超廣帶域 AM 信號傳送에서의 振幅歪率解析

(Analysis of Amplitude Distortion in Super Wide-Band AM Signal Transmission)

李 忠 雄*

(Lee, Choong Woong)

要 約

本論文은 超廣帶域AM波傳送에 있어서 上・下側帶波의 振幅 및 位相의 變化分이 搬送波에 關하여 對稱일 境遇와 奇對稱일 境遇에 發生하는 AM波의 振幅일그러짐을 解析하였다. AM波의 傳送에서 AM波의 上・下側帶波의 振幅變化分의 搬送波에 關하여 對稱이고 上・下側帶波의 位相變化分이 搬送波에 關하여 奇對稱일 境遇에는 振幅일그러짐이 發生하지 않음이 밝혀졌다.

Abstracts

This paper presents the analysis of the amplitude distortion occurring in the transmission of super wide-band AM signal when the amplitude and phase variations of the upper and lower sidebands of the AM signal are symmetrical, and odd symmetrical with respect to the carrier. It is shown that the case where the amplitude variations of the upper and lower sidebands of AM signal are symmetrical with respect to the carrier while the phase variations of the upper and lower sidebands are odd symmetrical with respect to the carrier induce, no amplitude distortion in AM signal transmission.

1. 序 論

電子通信技術의 發展趨向은 多重通信의 通信容量의 增大및 보다纖細한 畵面傳送으로 向하고 있다. 通信容量이 增加되고, 보다纖細한 畵面을 傳送함에따라 附隨되는 問題는 AM信號의 搬送波의 周波數와 變調信號의 周波數와의 比가 작아지고 上側帶波와 下側帶波와의 範圍가 넓어져 이 廣帶域 AM波의 傳送및 檢波가 困難하게되는 點이다. 從來에는 AM信號의 搬送波周波數와 變調信號周*波數와의 比가 10 : 1 以下일 境遇에 檢波時의 過渡特性上 檢波不可能하였으나 多相包絡線檢波法**의 出現으로 搬送波의 周波數와 變調信號波와의 周波數比가 아무리 작아도 AM波의 包絡線信號를 正確히 檢出할 수 있게 되었다. 그러나 超廣帶域 AM 信號의 傳送時에 生기는 振幅歪率에關한 硏究는 아직 遂行되고 있지않는 實情이다. 本論文에서는 AM波傳送時에 上·下側帶波의 振幅및 位相의 變動이 AM波의 振幅歪率에 미치는 影響을 考察하기로 한다. 解析의 便宜上 다음 네가지의 境遇를 取扱하겠다.

2.1 上・下側帶波의 振幅變化分이 搬送波에 關해 對稱이고, 上・下側帶波의 位相變化分은 搬送波에 關해 奇對稱인 境遇. 그림 1은 上側帶波의 振幅變化分과 下側帶波의 振幅變化分이 搬送波에 關하여 對稱이고, 上・下側帶波의 位相變化分은 搬送波에 關하여 奇對稱인 境遇를 나타내고 있다 이것을 數式으로 表示하면

*서울大學校 工科大學

**李忠雄, 宇都宮敏男, "多相包絡線檢波法" 1971(昭46). 日本電氣學會全國大會, 1247.

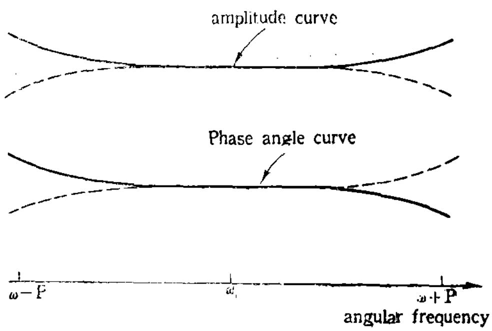

그림 1. 側帶波의 振幅變化分이 搬送波에 關하여 對稱이고 位相變化分이 搬送波에 對하여 奇對稱인 境遇.

$$e(t)=E_m\sin(wt\pm\theta)+\frac{m_a(E_m\pm\Delta E_m)}{2}\times \sin[(w-p)t\pm(\theta+\Delta\theta)] +\frac{m_a(E_m\pm\Delta E_m)}{2}\times \sin[(w+p)t\pm(\theta-\Delta\theta)] \quad (1)$$

가 된다. (1)式을 整理하면 다음과 같다.

$$e(t)=E_m\left\{1+m_a\left(1\pm\frac{\Delta E_m}{E_m}\right)\cos(pt\pm\Delta\theta)\right\}\times \sin(wt\pm\theta) \quad (2)$$

(2)式을 보면 明白한 바와같이 振幅變化分 ΔE_m 와 位相角의 變化分 $\Delta\theta$ 가 周波數및 時間에 對하여 變하지 않는 限 AM 信號의 振幅의 일그러짐은 生기지 않음을 알 수 있다.

