 순간이 존재한다.

이와같이 變化前後의 定常出力狀態가 1인 경우 過渡的으로 出力狀態가 0이 되는 경우를 靜的 hazard중에서도 1-hazard라고 한다. 이 現象을 數式的으로 확인하기 위하여 그림 1의 回路의 出力狀態를 나타내는 論理式을 구하면 다음과 같다.

$$F=cda'+b(bd)'=cda'+bd'+bb'$$

여기서 유의할 것은 스위칭回路의 hazard 問題를 論할 때는 同一變數라 할지라도 相補인 경우에는 이것을 서로 다른 變數와 같이 취급한다는 原則이다. 따라서 $aa'=0$, $a+a'=1$로 해서는 않되는 것이다.

윗式과 같이 同一變數의 相補를 서로 다른 變數와 같이 취급하여 論理積의 和의 形式으로 표시할 때 各項의 變數로 이루어지는 集合을 各各 1-集合이라고 하고 한 變數의 相補가 들어 있는 1-集合을 不安定 1-集合이라고 한다. 윗式에 의하면 不安定 1-集合$\{b, b'\}$가 있기 때문에 入力變數 b의 變化에 따르는 0-hazard가 존재하는 것이다. 이 事實을 확인하기 위하여 $a=1$, $c=1$, $d=1$라고 하면 윗式은 $F=bb'$와 같이 不安定 1-集合의 項만 남는다.

다음에 그림 1의 TANT 回路의 出力狀態를 나타내는 式을 論理和의 積의 形式으로 표시하면 다음과 같다.

$$F=cda'+b(bd)'$$
$$=(b+c)(b+d)(a'+b)(b'+c+d')$$
$$(b'+d+d')(a'+b'+d')$$

여기서도 同一變數의 相補를 서로 다른 變數와 같이 취급하였는데 이와같은 原則에 의하여 論理函數를 論理和의 積의 形式으로 표시할 때 各項의 變數로 이루어지는 集合을 各各 0-集合이라고 하고 同一變數의 相補가 들어 있는 0-集合을 不安定 0-集合이라고 한다. 지금 윗式에서 $a=0$, $b=1$, $c=1$로 놓으면 $F=d+d'$가 되며 1-hazard가 생긴다. 이것은 論理和의 積의 形式에 不安定 0-集合$\{b', d, d'\}$가 있기 때문에 d의 변화에 따르는 1-hazard가 존재하는 것이다.

다음에 그림 2의 TANT 回路에 대해서 고찰한다. 出力狀態를 論理積의 和의 形式으로 표시하면 다음과 같다.

$$F=a(ab)'+b(ab)'$$
$$=aa'+ab'+ba'+bb'$$

여기서 不安定 1-集合 $\{a, a'\}$ 및 $\{b, b'\}$가 있기 때문에 0-hazard가 존재할 可能性이 있다. 그러나 이 경우는 앞의 例의 경우와는 다르다. 가령 b를 1로 고정시키고 a를 0에서 1로 변화시켜본다.

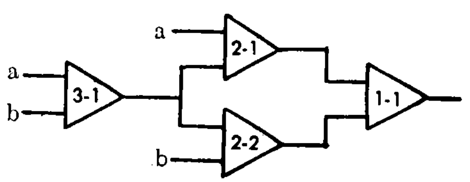

그림 2. TANT 回路의 hazard를 설명하기 위한 例
Fig. 2. Illustrative example for hazards of TANT network.

