

릴레이 制御機構 周期解法에 관한 研究

(A Study of Periodic Solutions of
Typical Relay Servo System)

崔 桂 根*

(Choi, Keh Kun)

要 約

本論文은 릴레이 制御機構의 安定度解析과 綜合性能判別의 基礎가 되는 리미트사이클振動的의 周期解를 正確하고도 迅速하게 얻을 수 있는 方法을 開發한 것으로서 特히 $A'(\omega)$ 軌跡法은 同種의 릴레이에 대해서는 特性定數의 變化에 대해서 直刻對應시킬 수 있고, 周期解를 正確하게, 그리고 迅速하게 直讀할 수 있는 長點을 지닌다. 이제까지 다루워 왔던 describing 函數解析法과도 比較하여 그의 不正確성과 不便性 同種릴레이 特性定數變化에 대한 非適應性도 檢討하여 $A'(\omega)$ 軌跡法의 優越을 明示하였다.

Abstract

A relay servo, one of the nonlinear systems, is inherently compact compared to a linear system for an equivalent control problem. The power element or actuator is not adjusted proportionally in accordance with an error signal, but rather is switched abruptly between several discrete conditions. Usually switched conditions are off, full, forward or full reverse. The relay system is a particularly simple and compact one, but probably more effort has been expended on its analysis and design than on all other systems together.

Early studies in the art were made by Goldfarb, Tustin, Oppelt and Kochenburger on the describing function method, which can be used as an approximate check on the stability of the system. The describing function method is based on the assumption that any periodic wave could be approximated as a fundamental one in wide ranges of practical applications. A relay servo system usually operates on a limit cycle condition as the loop gain increases. The stability analysis compensation or any improvement effort based on the describing function method sometimes may present considerable discrepancies on physically realized practical systems. An approach to exact periodic solutions of a relay servo system is much important for the analysis, design and system improvement. This paper deals with periodic solutions of a relay servo system on the basis of describing function and generalized chopper wave form which is composed of infinite number of harmonic series. Various ways of graphical representation were attempted to get periodic solutions, some of which have shown its validity in rapid approach to exact solutions and also in judgement of system behavior.

1. 序 論

릴레이 制御機構는 驅動電源이 (1) 斷絶 (2) 順

方全負荷 (3) 逆方全負荷 등 3가지 條件이 反復되
기 때문에 階段性過渡現象이 出力側에 나타나는
傾向이 있으나, 低域여파기 등의 도움을 받아 改
善을 圖謀함으로써 線型機構보다 優秀하게 綜合

*서울대학교 工科大学 電子工學科

機能을 遂行시킬 수 있는 反面 簡單하고도 經濟的인 長點을 지니고 있다. 線型機構과 마찬가지로 시스템利得을 크게 設定함으로써 시스템應答時間을 改善할 수 있는 것이다.

線型시스템에서는 Nyquist¹⁾, Bode²⁾, Routh³⁾, Mitrovic⁴⁾ 등 여러사람이 獨自의인 理論으로 시스템安定度解方法을 創案하였다. 릴레이制御機構에서도 安定과 不安定의 概念은 線型과 마찬가지로 入力信號가 없을때 出力信號의 振動幅이 漸增하는 경우 不安定이라 하며, 反對로 漸減하는 경우 安定이라 부르고 있다. 그러나 어느 경우이든 最終 狀態가 리미트사이클振動에 들어가면 시스템은 準安定으로 取扱한다.

다만 準安定 狀態가 出力測誤差의 幅을 큰 범위에서 變化시키면 그 시스템의 實用性에서 問題될 따름이다.

릴레이制御機構는 McColl⁵⁾氏가 처음으로 具現하였고 Goldfarb, Tustin⁶⁾, Oppelt⁷⁾, Kochenburger⁸⁾ 등 諸氏가 describing 函數에 의한 解析을 發展시켰고 Frederick 와 Franklin⁹⁾은 이 機構를 하나의 線型機構理論化하는데 努力하였으며 安定度向上을 위한 努力은 最近까지도 Mayeda¹⁰⁾ 등 여러사람이 繼續 研究하고 있다. 安定度向上에 隨伴하여 補償回路改善도 機構性能向上에 重要한 것으로서 Embler¹¹⁾의 努力도 잊볼수 없다.