2.2 上·下側帶波의 振幅및 位相의 變化分이 搬送波에 關하여 奇對稱인 境遇. 그림 2는 이 境遇를 나타내며 이것은 다음式으로 나타낼 수 있다.

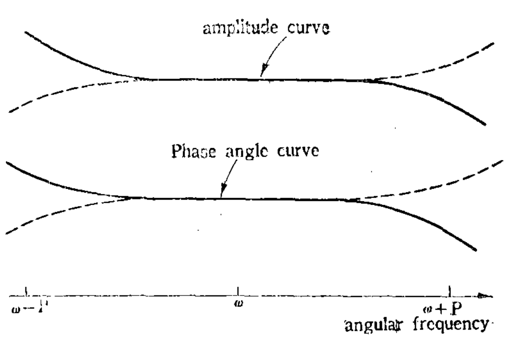

그림 2. 側帶波의 振幅및 位相變化分이 다같이 搬送波에 關하여 奇對稱인 境遇.

即

$$e(t)=E_m\sin(wt\pm\theta)+\frac{m_a(E_m\pm\Delta E_m)}{2}\times \sin[(w-p)t\pm(\theta+\Delta\theta)] +\frac{m_a(E_m\mp\Delta E_m)}{2}\times \sin[(w+p)t\mp(\theta-\Delta\theta)] \quad (3)$$

(3)式을 다음과 같이 變形시킬 수 있다.

$$e(t)=E[1+m_a\cos(pt\pm\Delta\theta)] \times\sqrt{1+\frac{m_a{}^2\Delta E_m{}^2\sin^2(pt\mp\Delta\theta)}{E_m{}^2[1+m_a\cos(pt\mp\Delta\theta)]^2}} \times\sin[wt\pm\theta)\mp\varphi] \quad (4)$$

$$\varphi=\tan^{-1}\frac{\Delta E_m m_a\sin(pt\mp\Delta\theta)}{E_m[1+m_a\cos(pt\mp\Delta\theta)]}$$

實際의 境遇에는 $\frac{m_a{}^2\Delta E_m{}^2\sin^2(pt\mp\Delta\theta)}{E_m{}^2[m_a\cos(pt\mp\Delta\theta)]^2}\ll 1$이므로 이것을 考慮하여 (4)式의 振幅 $A(t)$를 基本波와 高調波成分으로 나타내면

$$A(t)=E_m\left\{\left(1+\frac{m_a{}^2}{4}\left(\frac{\Delta F_m}{E_m}\right)^2\left(1+\frac{m_a{}^2}{4}\right)\right) +m_a\left(1-\frac{m_a{}^2}{8}\left(\frac{\Delta E_m{}^2}{E_m}\right)-\frac{m_a{}^4}{16}\left(\frac{\Delta E_m}{E_m}\right)^2\right) \times\cos(pt\pm\Delta\theta)-\frac{m_a{}^2}{4}\left(\frac{\Delta E_m}{E_m}\right)^2\times \left(\cos2(pt\pm\Delta\theta)-\frac{m_a}{2}\left(1+\frac{m_a{}^2}{4}\right)\times \cos3(pt\pm\Delta\theta)+\frac{m_a{}^2}{4}\cos4(pt\pm\Delta\theta) -\frac{m_a{}^3}{8}\cos5(pt\pm\Delta\theta)\right)\right\} \quad (5)$$

과같이 된다. $m_a<0.5$의 境遇를 生覺하면 (5)式은 다음과 같이 簡單히 表示된다.

$$A(t)\fallingdotseq E_m\left\{1+m_a\cos(pt\pm\Delta\theta) -\frac{m_a{}^2}{4}\left(\frac{\Delta E_m}{E_m}\right)^2\left(\cos2(pt\pm\Delta\theta) -\frac{m_a}{2}\cos3(pt\pm\Delta\theta)\right)\right\} \quad (6)$$

(6)式에서 歪率 D를 求하면

$$D=\frac{m_a}{4}\left(\frac{\Delta E_m}{E_m}\right)^2\sqrt{1+\frac{m_a{}^2}{4}}\times100\% \quad (7)$$

가 된다. (6)式에서 $m_a=0.5$, $\Delta E_m/E_m=0.2$인 境遇에 $D=0.5\%$가 되므로 일그러짐이 그리 問題가 안됨을 알 수 있다.