우선 $b=1$로 고정시키면 윗式은 $F=aa'+a'$로 되며 $a=0$일 때는 定常出力狀態는 1이고 $a=1$일 때는 定常出力狀態는 0이다. 따라서 이 경우는 不安定 1-集合$\{a, a'\}$가 있어도 a의 변화에 따르는 0-hazard는 존재하지 않으며, $b=0$로 고정시키고 a를 변화시켜도 역시 0-hazard는 존재하지 않는다. 그러나 가령 $b=1$로 고정시키고 a를 0에서 1로 변화시킬 때 a의 변화에 따르는 狀態變化의 傳達順序가 素子(2-2)의 出力狀態의 변화, 다음에 素子(2-1)의 外部入力변화에 따르는 出力狀態의 변화, 다음에 素子(3-1)의 出力狀態 변화에 의한 素子(2-1)의 出力狀態의 변화의 順으로 된다면 TANT 回路의 出力狀態는 a의 變化前의 定常出力狀態 1에서 부터 過渡的으로 0과 1을 거쳐 다시 定常狀態 0으로 落着된다. 다시 말해서 動的 hazard가 존재하는 것이다. 그림 2의 回路의 出力을 論理和의 積의 形式으로 표시하면 다음과 같다.

$$F=(a+b)(a'+b')(a+a'+b)(a'+b+b')$$

이 경우 不安定 0-集合$\{a, a', b\}$ 및 $\{a', b, b'\}$가 있지만 1-hazard는 존재하지 않는다. 지금 論理積의 和 및 論理和의 積의 두 表現式을 볼때 變數 a 및 b에 대해서는 두 表現式에 다 같이 不安定集合이 존재한다. 이와같이 두 表現方式에 同一變數에 대한 不安定集合이 있을 때는 그 變數의 변화에 따르는 動的 hazard가 존재하는 것이다.

3. TANT 回路의 Hazard 의 檢出法

前節에서 TANT 回路의 hazard에 대해서 고찰하였는데 hazard의 存在條件의 基本概念은 一般스위칭回路의 경우와 다를 바가 없다. McClu-skey는 스위칭回路에 hazard가 존재하기 위한 必要充分條件을 다음 定理로 要約시키고 있다.

〔**定理**〕 靜的 1-hazard (0-hazard)가 存在하기 위한 必要充分條件은:

1) 다 같이 出力狀態 1(出力狀態 0)을 내는 한 쌍의 隣接入力狀態가 存在한다.

2) 이 한 쌍의 隣接入力狀態를 피복(cover)하는 1-集合(0-集合)이 存在하지 않는다.

〔**定理**〕 動的 hazard가 存在하기 위해서는 적어도 한 개의 不安定 1-集合과 한 개의 不安定 0-集合이 存在하고, 또 이 두 不安定集合의 相補變數는 同一變數이어야 한다.

一般論理回路의 靜的 hazard의 檢出에 있어서는 0-集合 또는 1-集合의 어느한 種의 集合에 대

해서만 檢討함으로서 足하며 그 중 어느 集合을 이용하는 것이 편한가에 대해서는 단언할 수가 없다. 그러나 TANT 回路의 hazard 檢出에 있어서는 1-集合을 이용하는 것이 편하다.

前節에서 고찰한 바와 같이 1-集合중에 不安定集合이 있을 때는 0-hazard 또는 動的 hazard 가 존재한다(附錄). 따라서 McCluskey 도 지적하듯이 組合論理回路에 靜的이거나 動的이거나 hazard 가 존재하지 않을려면 不安定 1-集合이 존재하지 않고, 또한 出力狀態 1을 내는 한 쌍의 隣接入力狀態가 있을때는 반드시 이 한 쌍의 入力狀態를 피복하는 1-集合이 존재해야 한다.

다음에 TANT 回路의 hazard 를 檢出하는 方法을 定理로 집약시킨다. (附錄參照)

〔**定理**〕 TANT 回路에 hazard 가 存在하지 않기 위해서는 다음 條件이 滿足되어야 한다.

1) 第2段 NAND 素子의 外部入力變數에는 그 素子에 접속된 第3段 NAND 素子의 外部入力變數와 同一한 것이 없어야 한다.

2) 出力函數를 論理積의 和의 形式으로 표현할 때 한 쌍의 論理積사이에 consensus 가 존재할 경우 餘他의 論理積이 그 consensus 를 피복하여야 한다.

