

트랜지스터 發振器의 發振領域과 負抵抗의 變化에 관한 研究

(A Study on the Oscillation Region and the Variation of Negative Resistance in Transistor Oscillators)

李 鍾 珪*
(Lee, Chong Kak)

要 約

本論文은 트랜지스터發振器의 發振領域과 負抵抗의 變化에 대하여 하나의 새로운 方法을 써서 考察한 것이다. 트랜지스터歸還發振器의 發振領域을, 歸還素子임피던스의 複素平面上에 나타내면 圓이 된다. 그리고, 歸還素子임피던스의 抵抗分을 일정하게 하고, 리액턴스分을 변화시키거나, 혹은 이와 반대로 리액턴스分을 일정하게 하고, 抵抗分을 변화시킬 때, 出力콘덕턴스가 極小로 되는 點의 軌跡은 雙曲線이 된다. 트랜지스터水晶發振器에서는, 發振領域은 負荷임피던스의 複素平面上에서, 入力임피던스의 實數部 및 虛數部를 0이 되게 하는, 두개의 圓에 의하여 定해진다. 그리고, 負荷임피던스의 抵抗分을 일정하게 하고 리액턴스分을 변화시키거나, 혹은 반대로 리액턴스分을 일정하게 하고 抵抗分을 변화시킬 때, 入力抵抗을 極大 또는 極小로 되게 하는 點의 軌跡은, 네 개의 直線이 된다.

Abstract

The paper presents a new method for analyzing oscillation regions of transistor oscillators. In transistor feedback oscillators oscillation region appears as a circle in feedback impedance complex plane. When the resistive component of feedback impedance is fixed and the reactive component of feedback impedance is varied or vice versa, the locus of maximum negative output conductance becomes hyperbola.

In transistor crystal oscillators oscillation region is determined by two circles which make real part and imaginary part of input impedance zero in load impedance complex plane. When the resistive component of load impedance is fixed and the reactive component of load impedance is varied or vice versa, the loci of maximum or minimum resistive component of input impedance become straight lines.

I. 緒 論

發振器는 歸還發振器와 負抵抗發振器로 나누어진다. 그런데 D. F. Page, J. F. Gibbons 등에 의하면, 트랜지스터發振器의 경우, Colpitts 發振

器나 Hartley 發振器와 같은 歸還發振器도, 이것을 負抵抗發振器로 취급할 수가 있다.^{1, 2)}

發振器는 이것에 걸리는 負荷에 따라 發振條件이 달라진다. 그리고, 트랜지스터發振器에 트랜지스터增幅器를 접속할 경우는, 眞空管의 경우와 달리, 增幅器는 發振器에 대하여, 상당한 크기의 負荷임피던스로 된다. 그러므로, 특히 트랜지

*서울대학교 工科大学 電子工學科

스터 發振器에서는, 負荷임피던스에 따라, 發振條件이 어떻게 달라지는가를 고찰하는 문제가 한층 더 중요하게 된다.

트랜지스터歸還發振器的 負荷어드미턴스를

$$Y_L = G_L + jB_L \dots\dots\dots(1.1)$$

이라고 하고, 負荷端子에서 본 發振器的 出力어드미턴스를

$$Y_0 = G_0 + jB_0 \dots\dots\dots(1.2)$$

이라고 하면, 發振持續條件은

$$G_0 + G_L \leq 0 \dots\dots\dots(1.3)$$

이며, 發振周波數를 구하는 式은

$$B_0 + B_L = 0 \dots\dots\dots(1.4)$$

이 된다.

그런데 $G_L \geq 0$ 이므로, 發振이 지속되려면(1.3)에 의하여, 언제나 $G_0 \leq 0$ 이 되지 않으면 안 된다. G_0 이 負일 때, $|G_0|$ 이 크면 클수록, 큰 G_L 에 대하여 發振이 가능하게 된다. $|G_0|$ 을 最大가 되게 하는 문제, 즉 最大負콘덕턴스(maximum potential instability)를 실현하는 문제는, 트랜지스터歸還發振器的 設計上, 매우 중요시된다.^{1) 5)}

트랜지스터歸還發振器에서, 發振이 지속되고있을 때는, 出力콘덕턴스 G_0 은, 언제나 負로 된다. 그리고, G_0 은 發振器的 歸還素子임피던스에 따라 변화한다. G_0 과 歸還素子임피던스의 관계를 구명하는데, 지금까지는 주로, 트랜지스터의 等價回路와 트랜지스터定數의 周波數에 따르는 변화 등을, 기초로 한 解析的인 방법을 써 왔다.^{1) 5)} 이에 대하여 本論文에서는, G_0 과 歸還素子임피던스의 관계를 複素平面上에 圖示하고, 發振領域과 G_0 의 변화에 대하여 고찰했다.

다음에 트랜지스터水晶發振器에서, 水晶共振子の 어드미턴스를

$$Y_1 = G_1 + jB_1 \dots\dots\dots(1.5)$$

이라 하고, 水晶共振子에서 본 入力어드미턴스를

$$Y_i = G_i + jB_i \dots\dots\dots(1.6)$$

이라고 하면, 發振持續條件은

$$G_1 + G_i \leq 0 \dots\dots\dots(1.7)$$

이며, 發振周波數를 구하는 式은

$$B_1 + B_i = 0 \dots\dots\dots(1.8)$$

이 된다. 그런데, G_1 은 매우 작으며, B_1 은 發振周波數에 대하여 誘導性으로 되어야 하므로, 水

晶發振器的 發振條件은, B_i 는 容量性이 되는 동시에

$$G_i < 0 \dots\dots\dots(1.9)$$

이 되는 것이라고 할 수 있다. 水晶共振子에서 본 發振器的 入力임피던스를

$$Z_i = R_i + jX_i \dots\dots\dots(1.10)$$

라고 하면, 水晶發振器的 發振條件은, X_i 가 容量性이 되는 동시에

$$R_i < 0 \dots\dots\dots(1.11)$$

이 되는 것이다.

트랜지스터水晶發振器에서, 水晶共振子에서 본 入力임피던스 Z_i 는, 이 發振器에 걸린 負荷임피던스에 따라 변화한다. 本論文에서는, Z_i 와 負荷임피던스와의 관계를 구명하는 문제를 취급하였으며, 이들의 관계를 임피던스 平面上에 圖示하여, 發振領域과 R_i 의 변화를 고찰했다. 이 방법을 쓰면, 트랜지스터水晶發振器的 發振領域과 負抵抗이 변화에 대한 종합적인 고찰을 하기가 매우 용이하며, 트랜지스터水晶發振器的 設計에도, 도움을 줄 수 있을 것으로 생각된다.

뒤에서 설명하는 바와 같이, 트랜지스터歸還發振器的 경우, 負荷端子에서 본 出力임피던스 Z_0 와 歸還素子임피던스 Z_F 사이에는 '다음과 같은 관계가 성립한다.

$$Z_0 = (L + MZ_F) / (S + TZ_F) \dots\dots\dots(1.12)$$

여기서 L, M, S, T 는 트랜지스터定數 및 Z_F 이외의 素子임피던스에 의하여 정해지는 複素量이다.