2.3 上·下側帶波의 振幅變化分이 搬送波에 關

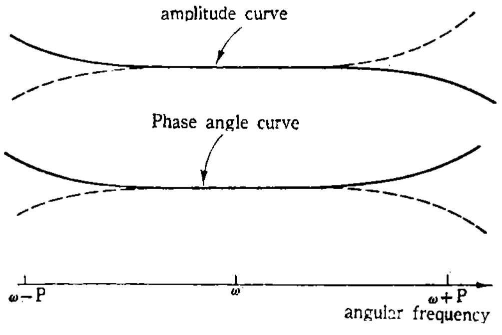

그림 3. 側帶波의 振幅變化分이 搬送波에 關해 奇對稱이고 位相變化分이 搬送波에 關해 對稱인 境遇.

해 奇對稱이고 上·下側帶波의 位相變化分이 搬送波에 關하여 對稱인 境遇. 이境遇의 內容은 그림 3에 表示돼있다. 이것을 數式으로 表示하면 다음과 같다. 即

$$e(t)=E_m\sin(wt\pm\theta)+\frac{m_a(E_m\pm\varDelta E_m)}{2}\times\sin[(\omega-p)t\pm(\theta+\varDelta\theta)]+\frac{m_a(E_m\mp\varDelta E_m)}{2}\sin(u+p)t\pm(\theta+\varDelta\theta)] \quad (8)$$

(8)式을 다음과 같이 變形할 수 있다.

$$\begin{aligned}e(t)&=E_m\sin(wt\pm\theta)\\&+m_aE_m\cos pt\sin[(wt\pm\theta)\pm\varDelta\theta]\\&\mp m_a\varDelta E_m\sin pt.\cos[(wt\pm\theta)\pm\varDelta\theta]\\&=E_m\sqrt{[1+X_1\cos(pt-\theta_2)]^2+X^2_2\cos^2(pt+\theta_3)}\\&\quad\times\sin[(wt+\theta)+\theta_1]\end{aligned} \quad (9)$$

但 $\theta_1=\tan^{-1}\dfrac{X_2\cos(pt+\theta_3)}{1+X_1\cos(pt+\theta_2)}$

$$\theta_2=\tan^{-1}\left(\frac{\varDelta E_m}{E_m}\tan\varDelta\theta\right)$$

$$\theta_3=\tan^{-1}\left(\frac{\varDelta E_m}{E_m}\cot\varDelta\theta\right)$$

$$X_1=m_a\sqrt{\cos^2\varDelta\theta+\left(\frac{\varDelta E_m}{E_m}\right)^2\sin^2\varDelta\theta}$$

$$X_2=m_a\sqrt{\sin^2\varDelta\theta+\left(\frac{\varDelta E_m}{E_m}\right)^2\cos^2\varDelta\theta}$$

여기서 檢波時에 波形일그러짐에 影響을 주는것은 振幅이므로 (9)式에서 振幅만을 考慮하기로 한다. (9)式의 振幅은 $\dfrac{X_2^2\cos^2(pt+\theta_3)}{[1+X_1\cos(pt-\theta_2)]^2}\ll 1$ 을 考慮하여 다음과 같이 展開된다. 即

$$\begin{aligned}A(t)&\fallingdotseq E_m\left(1+X_1\cos(pt-\theta_2)+\frac{X^2_2\cos^2(pt+\theta^3)}{2[1+X_1\cos(pt-\theta_2)]}\right)\\&=E_m\Big\{1+X_1\cos(pt-\theta_2)+\frac{X_2^2}{4}\times[1+\cos2(pt+\theta_3)]\times[1-X_1\cos(pt-\theta_2)\\&\quad+X_1^2\cos^2(pt-\theta_2)-X_1^3\cos^3(pt-\theta_2)+]\Big\}\end{aligned} \quad (10)$$