元來 릴레이는 히스테리시스¹²⁾가 存在하는 것으로서, 대표적인 것은 데드존과 히스테리시스가 있는 릴레이가 되므로 本研究에서 이 種類의 것을 다루었다.

現在 릴레이制御機構의 安定度解析이나 리미트사이클解析에는 describing 函數 概念을 基礎로하

여 理論的解答을 얻고 있으나 describing 函數方法은 實際와는 距離가 相當히 먼 解析結果가 나오는 경우가 많다.

이 方式은 安定度를 概略的으로 체크하는 정도에 지나지 않으며, 리미트사이클 周期解를 求하기에는 너무나 大膽한 冒險이 介在되어 있는 것이다.

本 論文은 리미트사이클 周期解를 正確히 그리고 簡便하게 求할 수 있는 方法을 闡明하는데 努力하였고 可能한 限度에서 그의 理論的根據도 闡明하였다. 迅速하고 正確한 周期解를 얻을 수 있는 圖表作成方式과 그의 妥當性을 理論面에서 取扱하였고 終前의 describing 函數方式에 의한 周期解와도 比較檢討하였다. 그리하여 릴레이制御機構의 安定度向上, 補償回路設計, 리미트사이클條件改善에 도움이 되도록 하였다.

2. 機構解析

誤差信號의 크기와 符號에 의거하여 制御하는 線型機構에 比하여 릴레이 서어보機構는 誤差信號의 符號와 어떤 레벨以上の 값으로 制御함과 同時에 負荷驅動電力源은 獨立되어 있으므로 機構가 簡單하나 全시스템 傳達函數를 라플라스函數로 表示할수 없다.

따라서 解析과 物理的 具現技術의 根據가 線型機構와는 다르다. 그림 1에 本研究에 使用할 릴레이 서어보機構의 블록도를 表示하며, 負荷驅動用 二相모터와 릴레이, 싱크로·콘트롤·트랜스포머 등으로 構成된다. 싱크로·콘트롤·트랜스포머 誤差電壓은 位相感應 復調를 시킨다음 增幅器를 거쳐 릴레이를 動作시킨다. 二相모터의 콘

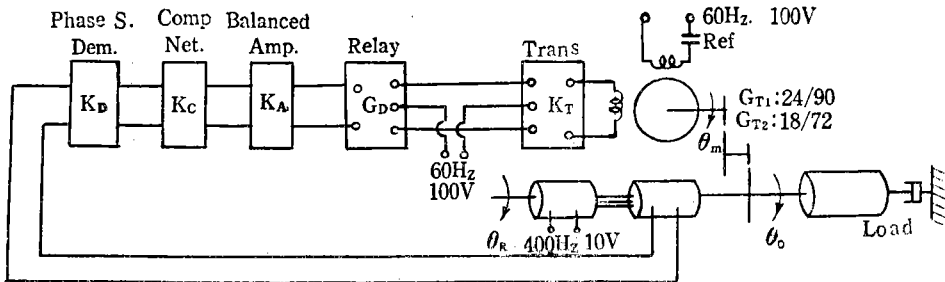


Fig. Block diagram of a relay servo-system.

트루펠드에의 入力電壓을 리퍼런스 電壓位相보다 約 80度 리이드 또는 래그시키는 作業을 릴레이와 센터탭付 트랜스포머로 시킨다.

릴레이 서보어機構의 安定度 檢討와 리미트 사이클 周期解析은 主로 describing 函數를 가지고 해왔으나 이 函數는 릴레이 入力電壓이 單一正弦波임을 前提로 하여 解析하였기 때문에 實際의 릴레이 入力電壓이 非正弦 周期波임을 勘案하면 安定度나 리미트사이클 周期解析에 程度의 差異는 있을지라도 相當한 誤差가 介入될 可能性을 內包하고 있다. 릴레이 入力電壓 $e(t)$ 가 非正弦 周期波임을 前提로한 릴레이 出力電壓 $m(t)$ 關係를 그림 2에 스케취하였고, 릴레이에 pull-in 電壓이 걸리는 時刻를 時間軸의 起點으로, 릴레이의 drop-out 時刻를 t_1 , 逆方の pull-in 및 drop-out 時刻를 각각 t_2, t_3 로 잡는다. 矩形波出力 $m(t)$ 는 $2t_2$ 를 周期로 하는 周期函數를 이루며, 그의 振幅은 M 이다. 그리고 ρ 는 릴레이 入力波 周期에 대한 릴레이 閉接點 時間比率로서 그림을 參考하면