그리고 트랜지스터水晶發振器的 경우, 水晶共振子에서 본 入力임피던스 Z_i 와 負荷임피던스 Z_L 사이에도 (1.12)와 유사한 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$Z_i = (P + QZ_L) / (U + WZ_L) \dots\dots\dots(1.13)$$

여기서 P, Q, U, W 는 트랜지스터定數 및 Z_L 을 제외한 나머지 素子임피던스에 의하여 정해지는 複素量이다.

지금

$$Z_L = R_L + jX_L \dots\dots\dots(1.14)$$

$$\left. \begin{aligned} P &= p + jp', & U &= u + ju' \\ Q &= q + jq', & W &= w + jw' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.15)$$

와 같이 P, Q, U, W 및 Z_L 을 實數部와 虛數部로

나누어 표시하고, 이들을 (1.13)에 대입하여 정돈하면, 다음 관계를 얻는다.

$$Z_i = (A + jB) / \{ (u + wR_L - w'X_L)^2 + (u' + w'R_L + wX_L)^2 \} \dots\dots(1.16)$$

단

$$A = (qw + q'w')(R_L^2 + X_L^2) + (pw + qu + p'w' + q'u')R_L + (p'w + qu' + pw' + q'u)X_L + [+ pu + p'u' \dots\dots\dots(1.17)$$

$$B = (q'w - qw')(R_L^2 + X_L^2) + (p'w + q'u - pw' - q'u')R_L + (qu + q'u' - pw - p'w')X_L + p'u - pu' \dots\dots\dots(1.18)$$

그러므로, $A=0$ 및 $B=0$ 즉 Z_i 의 實數部 및 虛數部를 0이라 놓은 式은, (R_L, X_L) 平面上에서 모두 圓을 나타내게 된다.

그리고 $qw + q'w' > 0$ 일 때는, $A=0$ 의 圓의 內部領域에서는, Z_i 의 實數部 즉 抵抗分은 負로되며, 圓의 外部領域에서는 正이 된다. $qw + q'w' < 0$ 일 때는, 이와 반대로 된다. 또 $q'w - qw' > 0$ 일 때는, Z_i 의 리액턴스分은 圓內領域에서 容量性으로되며, 圓外領域에서는 誘導性으로 된다. 그리고 $q'w - qw' < 0$ 일 때는 이와 반대로 된다.

다음에 (1.12)로부터 入力어드미턴스 Y_i 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$Y_i = (U + WZ_L) / (P + QZ_L) \dots\dots\dots(1.19)$$

(1.4)와 (1.15)를 (1.19)에 대입하여 정돈하면 Y_i 의 實數部 즉 컨덕턴스分 및 Y_i 의 虛數部 즉 썬셉턴스分을 0이라 놓은 式은, 각각 $A=0$ 및 $B=0$ 와 일치함을 알 수가 있다. 그러므로 이들을 (R_L, X_L) 平面에 나타내면, Z_i 의 경우와 똑 같은 圓이 된다.

II. 트랜지스터 歸還發振器의 出力임피던스

트랜지스터 歸還發振器를 解析하기 위한 回路로서는, Fig. 2.1과 같은 型式을 쓰는 것이 편리하다. 이 回路는 베이스 接地로 되어 있으나, 에미터 接地 및 코렉터 接地型에 대하여서도 같은 型式이 된다.

歸還回路에는, 卷線比 $n = N_1/N_2$ 의 變壓器가

개재되어 있으며, G_L 은 負荷컨덕턴스를 표시한다. 또 B_L 은 L, C 並列共振回路의 썬셉턴스를 나타낸다. 歸還素子임피던스 Z_F 는, 抵抗 R_F 와 容量 C_F 의 直列接續으로 되어 있다고 한다. 點線뿔럭으로 勾획된 부분은, 이것을 等價的으로 π 回路로 표시할 수 있으며, π 回路의 素子에 따라 이 回路는 Colpitts 發振器 혹은 Hartley 發振器로 된다.¹⁾

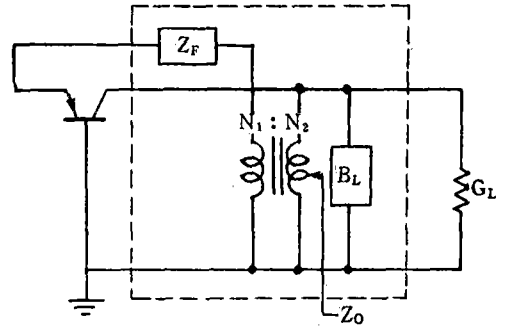


Fig. 2.1 Basic feedback oscillator circuit.

B_L 의 端子에서 본 出力임피던스 Z_0 을 트랜지스터의 h 定數에 의하여 표시하면 다음과 같이 된다.

$$Z_0 = \frac{h_i + Z_F}{n^2 + n(h_f - h_r) + h_i h_o - h_r h_f + h_o Z_F} \dots\dots(2.1)$$

h 定數는 모두 複素數이므로, 지금

$$\left. \begin{aligned} h_i &= r_i + jx_i, \quad h_o = g_o + jb_o \\ n^2 + n(h_f - h_r) + h_i h_o - h_r h_f &= r_1 + jx_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.2)$$

$$Z_F = R_F - jX_F$$

이라 표시하면, Z_0 은 다음과 같이 된다.

$$Z_0 = \frac{(r_1 + R_F) + j(x_1 - X_F)}{(r_1 + g_o R_F + b_o X_F) + j(x_1 + b_o R_F - g_o X_F)} \dots\dots(2.3)$$

Z_0 의 實數部를 R_0 이라 하면, 다음 관계가 있다.

$$R_0 = A / \{ (r_1 + g_o R_F + b_o X_F)^2 + (x_1 + b_o R_F - g_o X_F)^2 \} \dots\dots\dots(2.4)$$

여기서

$$A = g_o(R_F^2 + X_F^2) + tR_F + sX_F + m \dots\dots\dots(2.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{단 } t &= r_i g_o + r_1 + x_i b_o \\ s &= r_i b_o - x_i - x_i g_o \\ m &= r_i r_1 + x_i x_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.6)$$

그러므로, (R_F, X_F) 平面上에 나타내면, $A=0$ 의 圓의 中心은 $[-t/(2g_o), -s/(2g_o)]$ 이며, 半徑은 $[(t^2 + s^2 - 4g_o m)/(4g_o^2)]^{1/2}$ 이 된다. $g_o > 0$ 일 때는 圓內領域에서만 $R_0 < 0$ 이 되어, 이 領域에서

發振이 가능하게 된다. 變壓器의 卷線比 n 을 변화시키면 t, s 가 변화하므로, 圓의 中心이나 半徑이 달라진다.

다음에 (2.3)으로부터 트랜지스터歸還發振器의 負荷端子에서 본 出力콘덕턴스 G_0 을 구하면 다음과 같이 된다.

$$G_0 = \frac{g_0(R_F^2 + X_F^2) + tR_F + sX_F + m}{(r_i + R_F)^2 + (x_i - X_F)^2} \dots\dots(2.7)$$

그러므로 (R_F, X_F) 平面上에서의 $G_0=0$ 을 나타내는 圖形은 圓이며, $R_0=0$ 을 나타내는 圓과 일치한다.