(10)式에서 3乘以上의 項을 無視하고 基本波와 高調波成分으로 表示하면

$$\begin{aligned}A(t)\fallingdotseq E_m\Big\{&\left(1+\frac{X_1^2X_2^2}{16}\cos2(\theta_2+\theta_3)+\frac{X_2^2(2+X_1^2)}{8}\right)\\&+X_1\left(1-\frac{X_2^2}{4}-\frac{3X_1^2X_2}{16}\right)\cos(pt-\theta_2)\\&-\frac{X_1X_2^2}{8}\left(1+\frac{3X_1^2}{4}\right)\cos(pt+\theta_2+2\theta_3)\\&-\frac{X_1^3X_2^2}{32}\cos(pt-3\theta_2-2\theta_3)\\&+\frac{X_2^2(2+X_1^2)}{8}\cos2(pt+\theta_3)\\&+\frac{X_1^2X_2^2}{8}\cos2(pt-\theta_2)\\&-\frac{X_1^3X_2^2}{16}\cos3(pt-\theta_2)\\&-\frac{X_1X_2^2}{8}\left(1+\frac{3X_1^2}{4}\right)\cos(3pt-\theta_2+2\theta_3)\\&+\frac{X_1^2X_2^2}{16}\cos(4pt-2\theta_2+2\theta_3)\\&-\frac{X_1^3X_2^2}{32}\cos(5pt-3\theta_2+2\theta_3)\Big\}\end{aligned} \quad (11)$$

이 式을 더욱 簡單히 하면

$$\begin{aligned}A(t)\fallingdotseq E_m\Big\{&\left(1+\frac{X_1^2X_2^2}{16}\cos2(\theta_2+\theta_3)+\frac{X_2^2(2+X_1^2)}{8}\right)\\&+\sqrt{[A\cos\theta_2+B\cos(\theta_2+2\theta_3)]^2-[A\sin\theta_2-B\sin(\theta_2+2\theta_3)]^2}\\&\times\cos(pt-\theta_4)+\frac{x_2^2}{4}\cos2(pt+\theta_3)\\&-\sqrt{[\cos3\theta_2+B\cos(3\theta_3-\theta_2)]^2+[C\sin3\theta_2-B\sin(2\theta_3-\theta_2)]^2}\\&\times\cos(3pt-\theta_5)+\frac{X_1^2X_2^2}{4}\left(\cos2(\theta_2+\theta_3)+\frac{1}{4}\right)\end{aligned}$$

$$\times\cos(4pt-2\theta_2+2\theta_3)$$

$$-\frac{X_1^3X_2^2}{32}\left[\cos\left[5pt-3\theta_2+2\theta_3\right]\right\} \qquad (12)$$

但 $A=X_1\left(1-\frac{X_2^2}{4}-\frac{3X_1^2X_2}{16}\right)$

$$B=\frac{X_1X_2^2}{8}\left(1+\frac{3}{4}X_1^2\right)$$

$$C=\frac{X_1X_2^2}{16}$$

$$\theta_4=\tan^{-1}\frac{A\sin\theta_2-B\sin(\theta_2+2\theta_3)}{A\cos\theta_2+B\cos(\theta_2+2\beta_3)}$$

$$\theta_5=\tan^{-1}\frac{C\sin3\theta_2-B\sin(2\theta_3-\theta_2)}{C\cos3\theta_2+B\cos(2\theta_3-\theta_2)}$$

지금 $m_a<0.5$인 境遇를 生覺하면 (12)式은 다음과 같이 簡單히 된다.

$$A(t)\fallingdotseq E_m\left\{1+X_1\left(1-\frac{X_2^2}{4}-\frac{3X_1^2X_2}{16}\right)\cos(pt-\theta_4)\right.$$

$$+\frac{X_2^2}{4}\cos 2(pt+\theta_3)-\frac{X_1X_2^2}{8}(1+\frac{3}{4}X_1^2)\times$$

$$\left.\cos(3pt-\theta_5)\right\} \qquad (13)$$

(13)式에서 歪率을 求하면

$$D\fallingdotseq\frac{X_2^2\sqrt{1+\frac{X_1^2}{4}\left(1+\frac{3}{2}X_1^2\right)}}{4X_1\left(1-\frac{X_2^2}{4}-\frac{3X_1^2X_2}{16}\right)}\times100\% \qquad (14)$$

과 같이 된다.

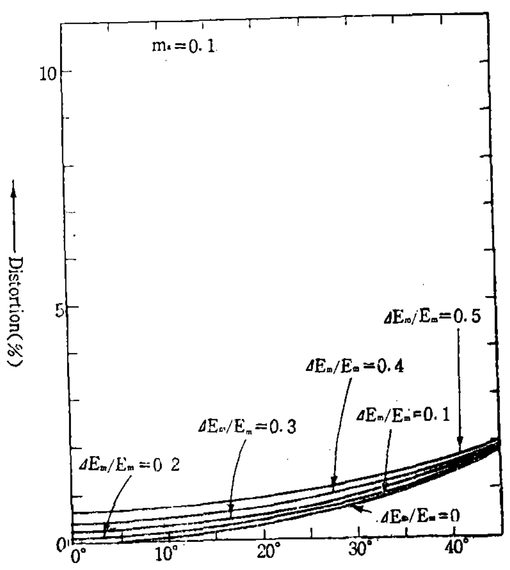

그림 4. 振幅變調度를 파라메터로하여 歪率, 位相變化分, 振幅變化分과의 關係.