$$\rho = t_1/t_2 \text{의 關係에 있다.}$$

특히 理想릴레이의 경우에는 $\rho=1$ 이 되며, 릴레이 入力電壓의 피이크值가 릴레이 pull-in 電壓에 未達할 때에는 $\rho=0$ 이 된다.

그림 2의 릴레이 出力電壓 $m(t)$ 를 Fourier 級數로 展開하면

$$m(t) = \frac{4M}{\pi} \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\rho\frac{\pi}{2}) \cdot \sin[n\omega t - (n\rho-1)\frac{\pi}{2}] \dots\dots\dots(1)$$

를 얻는다. 이 式은 ρ 가 1보다 작은 正의 數字를 가지는 限, 入力電壓波形的 形態에 制限을 받지 않으며, 入力電壓波形的 特殊性과 릴레이 pull-in 및 drop-out 電壓, 周期等的 諸關係가 綜合的으로 包含되어 있는 것이다. 특히 $n=1$ 인 基本波만 考慮할 때에는

$$m(t) = \frac{4M}{\pi} \sin\frac{\rho\pi}{2} \cdot \sin[\omega t + \frac{\pi}{2}(1-\rho)] \dots\dots\dots(2)$$

를 얻으며, 入力電壓이

$$e(t) = X \sin(\omega t + \Phi_1) \dots\dots\dots(3)$$

의 경우 式(2)의 $m(t)$ 를 얻었다고 前提하면 des-

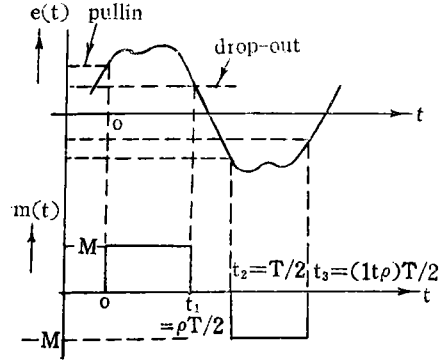


Fig. 2. Response of a relay with deadband and hysteresis to a nonsinusoidal Periodic input wave.

cribing 函數 $G_D(j\omega)$ 는 $e(t)$ 의 벡터 $\frac{X}{\sqrt{2}} \angle \Phi_1$ 을 基準으로 한 $m(t)$ 의 벡터 $\frac{4M}{\sqrt{2}\pi} \sin\frac{\rho\pi}{2} \angle \frac{\pi}{2}(1-\rho)$ 와의 關係로서 求할 수 있다.

即

$$G_D(j\omega) = \frac{4M}{\pi X} \sin\frac{\rho\pi}{2} \angle \frac{\pi}{2} - \rho\frac{\pi}{2} - \Phi_1 \dots\dots\dots(4)$$

릴레이 pull-in 電壓을 P , drop-out 電壓을 D 라 하면

$$\Phi_1 = \sin^{-1} \frac{P}{X} \dots\dots\dots(5)$$

$$\rho = \frac{\pi - \sin^{-1} \frac{P}{X} - \sin^{-1} \frac{D}{X}}{\pi} \dots\dots\dots(6)$$

또는 $\rho = \frac{\cos^{-1} \frac{P}{X} + \cos^{-1} \frac{D}{X}}{\pi}$

의 關係가 成立하므로 (5), (6) 兩式을 利用하여 (4)式을 整理하면

$$G_D(j\omega) = \frac{4M}{\pi X} \sin\frac{\rho\pi}{2} \angle -\frac{1}{2} (\sin^{-1} \frac{P}{X} - \sin^{-1} \frac{D}{X}) \dots\dots\dots(7)$$

를 얻는다. 이 式은 基本正弦波入力에 대한 基本正弦波成分 出力電壓과의 關係를 맺는 Describing 函數로서 從前의 表現方式에 比하면 매우 簡素化된 利點을 지니고 있을 뿐만 아니라, Dead Zone 과 Hysteresis가 있는 모든 릴레이와 理想릴레이에도 손쉽게 活用할 수 있음을 보여 준다.