Ⅲ. 트랜지스터水晶發振器의 入力입피이던스

Fig. 3.1 은 Pierce CB 發振器의 一般적인 回路이며, Fig. 3.2는 그 Hybrid π 等價回路를 표시한다.

여기서 Pierce CB 發振器라 함은 眞空管水晶發振器에서의 Pierce PG 發振器에 해당하는 Fig. 3.1과 같은 트랜지스터水晶發振器를 말한다.⁴⁾

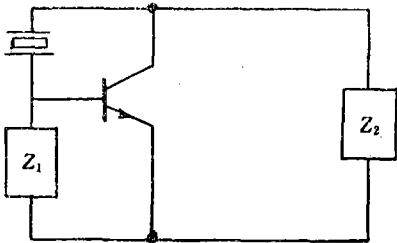


Fig. 3.1 Pierce CB crystal oscillator.

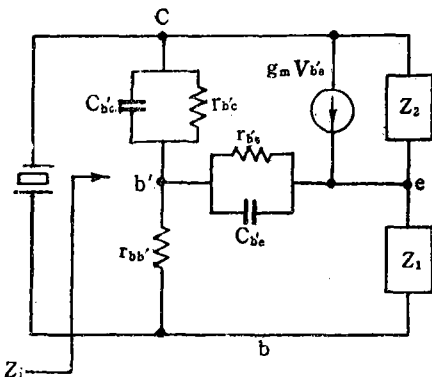


Fig. 3.2 Equivalent circuit of Pierce CB crystal oscillator.

Fig. 3.2로부터 水晶共振器의 端子에서 본 入力입피이던스는 다음과 같이 된다.

$$Z_i = (P + QZ_2) / (U + WZ_2) \dots\dots(3.1)$$

여기서, P, Q, U, W 는 트랜지스터의 定數 및 入力피이던스 Z_1 에 의하여 定해지는 複素量으로, 그 成分表示는 (1.15)와 같다고 한다.(附錄 1)

지금 負荷입피이던스 Z_2 는 Fig. 3.3과 같은 것이라고 가정한다. Z_L 을 發振器에 접속되는 增幅器의 入力입피이던스라고 가정하여,

$$Z_L = R_L - jX_L, X_L > 0 \dots\dots(3.2)$$

라고 놓으면, Z_2 는 다음과 같이 된다.

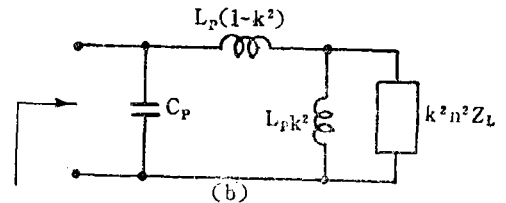
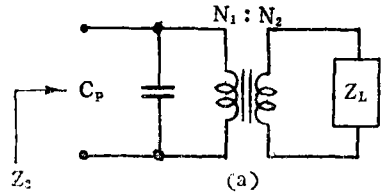


Fig. 3.3 Load impedance (a) and its equivalent circuit (b).

$$Z_2 = (X_L - l + jR_L) / \{aR_L - ja(X_L - d)\} \dots\dots(3.3)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} a &= (1 - \omega^2 L_p C_p) / (\omega L_p) \\ l &= \omega L_s (1 - k^2) \\ d &= \omega L_s \{1 - \omega^2 (1 - k^2) L_p C_p\} / (1 - \omega^2 L_p C_p) \end{aligned} \right\} (3.4)$$

이며, k 는 變壓器의 結合係數이다.

(1.15) 및 (3.3)을 (3.1)에 대입하여, 정돈하면 다음과 같이 된다.

$$Z_i = (A + jB) / \{ (au - w')R_L + \{ (aw' + w)X_L - adu' - wl \}^2 + \{ (aw' + w)R_L - (au - w')X_L - adu - w'l \}^2 \} \dots\dots(3.5)$$

$$A = (\alpha + \beta + \gamma)(R_L^2 + X_L^2) + \delta(d - l)R_L - \{2ad + 2\beta l + \gamma(l + d)\}X_L + \alpha d^2 + \beta l^2 + \gamma ld \dots\dots(3.6)$$

$$B = (\alpha' + \beta' + \gamma')(R_L^2 + X_L^2) + \delta'(d - l)R_L - \{2\alpha'd + 2\beta'l + \gamma'(l + d)\}X_L + \alpha'd^2 + \beta'l^2 + \gamma'ld \dots\dots(3.7)$$

여기서,

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= a^2(pu + p'u'), \quad \beta = q(w + w') \\ \gamma &= a(p'w + qu' - pw - q'u) \\ \delta &= a(pw + p'w' + qu + q'u') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= a^2(p'u - pu'), \quad \beta' = q'w - qw' \\ \gamma' &= a(qu + q'u' - pw - p'w') \\ \delta' &= a(p'w - pw' + q'u - qu') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.9)$$

그러므로 $A=0$ 및 $B=0$ 즉 Z_i 의 實數部 및 虛數部를 0이라고 놓은 式은 (R_L, X_L) 平面上에서 圓을 나타낸다. $\alpha + \beta + \gamma > 0$ 일 때는 Z_i 의 實數部는 $A=0$ 의 圓의 內部領域에서, 負로 되며 $\alpha + \beta + \gamma < 0$ 일 때는 圓의 外部領域에서 負로 된다. $\alpha' + \beta' + \gamma' > 0$ 일 때는, Z_i 의 虛數部는 $B=0$ 의 圓의 內部領域에서 負, 즉 容量性으로 되며, 外部領域에서 誘導性으로 된다. 그리고 $\alpha' + \beta' + \gamma' < 0$ 일 때는 이와 반대로 된다.

水晶發振器는 Z_i 의 抵抗分이 負인 동시에 리액턴스分이 容量性으로 되는 領域에서만, 發振이 가능하므로, $A=0$ 및 $B=0$ 을 (R_L, X_L) 平面上에 나타냄으로써, 發振이 가능한 領域을 구할 수 있다.