一例로서, $m_a=0.5$, $E_m=0.2$, $\Delta\theta=10°$를 (14)式에 代入하면 歪率D는 不過 0.9%임을 알수 있다. 그림 4는 AM變調度 m_a를 파라메타로 하여 歪率, 振幅變化率 $\Delta E_m/E_m$ 및 位相變化分 $\Delta\theta$와의 關係를 나타낸다. 이 그림을 보면 振幅變化率과 位相變化가 各各 10%를 넘으면 歪率이 急激히 增加함을 알 수 있다.

2.4 上·下側帶波의 振幅및 位相變化分의 搬送波에 關하여 對稱인 境遇. 그림 5는 이 境遇를 나타내고 있다. 이것을 式으로 表示하면 다음과 같다.

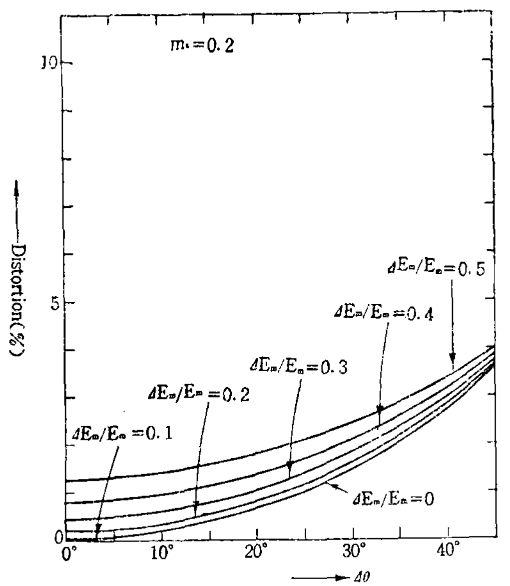

그림 5. 側帶波의 振幅및 位相變化分이 다 같이 搬送波에 關해 對稱인 境遇.

$$e(t)=E_m\sin(wt\pm\theta)+\frac{m_a(E_m\pm\Delta E_m)}{2}\times$$

$$\sin[(w-p)t\pm(\theta+\Delta\theta)]$$

$$+\frac{m_a(E_m\pm\Delta E_m)}{2}\times$$

$$\sin[(w+p)t\pm(\theta+\Delta\theta)] \qquad (15)$$

(15)式을 다시쓰면

$$e(t)=E_m\sqrt{(1+m_a'\cos\Delta\theta\ \cos pt)^2+m_a'^2\sin^2\Delta\theta\cos^2 pt}$$

$$\times\sin[(wt\pm\theta)\pm\varphi] \qquad (16)$$

但 $m_a'=\left(1\pm\frac{\Delta E_m}{E_m}\right)m_a$

$$\varphi=\tan^{-1}\frac{m_a'\sin\Delta\theta\cdot\cos pt}{1+m_a'\cos\Delta\theta\cdot\cos pt}$$

(16)式에서 $\dfrac{m_a'^2\sin^2\Delta\theta\cdot\cos^2 pt}{(1+m_a'\cos\Delta\theta\cdot\cos pt)^2}\ll 1$를 考慮하여 (16)式의 振幅을 展開하면

$$\begin{aligned}A(t)&=E_m(1+m_a'\cos\Delta\theta\cdot\cos pt)\left[1+\frac{m_a'^2 sin^2\Delta\theta\cdot\cos^2 pt}{2(1+m_a'\cos\Delta\theta\cdot\cos pt)^2}\right]\\&=E_m\Big[(1+m_a'\cos\Delta\theta\cdot\cos pt)+\frac{m_a'^2\sin^2\Delta\theta}{4}((1+\cos 2pt)(1-m_a'\cos\Delta\theta\cdot\cos pt\\&\qquad+m_a'^2\cos^2\Delta\theta\cdot\cos^2 pt-m_a'^3\cos^3\Delta\theta\cdot\cos^3 pt\cdots\cdots)\Big]\end{aligned}\tag{17}$$