(證明) 條件 1 이 성립할 때는 不安定 1-集合이 존재하지 않는다. 따라서 0-hazard 또는 動的 hazard 가 존재하지 않는다. 條件 2 가 성립할 때는 出力狀態를 1로 하는 隣接入力狀態가 존재하는데 이를 餘他項이 피복하므로 1-hazard 가 존재하지 않는다.

위의 定理를 그림 1의 TANT 回路에 적용하여 본다. 우선 條件 1의 存在如否를 검토한다. 第2段NAND 素子(2-2)를 생각할 때 外部入力 b 가 이 素子에 접속된 第3段素子(3-2)의 外部入力 b 와 일치한다. 따라서 變數 b 의 변화에 따르는 0-hazard 또는 動的 hazard 가 존재한다. 다음에 出力函數를 論理積의 和의 形式으로 표시하면 다음과 같다.

$$F=cda'+b(bd)'=cda'+bd'$$

이들 論理積에 consensus 算法을 적용하여 $\{cda', bd'\}\rightarrow\{bca'\}$를 얻는다. 그러나 이 consensus 를 피복할 餘他의 項이 없으므로 入力變數 d 의 변화에 따르는 1-hazard 가 존재한다.

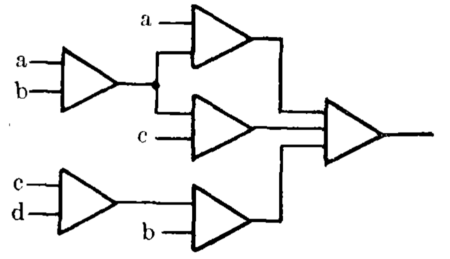

그림 3. TANT 回路의 hazard 를 檢出하기 위한 例
Fig. 3. Illustrative example for detecting hazards of TANT network.

위의 定理의 適用方法을 좀 더 구체적으로 설명하기 위하여 그림 3의 TANT 回路를 例로 든다. 우선 관찰에 의하여 入力變數 a 의 변화에 따르는 0-hazard 또는 動的 hazard 가 존재함이 확인된다. 다음에 出力函數를 論理積의 和의 形式으로 표시하면 다음과 같다.

$$F=a(ab)'+c(ab)'+b(cd)'$$
$$=ab'+bc'+bd'+ca'+cb'$$

여기서 편의상 論理積을 다음과 같이 표시하고 番號를 붙이기로 한다.

	a	b	c	d
(1)	1	0	-	-
(2)	-	1	0	-
(3)	-	1	-	0
(4)	0	-	1	-
(5)	-	0	1	-

論理積(1), (4)에서 consensus{× 0 1 —}를 얻는다. 여기서 ×표는 consensus 算法에 의하여 消去되는 變數의 자리를 特記하기 위하여 채택한 記號이다. 이 consensus 는 論理積(5)와 일치하며 따라서 이 consensus 를 피복하는 餘他項이 존재하므로 變數 a 의 變化에 따르는 1-hazard 는 존재하지 않는다.

다음에 論理積 (1), (2)에서 consensus{1×0—}를 얻는다. 이 consensus 를 피복하는 餘他의 論理積의 存在如否를 검토함에 있어서 우선 論理積

(4), (5)는 對象에서 탈락됨을 알 수 있다. 나머지 論理積(3)을 고찰할 때 變數 b의 자리는 1로 되어 있는데 반하여 consensus의 b의 자리는 ×로 되어 있으며, ×표는 0 및 1을 다 같이 內包하고 있는 것이므로 論理積(3)은 이 consensus를 완전히 피복할 수는 없다. 따라서 $a=1$, $c=0$로 固定시킬 때 b의 변화에 따르는 1-hazard가 존재한다. 다음에 (1), (3)에서 {1×−0}를 얻는다.

이 consensus를 피복하는 餘他의 論理積의 存在如否를 검토함에 있어서 (4)는 우선 제외된다. 또 論理積(2)의 b자리는 1이고 (5)의 b자리는 0이므로 다 같이 이 consensus를 완전히 피복할 수는 없다. 따라서 $a=1$, $d=0$로 固定시킬 때 b의 변화에 따르는 1-hazard가 존재한다. 다음에 論理積(2), (4)에서 consensus{01×−}를 얻는다.