일반적으로 高周波用 接合트랜지스터에서는 $r_b'c$ 는 매우 크며, 또 周波數가 매우 높지 않을 경우에는, $c_b'c$ 의 리액턴스도 매우 크므로 Fig. 3.2에서 이들을 무시하면, Z_i 는 다음과 같이 된다.

$$Z_i = \frac{Z(Z_b'e + r_{bb}')}{Z_b'e + Z_1 + r_{bb}'} + \frac{Z_1(1 + g_m Z_b'e) + Z_b'e + r_{bb}'}{Z_b'e + Z_1 + r_{bb}'} Z_2 \dots(3.10)$$

이 式을 편의상

$$Z_i = \xi + j\xi' + (\eta + j\eta')Z_2 \dots\dots\dots(3.11)$$

와 같이 표시하고, 이것에 (3.3)를 대입하면 다음 관계를 얻는다.

$$Z_i = (A' + jB') / [a\{R^2 + (X_L - d)^2\}] \dots\dots(3.12)$$

단,

$$\begin{aligned} A' &= (a\xi - \eta')(R_L^2 + X_L^2) + \eta(d-l)R_L \\ &\quad + \{\eta'(d+l) - 2a\xi'd\}X_L \\ &\quad + ad^2\xi - \eta'dl \dots\dots\dots(3.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B' &= (a\xi' + \eta)(R_L^2 + X_L^2) + \eta'(d-l)R_L \\ &\quad + \{\eta'(l+d) - 2a\xi'd\}X_L \\ &\quad + ad^2\xi' - \eta'dl \dots\dots\dots(3.14) \end{aligned}$$

이 경우에도 $A'=0, B'=0$ 을 (R, X_L) 平面上에

나타내면 모두 圓이 되는데, 다만 이 때는 $a < 0$ 이라 가정하면, $a\xi - \eta' > 0$ 일 때는 Z_i 의 抵抗分은 $A'=0$ 의 圓의 外部領域에서 負로 되며, $a\xi - \eta' < 0$ 일 때는 圓의 內部領域에서 負로 된다. 그리고 $a < 0$ 이며, $a\xi' - \eta > 0$ 일 때는 $B'=0$ 의 圓의 外部領域에서만 Z_i 는 容量性으로 된다.

Fig. 3.4는 Pierce EB 水晶發振器의 一般적인 回路이며, Fig. 3.5는 그 Hybrid π 等價回路를 표시한다. 여기서 Pierce EB 水晶發振器라 함은 眞空管水晶發振器에서의 Pierce GK 發振器에 해당하는 트랜지스터水晶發振器를 말한다.⁴⁾

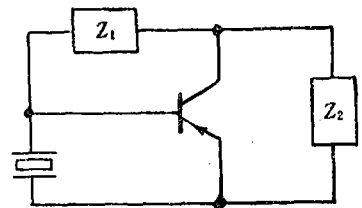


Fig. 3.4. Pierce EB crystal oscillator circuit

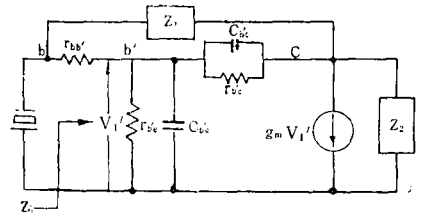


Fig. 3.5. Equivalent circuit of Pierce EB crystal Oscillator.

이 경우에도 水晶共振器에서 본 入力임피던스 Z_i 는 (3.1)과 같은 형식으로 표시된다.(附錄 II) 따라서, Z_i 의 實數部 및 虛數部를 0이라 놓은 式은 (R_L, X_L) 平面上에서 모두 圓을 나타낸다.

그리고 $Z_b'e = \infty$ 라 할 때의 入力임피던스는, 다음과 같이 된다.

$$Z_i = \frac{Z_b'e Z_1 + r_{bb}' Z_1 + (Z_b'e + r_{bb}') Z_2}{Z_1 + Z_b'e + r_{bb}' + (1 + g_m Z_b'e) Z_2} \dots(3.15)$$

이것에 (3.3)을 대입하여, 實數部와 虛數部로 분리 정돈하면, Pierce EB 水晶發振器의 경우보다, 다소 복잡하게 되지만, 그 實數部 및 虛數部를 0

이라 놓은 식은 역시 (R_L, X_L) 平面上에서 圓을 나타낸다.

IV. 負抵抗値의 變化에 대한 檢討

(3.12)에서, Z_i 의 實數部를 R_i 라고 하면, R_L 와 X_L 의 전부 또는 어느 한 쪽을 충분히 크게 하면, R_i 는 $(a\xi - \eta')/a$ 로 되어 一定한 値를 취하게 된다. 앞의 計算例에서는, 이 값은 負로 된다.

지금 $X_L = X'_L + d$ 라고 놓으면, R_i 는 다음과 같이 된다.

$$R_i = \frac{a\xi - \eta'}{a} + \frac{d-l}{a} \left(\frac{\eta R_L - \eta' X'_L}{R_L^2 + X'_L{}^2} \right) \dots (4.1)$$

그러므로, $\partial R_i / \partial R_L = 0$ 및 $\partial R_i / \partial X'_L = 0$ 를 만족하는 關係式은 각각 다음과 같이 된다.

$$\eta X'_L{}^2 + 2\eta' R_L X'_L - \eta R_L^2 = 0 \dots (4.2)$$

$$\eta' X'_L{}^2 - 2\eta R_L X'_L - \eta' R_L^2 = 0 \dots (4.3)$$

따라서, 이 둘은 각각 點 ($X'_L = 0, R_L = 0$)에서 交叉하는 다음과 같은 한 쌍의 直線이 된다.

$$X'_L = k_1 R_L, \quad X'_L = k_2 R_L \dots (4.4)$$

$$X'_L = k_3 R_L, \quad X'_L = k_4 R_L \dots (4.5)$$

여기서

$$k_1 = (-\eta' + \sqrt{\eta'^2 + \eta^2}) / \eta,$$

$$k_2 = (-\eta' - \sqrt{\eta'^2 + \eta^2}) / \eta \dots (4.6)$$

$$k_3 = (\eta - \sqrt{\eta^2 + \eta'^2}) / \eta',$$

$$k_4 = (\eta + \sqrt{\eta^2 + \eta'^2}) / \eta' \dots (4.7)$$

앞으로 이들 直線을 그 傾斜에 따라, 각각 直

線 k_1, k_2, k_3, k_4 라 부르기로 한다.

$R_i = 0$ 의 關係를 (R_L, X_L) 平面上에 나타내면 Fig. 4.1의 圓 C가 된다. $(a\xi - \eta')/a < 0$ 일 때는 圓內領域에서 $R_i > 0$ 이며, 圓外領域에서 $R_i < 0$ 으로 된다. 그리고 圓 C는 반드시 點 ($R_L = 0, X'_L = 0$)를 통과한다.(附錄 III). 또 圓의 中心 C에서 X_L 軸 및 R_L 軸에 平行하게 二直線과 圓周와의 交點을 각각 a, a' 및 b, b' 라 하면, 直線 k_1, k_2 는 각각 a', a 를 지나며, 直線은 k_3, k_4 는 각각 b', b 를 지난다.(附錄 III).

X_L 을 일정하게 하고 R_L 을 변화시키면, 直線 k_1, k_2 위에서 R_i 는 極大 또는 極小로 되며, R_L 을 일정하게 하고 X_L 을 변화시킬때는, 直線 k_3, k_4 위에서 R_i 는 極大 또는 極小로 된다.

直線 k_1 또는 k_2 위에서 R_i 의 R_L 에 관한 二次微分係數를 구하면, 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 R_i}{\partial R_L^2} = \frac{d-l}{a} \cdot \frac{2(\eta' X'_L - \eta R_L)}{(R_L^2 + X'_L{}^2)^2} \dots (4.8)$$

따라서 이 二次微分係數의 符號는, $(d-l)/a$ 의 正負와, $\eta' X'_L - \eta R_L = 0$ 이 나타내는 直線과 k_1, k_2 直線의 相對的인 위치에 따라 定해진다. 그리고 이 二次微分係數의 符號에 따라, 直線 k_1 및 k_2 위에서 R_i 는 極大 또는 極小로 된다.