$\theta_R(t)=0$ 即 入力信號가 零인 때에도 出力 $\theta_0(t)$ 가 리미트 사이클振動을 繼續하고 있는 경우

式(1)의 릴레이 出力電壓이 二相모터의 콘트롤필드에 印加되고 誤差檢出器의 誤差信號가 릴레이 入力側에 되돌아 올때 까지의 부울을 考察한다.

그림1의 시스템블록圖에서 負荷를 包含한 모터側 傳達函數 = $\frac{\theta_o(s)}{E_1(s)} = K_m G(s)$ (8)

싱크로·콘트롤·트랜스포머 誤差出力 = $K_s[\theta_R(s) - \theta_o(s)]$(9)

릴레이 入力電壓 = $K_s K_D K_C K_A [\theta_R(s) - \theta_o(s)]$ (10)

로 놓아 命令信號 $\theta_R(t) = 0$ 일때 리미트사이클振動을 하는 경우, 式(1)과 式(8)로 부터 負荷出力 $\theta_o(t)$ 는

$$\theta_o(t) = \frac{4M}{\pi} K_m \left\{ W(\omega) \sin\left(\rho \frac{\pi}{2}\right) \sin\left[\omega t - \rho \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \Phi(\omega)\right] + \frac{1}{3} W(3\omega) \sin\left(3\rho \frac{\pi}{2}\right) \sin\left[3\omega t - 3\rho \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \Phi(3\omega)\right] + \dots + \frac{1}{n} W(n\omega) \sin\left(n\rho \frac{\pi}{2}\right) \sin\left[n\omega t - n\rho \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \Phi(n\omega)\right] + \dots \right\}$$

即 $\theta_o(t) = \frac{4M}{\pi} K_m \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} \frac{1}{n} W(n\omega) \sin\left(n\rho \frac{\pi}{2}\right) \sin\left[n\omega t - n\rho \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \Phi(n\omega)\right]$(11)

로 된다. 여기서

$G(j\omega) = W(\omega) / \phi(\omega)$

또는 $K_m G(jn\omega) = K_m W(n\omega) / \phi(n\omega)$(12)이다.

릴레이 入力電壓 $e(t)$ 는, K_s, K_D, K_C, K_A 등이 周波數의 函數가 아니거나 그 影響이 無視되는 경우, 式(1)과 式(10)으로 부터

$$e(t) = -K_s K_D K_C K_A K_m \frac{4M}{\pi} \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} \frac{1}{n} W(n\omega) \cdot \sin\left(n\rho \frac{\pi}{2}\right) \sin\left[n\omega t - n\rho \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \Phi(n\omega)\right]$$
.....(13)

로 된다. K_C 가 周波數의 影響을 받는 경우 即 補

償回路가 挿入되는 경우에는 $K_C(s)$ 를 $K_m G(s)$ 와 묶어서 式(12)의 $W(\omega)$ 와 $\phi(\omega)$ 가 다음의 式을 表示하도록 修正되어야 한다.

즉 $K_C(j\omega) K_m G(j\omega) = K_C K_m W(\omega) / \phi(\omega)$ (14)
또는 $K_C(jn\omega) K_m G(jn\omega) = K_C K_m W(n\omega) / \phi(n\omega)$(14)'

式 (11)과 (13)는 物理的性質이 本質的으로 같음을 알 수 있다. 式(13)은

$K_s K_D K_C K_A K_m \frac{4}{\pi} = K$(15)

로 놓아 다음과 같이 簡素化한다.

$$e(t) = -KM \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} \frac{1}{n} W(n\omega) \sin\left(n\rho \frac{\pi}{2}\right) \sin\left[n\omega t - (n\rho - 1)\frac{\pi}{2} + \Phi(n\omega)\right]$$
.....(13)'

이 式은 리미트사이클振動時의 릴레이 入力電壓을 表示하는 것으로서

$t=0$ 때 $e(t) = P > 0, \frac{de(t)}{dt} > 0$ (16)