피복如否를 가리는데 있어서 論理積(1), (5)는 제외되고, (3)만이 對象이 되는데 여기서는 d자리만이 문제가 된다. 즉 論理積 (3)의 d자리는 0이고 consensus의 d자리는 −이므로 consensus의 d자리를 1로 한 {01×1}은 論理積(3)이 피복하지 못한다. 따라서 $a=0$, $b=1$, $d=1$로 固定할 때 變數 c의 변화에 따르는 1-hazard가 존재한다.

그림 3의 回路를 관찰할 때 1-hazard가 존재할 可能性이 있는 入力變數는 a, b 및 c임을 알수 있다. 그 理由는 가령 第2段 두째번 NAND素子를 생각할 때 그 外部入力 c는 第2段세째번 NAND素子에 접속된 第3段 NAND素子의 外部入力 c와 같으므로 이 回路의 出力函數를 論理和의 積의 形式으로 표시할 때 變數 c에 대한 不安定 0-集合이 생기기 때문이다.

이와같이 TANT回路에 있어서는 한 第2段素子의 外部入力變數가 다른 第2段素子에 접속된 第3段素子의 外部入力變數와 같은 것이 있을 때는 그 變數에 대한 1-hazard가 존재할 可能性이 있다.

4. Hazard가 없는 最小 TANT 回路의 合成

다음에 hazard가 없는 最小 TANT回路의 合成節次에 대해서 고찰한다. 여기서 最小 TANT回路라 함은 NAND 素子數가 最小일 뿐 아니라 入力數도 最小인 것을 말한다. 前節의 定理를 토대로 하여 그 合成節次를 要約하면 다음과 같다.

1) 論理函數를 最簡型의 論理積의 和 즉 最小和의 形式으로 표현한다.

2) 이들 論理積사이의 consensus를 求한다. 이때 consensus가 餘他의 論理積에 의하여 완전히 피복되는 것이 있을 때는 그 consensus는 삭제한다.

3) 本來의 論理積 및 2)의 과정에서 구해진 consensus중에 同一한 頭部를 갖는 것이 있을 때는 이를 統合한다. 이때 統合表現이 統合하지 않은 개별적인 論理積表現의 경우보다 素子數가 작게 드는가를 확인한다.

4) TANT表現式을 完成하고 實地回路로 實現시킨다.

위의 合成節次에 의하여 다음 論理函數를 hazard가 없는 最小 TANT回路로 실현시켜 본다.

$$F(a,b,c,d)=\sum(2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14)$$

위의 函數의 最小和表現을 求하면 6종이 있는데 그 중의 하나를 취하면 다음과 같다.

$$F=ab'+bc'+ca'+cd'$$

이 式을 다음과 같이 표기하여 consensus를 求한다.

	a	b	c	d
(1)	1	0	-	-
(2)	-	1	0	-
(3)	0	-	1	-
(4)	-	-	1	0

(1), (2)에서 {1×0−}를 얻는데 (3), (4)는 이를 피복하지 못한다. (1), (3)에서 {×01−}를 얻는데 (2), (4)는 이를 피복하지 못한다. (2), (3)에서 {01×−}를 얻는데 (1), (4)는 이를 피복하지 못한다.

마지막으로 (2), (4)에서 {−1×0}을 얻는데 (1) (3)은 이를 피복하지 못한다. 따라서 이 네개의 consensus는 最小 TANT를 구성하는데 다 필요한 것이다. 頭部가 같은 것을 統合하여 TANT表現式을 完成하면 다음과 같다.

$$F=a(bc)'+b(acd)'+c(abd)'$$

이 式에 의하여 TANT 回路를 實現시키면 그림 4와 같다. 여기서는 6종의 最小和表現중에서 任意로 한 表現을 채택하였지만 其他의 最小和表現을 취해도 다 같이 게이트數는 7이고 入力數는 17이다.