그리고 直線 k_3, k_4 위에서 R_i 의 X'_L 에 관한 二次微分係數를 구해 보면 (4.8)과 꼭 같은 것이 된다. 그러므로 이들 直線上에서의 極大, 極小문제도 동일한 방법에 의하여 판단할 수가 있다.

일방 (4.1)에 (4.4) 혹은 (4.5)의 關係를 대입하면, (4.1)의 第2項은 각각, R_L 및 X'_L 에 反比例 함을 알 수 있다. 따라서 이 第2項은, 그 値가 正이 되든, 혹은 負가 되든, 그 絶對値는 R_L 혹은 X_L 이 증가함에 따라 감소하여, R_i 는 결국 $(a\xi - \eta')/a$ 에 접근한다. 만약 (4.1)의 第1項이 負이고 第2項이 正일 때는, 第2項의 絶對値가 第1項의 絶對値보다 큰 領域에서, 發振이 일어나지 못한다.

다음에 歸還發振器의 경우에 대하여 고찰하기로 한다. 이 경우에는 (2.4)를 미분하여 $\partial R_o / \partial R_F = 0, \partial R_o / \partial X_F = 0$ 이라 놓은 식을 정돈하면, 각각 다음과 같이 된다.

$$\{2g_0(x_1 g_0 - r_1 b_0) - q(g_0^2 + b_0^2)\} R_F^2 - X_F^2 - 2\{2g_0(r_1 g_0 - r_1 b_0) - q(g_0^2 + b_0^2)\} R_F X_F$$

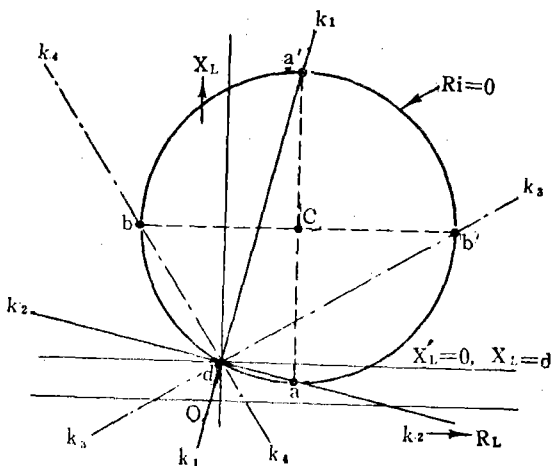


Fig. 4.1 Locus of max. and min. input resistance in crystal oscillator.

$$\begin{aligned}
 &+2\{g_0(r_1^2+x_1^2)-s(g_0^2+b_0^2)\}R_F \\
 &-2\{p(x_1g_0-r_1b_0)-q(g_0r_1+b_0x_1)\}X_F \\
 &+\{p(r_1^2+x_1^2)-2s(g_0r_1+b_0x_1)\}=0 \dots\dots(4.9) \\
 &\{2g_0(x_1g_0-r_1b_0)-q(g_0^2+b_0^2)\}(X_F^2-R_F^2) \\
 &-2\{2g_0(r_1g_0+x_1b_0)-p(g_0^2+b_0^2)\}R_FX_F \\
 &-2\{g_0(r_1^2+x_1^2)-s(g_0^2+b_0^2)\}X_F \\
 &+2\{q(r_1g_0+b_0)-(g_0x_1b_0r_1)\}R_F \\
 &+\{q(r_1^2+x_1^2)-2s(g_0x_1-b_0r_1)\}=0 \dots\dots(4.10)
 \end{aligned}$$

따라서 (R_F, X_F) 平面上에 (4.9), (4.10)의 관계를 나타내면, 이들은 모두 雙曲線이 됨을 알 수가 있다.

X_F 를 일정하게 하고 R_F 를 변화 시킬 때는, (4.9)의 雙曲線上에서, R_0 은 極小 또는 極大가 되며, R_F 를 일정하게 하고 X_F 를 변화시킬 때는 (4.10)의 雙曲線上에서, R_0 은 極小 또는 極大가 된다. 지금 Fig. 4.2의 圓周上에서 $R_0=0$ 이라 하고, 直徑 aa' 및 直徑 bb' 가 각각 X_F 軸 및 R_F 軸에 平行하다고 하면 (4.9) 및 (4.10)를 나타내는 雙曲線은 각각 點 a, a' 및 b, b' 를 통과한다. (附錄 III).

그리고 두 雙曲線의 交點 Q 에서는 (4.9)와 (4.10)이 다같이 성립한다.

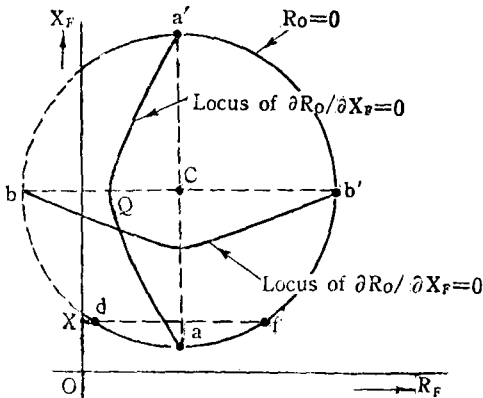


Fig. 4.2 Locus of max. and min. output negative resistance in feedback oscillator.

다음에 (2.7)로부터 $\partial G_0/\partial R_F=0$, $\partial G_0/\partial X_F=0$ 의 관계를 구하면 다음 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned}
 &(2g_0r_1-t)(R_F^2-X_F^2)-2(g_0x_1-s)R_FX_F \\
 &+2(g_0r_1^2-m)R_F-2(tx_1r-sr_1)X_F \\
 &+t(r_1^2+x_1^2)-2r_1m=0 \dots\dots\dots 4.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(s-2g_0x_1)(R_F^2-X_F^2)-2(g_0r_1-t)R_FX_F \\
 &+2(sr_1-tx_1)R_F-(g_0r_1^2-m)X_F \\
 &+q(r_1^2+x_1^2)-mx_1=0 \dots\dots\dots(4.12)
 \end{aligned}$$

이 경우에도 R_F 를 일정하게 하고 X_F 를 변화시킬 때, 혹은 반대로 X_F 를 일정하게 하고 R_F 를 변화시킬 때의 G_0 의 極大值 또는 極小值를 나타내는 軌跡은, 모두 雙曲線이 된다.

V. 測定結果 및 檢討

Fig. 5.1과 같은 Pierce CB 水晶發振器를 만들어, 負荷抵抗 R_L 을 일정하게 하고, 負荷 커패시턴스 C_L 을 증가시키면서, (따라서 負荷리액턴스 X_L 은 감소함), 發振이 일어나는 구간을 찾아 보았다. 그리고 R_L 의 여러 值에 대하여, 이것을 되풀이 했다.