$t=t_1$ 때 $e(t) = D > 0, \frac{de(t)}{dt} < 0$ (17)

$t=t_2$ 때 $e(t) = -P < 0, \frac{de(t)}{dt} < 0$ (18)

$t=t_3$ 때 $e(t) = -D < 0, \frac{de(t)}{dt} > 0$ (19)

$\omega t_1 = \rho\pi$(20)

$\omega t_2 = \pi$ (21)

$\omega t_3 = (1+\rho)\pi$ (22)

등의 諸關係가 成立하는 條件에서만 ω 와 ρ 가 存在할 수 있다. 주어진 릴레이와 定해진 線型시스템에 대하여 周期解 ω 와 ρ 를 求하는 作業은 매우 어렵다고 본다. (13)'의 周期解法은 $n=1$ 인 경우에 限해서 Describing 函數와 $KG(j\omega)$ 와의 關係에 의거 Nichols 차아드나 Nyquist 다이어그램 등을 利用하여 풀어 왔으나 (13)' 自體가 無限級數로 構成되어 있음을 勘案하면 計算尺 規模로는 풀기 어려움을 알게 된다.

式(13)'에서 $t=0$ 와 $t=t_2=\pi/\omega$ 때의 값, 그리고 $t=t_1=\frac{\rho\pi}{\omega}$ 와 $t=t_3=\frac{(1+\rho)\pi}{\omega}$ 때의 값을 比較하면

$e(0) = -e(\pi/\omega)$ (23)

$$e(\rho\pi/\omega) = -e\left(\frac{\pi + \rho\pi}{\omega}\right) \dots\dots\dots(24)$$

의 關係가 成立하므로 式(16)의 條件은 式(18)과 또 式(17)의 條件은 式(19)와 各各 歸一하게 된다. 따라서 앞으로는 便宜上 式(17)과 式(18)의 두 條件만 考慮하기로 한다.

式(13)'의 $e(t)$ 를 t 로 微分하면

$$\dot{e}(t) = \frac{de(t)}{dt} = \omega KM \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} W(n\omega) \sin\left(n\rho\frac{\pi}{2}\right) \sin[n\omega t - n\rho\frac{\pi}{2} + \phi(n\omega)] \dots\dots\dots(25)$$

로 된다.

$\dot{e}(t_1) < 0, \dot{e}(t_2) < 0, e(t_1) > 0, e(t_2) < 0 \dots\dots(26)$ 의 條件이 成立하는 範圍內에서만 周期解가 存在할 수 있다.

$\dot{e}(t_1)$ 과 $\dot{e}(t_2)$ 는 符號만이 條件이 되므로 複素平面上에 跡跡을 作成하여, 周期解存在領域을 區分하기 위하여 便宜上 다음과 같이 새로운 函數 $T(\omega)$ 와 $T'(\omega)$ 를 定義한다.

$$T(\omega) \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{\omega} \dot{e}(t_2) + je(t_2) \dots\dots\dots(27)$$

$$T'(\omega) \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{\omega} \dot{e}(t_1) + je(t_1) \dots\dots\dots(28)$$

$$\text{但 } t_1 = \rho\pi/\omega, t_2 = \pi/\omega$$

이들 函數는 ρ 를 파라미터變數, ω 를 實變數로 하는 複素量이 되며, $T(\omega)$ 는 複素平面의 第3象限에, $T'(\omega)$ 는 第2象限에서 解를 求해야 하며 Drop-out 電壓 D 에 해당하는 jD 직선과 $T'(\omega)$ 曲線群과의 여러 交點이 $e(t)$ 의 周期解가 될 수 있는 可能한 坐點들이며, 또 Pull-in 電壓 P 에 해당하는 $-jP$ 직선과 $T(\omega)$ 曲線群과의 여러 交點으로 周期解의 可能坐點을 찾아낼 수 있다. 그러하여, 第2象限과 第3象限內에서 ω 와 ρ 에 關해서 서로 共通된 坐點만이 $e(t)$ 의 周期解가 된다.