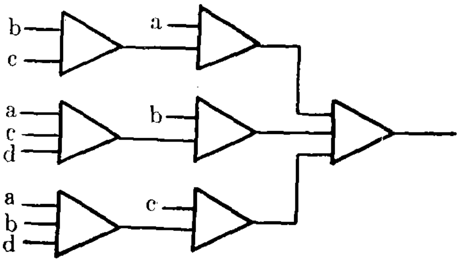

그림 4. Hazard가 없는 最小 TANT 回路의 實現例
Fig. 4. Illustrative example of hazard-free, minimal TANT network.

5. 結 論

本論文에서는 TANT 回路의 hazard의 檢出 및 hazard가 없는 最小 TANT 回路의 合成에 있어서 consensus 算法을 도입하였는데 이 方法에 의하면 hazard를 일으키는 入力變數가 쉽게 규명될 수 있을 뿐만 아니라 다른 入力變數가 어떤 狀態下에 있을 때 hazard가 일어나는가도 同時에 규명된다. TANT 回路는 그 構成上의 特異性으로 말미암아 本方法에 의하여 hazard 檢出이 용이하게 이루어지는데 一般組合論理回路의 hazard 問題를 다루는데 있어서도 本方法을 擴張適用하면 効果的으로 解를 얻을 수 있을 것이다.

附 錄

1-集合중에 不安定集合이 있어도 0-hazard 또는 動的 hazard가 존재하지 않는 수가 있다.

지금 $akm'n'(ap)'(aq)'$를 생각할 때 $km'n'=1$, $p+q=1$이 成立하면 이것은 aa'가 된다. 따라서

$$F=akm'n'(ap)'(aq)'+k$$
$$F=akm'n'(ap)'(aq)'+m'$$
$$F=akm'n'(ap)'(aq)'+n'$$
$$F=akm'n'(ap)'(aq)'+p+q$$

로 표시되는 論理式을 생각할 때 $km'n'=1, p+q=1$이 成立하면 윗 式은 다 같이 $F=aa'+1=1$이 된다. 여기서 k, m, n, p, q는 여러 變數의 論理積으로 생각하여도 무방하다.

그러므로 TANT 回路에 있어서 第2段 NAND 素子의 外部入力變數가 그 素子에 접속된 第3段 NAND 素子의 外部入力變數와 同一한 것이 있어도 다음 경우에는 이 變數의 변화에 따르는 0-hazard 또는 動的 hazard는 존재하지 않는다.

1) 第2段素子의 外部入力變數중에서 위의 同一變數를 除外한 餘他의 變數만을 그 入力으로 하는 다른 第2段 NAND 素子가 존재할 경우

2) 第2段素子에 접속된 第3段素子중 위의 同一變數를 入力으로 갖지 않는 素子의 出力을 적어도 하나 그 入力으로 하고 外部入力은 갖지 않는 第2段 NAND 素子가 존재할 경우

3) 第2段素子에 접속된 第3段素子중 위의 同一變數를 入力으로 갖는 素子의 外部入力중에서 이 同一變數를 除外한 餘他의 變數만을 그 入力으로 하는 各 NAND 素子가 모두 第2段 NAND素子로 존재할 경우

參 考 文 獻

1) D. A. Huffman, "The design and use of hazard-free switching networks", J. ACM, vol. 4, pp. 47-62, January 1957.
2) E. J. McCluskey, Introduction to Theory of Switching Circuits. New York: McGraw-Hill, 1965.
3) R. B. McGhee, "Some aids to the detection of hazards in combinational switching circuits", IEEE Trans. Computers, Vol. C-18, pp. 561-565, June 1969.
4) J. F. Gimpel, "The minimization of TANT networks", IEEE Trans. Electronic Computers, Vol. EC-16, pp. 18-38, February 1967.
5) K. S. Koh, "A minimization technique for TANT networks", IEEE Trans. Computers, Vol. C-20, pp. 105-107, January 1971.