트랜지스터의 코렉터電流는 1mA가 되게끔, 바이어스를 설정하였으며, 負荷임피던스로서는 無誘導 Decade 抵抗과 可變蓄電器(G. R. 722D, 1~1150 pF, $\pm 0.1\%$)를 直列接續한 것을 사용했다. 出力變壓器로서는 壓粉心이 들어 있는 結合도가 매우 높은 것을 썼다.

變壓器定數는 $L_p=440\mu H$, $L_s=16\mu H$, $k=0.95$

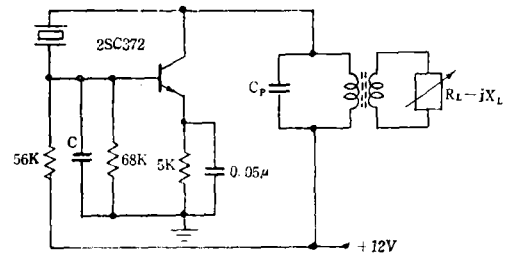


Fig. 5.1 Pierce CB crystal oscillator for measurement. 2SC 372: $r_{bb'}=50\Omega$, $r_{e'e}=3.7k\Omega$, $C_{b'e}=30PF$, $g_m=38m\Omega$, $f_T=200MHz$. Transformer: $L_p=440\mu H$, $L_s=16\mu H$, $k=0.95$

이다. 發振은 오셀로스코우프에 의하여 관찰했다 또 水晶共振子로서는 固有振動數 4.735MHz, 6.1MHz, 6.6MHz 및 7.475MHz의 4種을 택했다.

Fig. 5.2는 이와 같은 測定에 의하여 얻은 發

振領域을 (R_L, X_L) 平面上에 圖示한 것이다. 發振領域은 예상한 바와 같이, 모두 圓形으로 나타났다.

일방 트랜지스터定數와 變壓器定數를 (3.4) 및 (3.10)에 대입하여 $A'=0$ 및 $B'=0$ 이, (R_L, X_L) 平面上에 나타내는 圓을 구하는데 필요한 數值를 계산하였으며, Fig. 5.2 에는 計算에 의하여 구해

진 圓도 그려 넣었다.

測定에서 얻은 圖形과 計算에서 얻은 圖形 사이에 나타난 差異는 트랜지스터定數의 公差(Tolerance), 測定計器의 誤差 및 出力變壓器가 理想的이 못 되는 것 등에, 기인하는 것으로 생각된다.

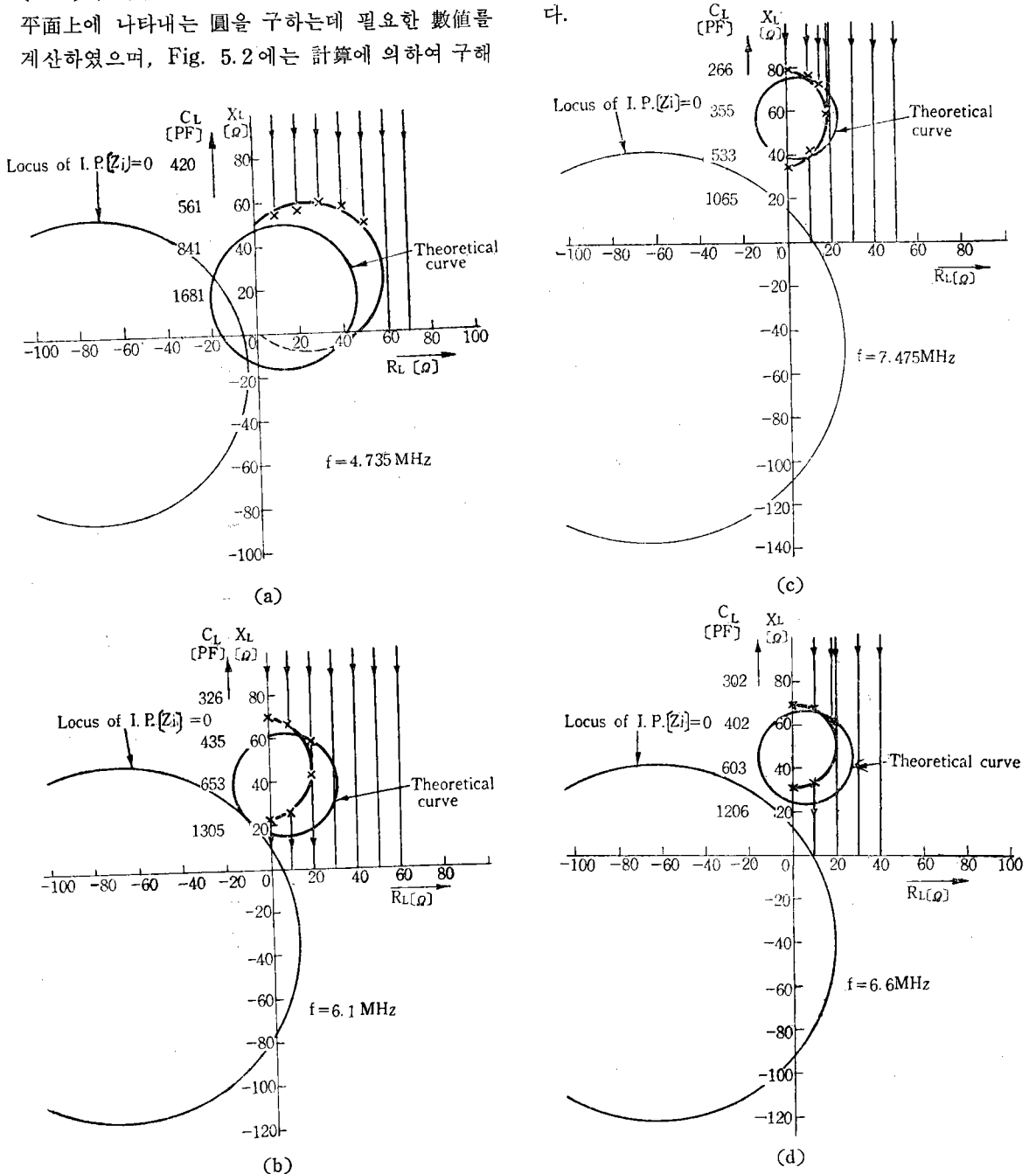


Fig. 5.2 Oscillation region of Pierce CB crystal oscillator in terms of load impedance.

Fig. 5.2에서, 계산에 의하여 그려진 $A'=0$ 을 나타내는 圓과 X_L 軸과의 두 交點 중 原點에 가까운 것의 X_L 座標는 表 5.1의 d 임을 알 수가 있다. 또 η/η' 의 値와 (4.6) 및 (4.7)에 의하여

<表 5.1>

Freq. [MHz]	4.735	6.1	6.6	7.475
k_1	5.28	6.75	6.81	7.83
k_2	-0.19	-0.15	-0.14	-0.11
k_3	0.68	0.75	0.75	0.78
k_4	-1.48	-1.35	-1.35	-1.25
η/η'	-0.40	-0.30	-0.30	-0.26

계산된 k_1, k_2, k_3, k_4 의 値는 表 5.1와 같이 된다.