이 方式에 의한 軌跡은 $n=1$ 만의 경우를 包含해서, $n=3$ 까지 또는 그以上の 여러 값까지 여러 種類의 것을 作成할 수 있으며 n 의 項을 많이 잡을수록 더 正確한 周期解를 얻을 수 있다. 그리고 $\rho=1$ 인 特別한 경우에는 $t_1=t_2=\pi/\omega$ 로 되므로 式(27)의 $T(\omega)$ 軌跡과 式(28)의 $T'(\omega)$ 軌跡이 合致된다. 이러할 때에 限해서 第3象限의 $-jP$ 直

線과 $T(\omega)$ 軌跡과의 交點이 바로 周期解가 된다. 이 事實은 式(26)의 條件을 뒤엎는것 같이 느껴 지지만 實際로 ρ 는 1이 되고 P 나 D 는 有限의 값을 갖는다는 것은 하나의 假想的 存在에 不過하며, 릴레이의 入力電壓레벨이 $+P$ 에 도달할때 그 레벨에서 Drop-out와 새로운 Pull-in이 交替되고 다시 $-P$ 에 도달 할때 Drop-out와 Pull-in이 同時에 進行된다고 解析하면 $\rho=1$ 일 때 第3象限에서만 解를 求하는 것도 合理性을 띤다. 다만 ρ 의 값이 아무리 커도 $\rho < 1$ 의 條件下에서는 當然히 式(26)의 條件이 滿足되어야 한다.

이와 같은 方法은 하나의 正確한 周期解에 接近할 수 있는 좋은 手段은 되지만 第3象限과 第2象限에서 各各 ρ, ω 에 關한 共通된 坐點을 찾는 作業이 남아 있으므로 便利한 方法이 되지 못한다.

$e(t)$ 의 周期解點을 圖表上에서 直讀式으로 얻을 수 있는 方法을 講究하면 또하나의 改善이 될 것이다. $T(\omega)$ 의 $-j$ 軸의 값은

$$e(t_2) = e(\pi/\omega) = -P \dots\dots\dots(29)$$

로서 릴레이의 逆方 Pull-in 電壓이 된다. 여기서 P 는 릴레이 固有의 定數이며, $e(\pi/\omega)$ 는 ω 의 函數로서 ω 의 값에 따라 連續적으로 變化하는 實函數이다. 따라서 ρ 를 파라미터變數, ω 를 實變數로 하는 軌跡上에서 式(29)가 成立하는 點이 있을 수 있다는 前提가 되는 것이다. 이와 마찬가지로

$$e(t_1) = e(\rho\pi/\omega) = D \dots\dots\dots(30)$$

을 生覺할 수 있다. (29)와 (30) 兩式으로 부터

$$\frac{e(t_1)}{e(t_2)} = -\frac{D}{P} \dots\dots\dots(31)$$

라고 새로운 ρ, ω 의 函數를 導入해도 式(29)나 式(30)의 前提와 同一한 意義를 賦與할 수 있을 것이다. 지금

$$e(t_2) = e(\pi/\omega) = B(\omega, \rho) \dots\dots\dots(32)$$

$$e(t_1) = e(\rho\pi/\omega) = B'(\omega, \rho) \dots\dots\dots(33)$$

으로 놓고 다음과 같이 $A(\omega)$ 와 $A'(\omega)$ 를 定義한다.

$$A(\omega) \stackrel{\Delta}{=} \frac{B'}{B} + jB \dots\dots\dots(34)$$

$$A'(\omega) \stackrel{\Delta}{=} \frac{B'}{B} + jB' \dots\dots\dots(35)$$

$B(\omega, \rho)$ 나 $B'(\omega, \rho)$ 는 ρ 나 ω 의 變化範圍에 따

라 0을 포함하여 正負 廣範圍하게 變化할 수 있으므로 B'/B 라는 函數는 $B(\omega, \rho)=0$ 되는 경우에 限해서 不定이 되며, 不連續函數로 된다. 그러나 實際의 릴레이에서 $|B'/B|$ 는 1보다 작아야 하며 또 $A(\omega)$ 나 $A'(\omega)$ 가 不連續을 이루는 狀態는 理想릴레이를 包含해서 實際의 릴레이動作 領域外에서 일어나므로, ρ 를 파라미터變數, ω 를 獨立變數로 하는 $A(\omega)$ 와 $A'(\omega)$ 의 複素平面上의 軌跡群은 B'/B 가