(17)式에서 $m_a'^3\cos^3\Delta\theta\cos^3 pt$ 以下를 버리고 基本波와 高調波成分으로 나타내면

$$\begin{aligned}A(t)=E_m\Big\{&\left[1+\frac{m_a'^2(4+3m_a'^2\cos^2\Delta\theta)}{16}\sin^2\Delta\theta\right]\\&+m_a\cos\Delta\theta\left[1-\frac{3m_a'^2\sin^2\Delta\theta}{8}-\frac{5m_a'^4\sin^2\Delta\theta\ \cos^2\Delta\theta}{16}\right]\cos pt\\&+\frac{m_a'^2(1+m_a^2\cos^2\Delta\theta)\sin^2\Delta\theta}{4}\cos 2pt\\&-\frac{m_a'^3 sin^2\Delta\theta\cdot\cos\Delta\theta}{8}\left(1+\frac{5}{4}m_a'^2\cos^2\Delta\theta\ \sin\Delta\theta)\right)\cos 3pt\\&+\frac{m_a'^4\sin^2\Delta\theta\cdot\cos^2\Delta\theta}{16}\cos 4pt-\frac{m_a'^5\sin^2\Delta\theta\ \cos^3\Delta\theta}{16}\cos 5pt\Big\}\end{aligned}\tag{18}$$

(18)式에서 $m_a<0.5$의 境遇를 考慮하면 (18)式은 다음과 같이 簡素化된다. 即

$$\begin{aligned}A(t)=E_m\Big\{&\left[1+\frac{m_a^2}{4}\sin^2\Delta\theta\right]+m'_a\cos\Delta\theta\left[1-\frac{3m'^2_a\sin^2\Delta\theta}{8}\right]\cos pt\\&+\frac{m'^2_a}{4}\sin^2\Delta\theta\ \cos 2pt-\frac{m'^3_a}{8}\sin^2\Delta\theta\cdot\cos\Delta\theta\cdot\cos 3pt\Big\}\end{aligned}\tag{19}$$

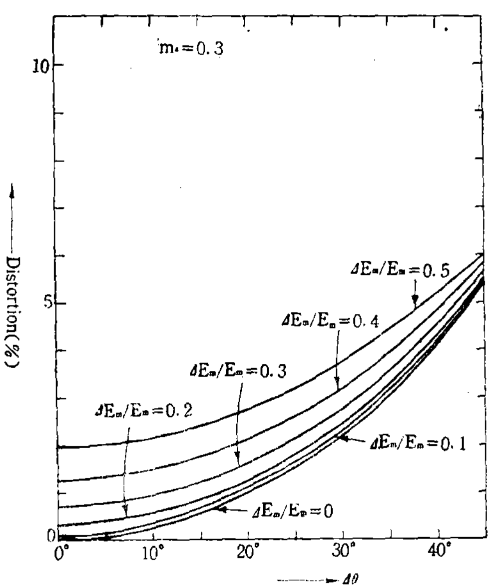

그림 6. 實効振幅變調度 를 파라메터로하여 歪率과 側帶波의 位相變化分과의 關係.

(19)式에서 歪率을 求하면 다음과 같다. 即

$$D=\frac{2m'_a\sin^2\Delta\theta\sqrt{1+\dfrac{m'^2_a}{4}\cos^2\Delta\theta}}{\cos\Delta\theta(8-3m'^2_a\sin^2\Delta\theta)}\times 100\%\tag{20}$$

그림 6은 m'_a를 파라메터로하여 位相角의 變化分 $\Delta\theta$와 歪率 D와의 關係를 나타내고 있다. 이 그림을 부면 AM變調度및 位相變化分$\Delta\theta$가 커짐에 따라 歪率 D가 增加됨을 알 수 있다.

2. 結 論

本研究의 結果로 AM信號의 傳送에 있어서 다음 事項을 알았다.

(1) AM波의 上·下側帶波의 振幅變化分이 搬送波에 對하여 對稱이면 AM 의 振幅일그러짐을 發生시키지 않는다.

(2) AM波의 上·下側帶波의 位相變化分이 搬送波에 對하여 奇對稱이면 AM波의 振幅일그러짐을 이르키지 않는다.

(3) AM 波에서 變調度 $m_a \leqq 0.5$, 上·下側帶波의 振幅變化分 $\Delta E_m/E_m \leqq 0.1$ 이고 位相變化分 $\Delta\theta \leqq 10°$ 이면 AM波의 振幅 歪率은 0.5% 이하이다.