이것에 의하여 直線 k_1, k_2, k_3 , 및 k_4 를 Fig. 5.2에 거 보면, 이들은 각각 Fig. 4.1의 點 a', a 및 b', b 에 대응하는 點을 통과하는 사실을 알 수가 있다.

Fig. 5.3과 같은 Pierce EB 發振器에 대하여, Pierce CB 發振器의 경우와 같은 實驗을 하여 얻은 發振領域을 (R_L, X_L) 平面上에 圖示하면, Fig. 5.4와 같이 된다. 이 경우에는, 리액턴스 X_L 을 일정하게 하고, 抵抗 R_L 을 변화시키면서 發振領域을 구했다. X_L 이 큰 부분에서, 發振의 始發點이 圓周上에 놓여지지 않는 것은, 發振領域을 제약하는 또 하나의 圓, 즉 Z_i 의 虛數部를 0으로 하는 圓의 일부가, 이 곳에 중첩된 것 아닌가 생각된다

Fig. 5.5와 같은 트랜지스터 歸還發振器에 대하여, R_F 를 일정하게 하고, C_F 를 변화시켜서, 發

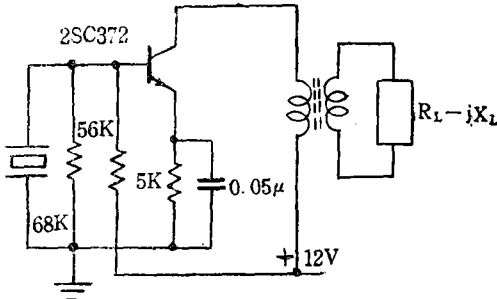
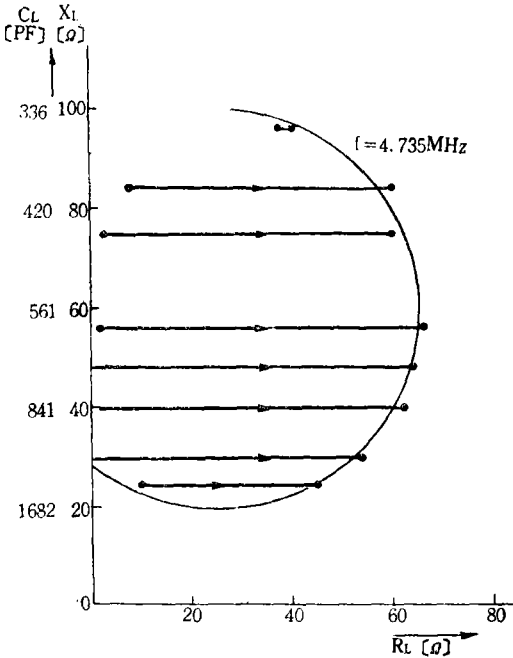
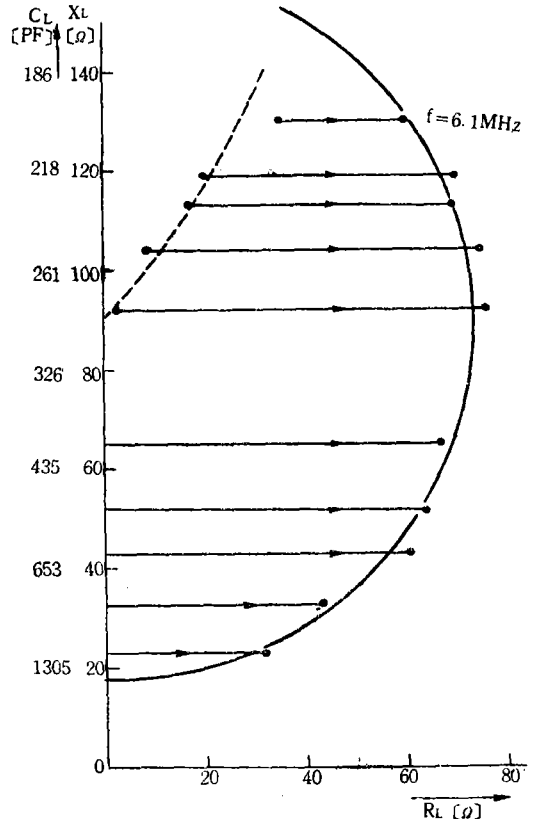


Fig. 5.3 Pierce CE crystal oscillator circuit for measurement.



(a)



(b)

Fig. 5.4 Oscillation region of Pierce EB crystal oscillator in terms of load impedance.

振領域을 구하여 이것을 (R_F, X_F) 平面上에 圖示하면, Fig. 5.6과 같이 된다. 이 경우에는 負荷抵抗을 開放狀態로 하여 測定한 것이기 때문에 發振領域은 出力抵抗이 負로 되는 領域과 일치한다고 볼 수가 있다.

R_F 나 C_F 의 변화에 의한 發振周波數의 변동은 共振回路의 C_p 로 조정했다.

Fig. 5.6에서는 橫座標와 縱座標의 눈금치수를 다르게 취했기 때문에, 發振領域이 橢圓形으로 되었지만, 눈금치수를 동일하게 취하면, 圖形은 圓이 된다.

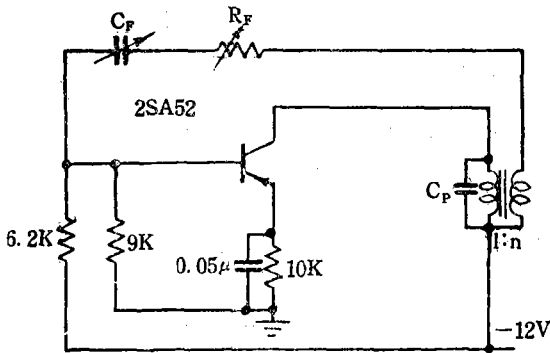


Fig. 5.5 Feedback Oscillator circuit for measurement. 2SA52: $r_{bb'}=40\Omega$, $g_{b'e}=800\mu\mathcal{S}$ $C_{b'e}=190pF$, $C_{b'c}=1.9pF$ $g_m=38.5m\mathcal{S}$, $f_{ab}=40MHz$

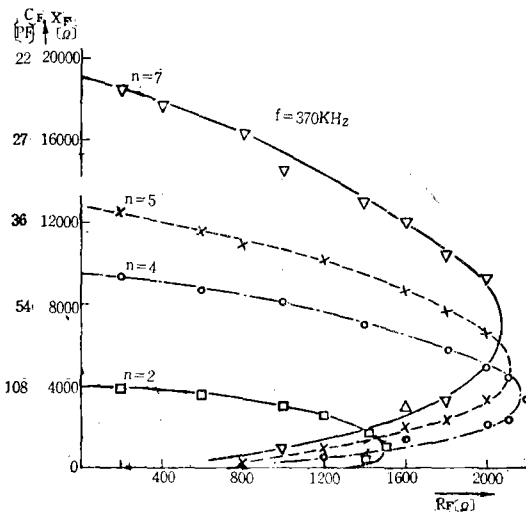


Fig. 5.6 Oscillation region of feedback Oscillator in terms of feedback impedance.

VI. 結 論

트랜지스터歸還發振器의 負荷端子에서 본 出力 임피던스의 抵抗分 R_o 이 負로 되는 領域, 즉 發振領域을 歸還素子임피던스의 複素平面上에 나타내면, 圓이 된다. 그리고, 出力어드미턴스의 콘덕턴스分 G_o 이 負로 되는 領域도, R_o 이 負로 되는 領域과 일치한다.

歸還素子임피던스의 抵抗分 R_F 를 일정하게 하고, 리액턴스分 X_F 를 변화시키거나, 혹은 이와 반대로, X_F 를 일정하게 하고, R_F 를 변화시킬 때, R_o 이나 G_o 이 極小로 되는 點의 軌跡은, 모두 雙曲線이 된다.

트랜지스터水晶發振器에서는, 水晶共振子에서 본 入力임피던스의 抵抗分을 R_i , 리액턴스分을 X_i 라 할 때, $R_i=0$ 및 $X_i=0$ 의 관계는, 負荷 임피던스의 複素平面上에서 모두 圓으로 나타나며, 이 두 개의 圓에 의하여, 發振領域이 정해진다.

그리고, 負荷임피던스의 抵抗分 R_L 을 일정하게 하고, 리액턴스分 X_L 을 변화시키거나, 혹은 이와 반대로 X_L 을 일정하게 하고, R_L 을 변화시킬 때, R_i 가 極大 또는 極小로 되는 點의 軌跡은 모두 한 쌍의 直線이 된다.

끝으로 本研究을 위하여 많은 支援을 하여주신 서울大學校 工科大學 電子工學科 教授諸位께 感謝를 드린다. 그리고 특히 本研究의 指導를 맡아서, 많은 助言을 하여 주신 李殷漢教授에게 深甚한 感謝를 드린다. 또 實驗과 計算을 하는데 전적으로 助力해 준 崔光裕君 및 大學院生諸君에게 謝意를 表한다.

附 錄

〔I〕

Fig. 3.2에 의하여 (3.1)의 Z_i 의 分子, 分母를 계산하면 다음과 같다.

$$(3.1)의 分子 = Z_1 \{ r_{bb'}(Z_{b'e} + Z_{b'c}) + Z_{b'c}Z_{b'e} \} + r_{bb'}(Z_1 + Z_{b'c} + Z_{b'c} + g_m Z_1 Z_{b'e}) + Z_{b'c} \{ (Z_1 + Z_{b'e} + g_m Z_1 Z_{b'e}) Z_2 \}$$

$$(3.1)의 分母 = (r_{bb'} + Z_1)(Z_{b'e} + Z_{b'c}) + Z_{b'c}Z_{b'e} + \{ (r_{bb'} + Z_1)(1 - g_m Z_{b'e}) + Z_{b'c} \} Z_2$$

단 $Z_{b'e} = r_{b'e} / c_{b'e}$, $Z_{b'e} = r_{b'e} / c_{b'e}$.

[II]

Fig. 3.5에 의하여 水晶共振子에서 본 入力 임피던스 z_i 를 계산하면 다음과 같이 된다.

$$Z_i \text{의 分子} = (Z_{b'e} + r_{bb'})Z_1 Z_{b'e} + Z_1 r_{bb'} Z_{b'e} \\ + \{Z_{b'e} r_{bb'} + (Z_{b'e} + r_{bb'})Z_1 \\ + (Z_{b'e} + r_{bb'})Z_{b'e} + g_m Z_1 Z_{b'e} r_{bb'}\} Z_2$$

$$Z_i \text{의 分母} = (r_{bb'} + Z_1)(Z_{b'e} + Z_{b'e}) + Z_{b'e} Z_{b'e} \\ + (1 + g_m Z_{b'e})(Z_{b'e} + r_{bb'} + Z_1)Z_2$$

[III]

(3.13)에서 $R_L = 0$, $X_L = d$ 라 놓으면 $A' = 0$ 으로 된다. 따라서 $A' = 0$ 의 圓은 點 ($R_L = 0$, $X_L = d$) 즉 ($R_L = 0$, $X_L' = 0$)를 통과한다.

다음에 (4.1)을

$$R_i = \frac{E\{(R_L^2 + X_L'^2) + CR_L + DX_L'\}}{a(R_L^2 + X_L'^2)}$$

와 같이 표시하면 다음 관계를 얻는다.

$$\frac{\partial R_i}{\partial R_L} = \frac{E\{(2R_L + C)(R_L^2 + X_L'^2) - \{(R_L^2 + X_L'^2) + CR_L + DX_L'\}2R_L\}}{a(R_L^2 + X_L'^2)^2}$$

그런데 $R_i = 0$ 의 圓周上에서는 위 式의 分子의 第2項은 0이 되므로, 圓周와 直線 $\partial R_i / \partial R_L = 0$ 와 의 交點의 R_L 座標은 $-C/2$ 로 된다.

따라서 이 點은 圓 $A' = 0$ 의 中心에서 X_L' 軸에 平行하게 引 直線上에 있게 된다. 그리고, 이 관계는 $\partial R_i / \partial R = 0$ 가 直線 이외의 曲線, 가령 雙曲線을 표시할 경우에도 성립한다. 그러므로 Fig. 4.2의 경우 두 雙曲線이 각각 點 a, a' 및 b, b' 를 통과하는 사실도 위와 같은 방법으로 증명할 수

있다. 또 $\partial R_i / \partial X_L' = 0$ 의 경우도 동일한 방법으로 논할 수 있다.

REFERENCES

- 1) D. F. Page; "A Design Basis for Junction Transistor Oscillator Circuits". Proc. IRE, P. 1271-1279. June 1958.
- 2) J. F. Gibbons; "An Analysis of the Modes of Operation of a Simple Transistor Oscillator." Proc. IRE, P. 1385-1389. Sept. 1961.
- 3) K. Kurokawa; "Some Basic Characteristics of Broadband Negative Resistance Oscillator Circuits". B. S. T. J., P. 1949, July 1969.
- 4) 李鍾珪; "Transistor 水晶發振器에 관한 研究". 서울工大, 研究報告 P. 367 Vol. 2, No. 2, 1966.
- 5) R. L. Pritchard, etc.; "Transistor Internal Parameters for Small-Signal Representation" Proc. IRE, P. 725-738, Apr., 1961.
- (6) N. D. Kenyon; "A Lumped Circuit Study of Basic Oscillator Behavior". B. S. T. J., P. 255-272, Feb. 1970.
- (7) T. Saito etc.; "Fundamental Considerations for Transistor Oscillator Design". Jour. Inst. Elect. Comm. Engrs, Japan, P. 1457, Aug. 1966.
- (8) P. J. Baxanfall; "Transistor Crystal Oscillators and the Design of a 1-MC/S Oscillator Circuit Capable of Good Frequency Stability". The Radio and Electronic Engineer, P. 229. April. 1965.
- (9) H. J. Reich; "Functional Circuits and Oscillators". D. Van Nostrand Inc, P. 318-324.
- (10) H. A. Watson; "Microwave Semiconductor Device and Their Applications". McG. Hill, P. 474.