$$-1 \leq \frac{B'(\omega, \rho)}{B(\omega, \rho)} \leq 0 \dots\dots\dots(36)$$

領域에서만 物理的 意義를 갖는다. 式(34)의 $A(\omega)$ 曲線群에 대한 리미트사이클 周期解坐點은 $(-\frac{D}{P}-jP)$ 點이 되며, 式(35)의 $A'(\omega)$ 群에 대한 周期解點은 $(-\frac{D}{P}+jD)$ 點이 된다. 定해진동 일한 릴레이에 대해서 同一周期解가 되므로 $A(\omega)$ 또는 $A'(\omega)$ 中 하나만의 軌跡群으로서 周期解를 求할 수 있는 長點이 생긴다. 또 $-D/P$ 比가 0에서 부터 -1 까지의 각종 릴레이에 대해서 適用시킬 수 있으며, 또 j 軸스케일은 線型시스템 利得을 바꿀때, 같은 比率로 스케일變化시켜서, P 나 D 의 값을 調整할 수 있는 利點이 생긴다. 그리고 $A(\omega)$ 나 $A'(\omega)$ 軌跡作成範圍는 (26)의 條件 또는 $\frac{1}{\omega} \dot{e}(t_1) < 0, \frac{1}{\omega} \dot{e}(t_2) < 0$ 이 成立하는 領域으로 制限된다.

3. 케이스 · 스테디

基本波만 取扱하는 describing 函數에 의한 니콜스차아트解析, $T(\omega), T'(\omega)$ 軌跡, $A'(\omega)$ 軌跡의 活用例를 典型的의 모델을 들어 檢討하여 본다.

本檢討는 方法論의 一部를 例示하는 것으로서 軌跡作成은 電子計算機의 도움을 받았으며, 圖面의 解讀은 直讀近似值를 取했다. $A(\omega), A'(\omega)$ 軌跡의 有效範圍는 $T(\omega), T'(\omega)$ 軌跡과 마찬가지로,

$$\frac{1}{\omega} \frac{de(t)}{dt} \Big|_{t=t_2=\pi/\omega} < 0$$

$$\frac{1}{\omega} \frac{de(t)}{dt} \Big|_{t=t_1=\rho\pi/\omega} < 0$$

의 條件에 의하여 制限을 받기 때문에 軌跡作成의 有效範圍도 制限을 받는다.

3-1 그림 1의 시스템에서 各 콤포넨트의 諸特性과 傳達函數를 綜合하면(附錄參照) 二相모터의 傳達函數는 $K_m G(s) = \frac{1.79}{s(s+11.7)}$ 이며 릴레이는 $P=0.3[V], D=0.2[V]$ 이며, $M=100[V], K$ 는 可變數值가 되므로 (13)'의 $e(t)$ 는

$$e(t) = -100K \sum_{\substack{n=1 \\ \text{odd}}}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{1.79}{(n\omega)\sqrt{(n\omega)^2+11.7^2}} \sin\left(n\rho\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin[n\omega t - (n\rho-1)\frac{\pi}{2} + \phi(n\omega)] \dots\dots\dots(37)$$

$$\phi(n\omega) = -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{n\omega}{11.7}$$

로 된다. 基本波 즉 $n=1$ 인 때에만 考慮하여 $P=0.3[V], D=0.2[V]$ 에 該當하는 describing 函數를 求하면 <表 1>과 같다.

Table 1. Numerical Expression of D. F. of a Relay when $P=0.3[V]$ and $D=0.2[V]$

X	$\rho = \frac{\cos^{-1} \frac{0.3}{X} + \cos^{-1} \frac{-0.2}{X}}{\pi}$	$\frac{ G_D(j\omega) }{in \ deg.}$	$\frac{1}{M} G_D(j\omega) $
0.30	0.268	-24.1	1.73
0.31	0.358	-17.6	2.23
0.32	0.398	-15.4	2.33
0.35	0.479	-12.0	2.48
0.40	0.563	-9.3	2.46
0.50	0.664	-6.8	2.20
0.60	0.725	-5.3	1.93
0.70	0.767	-4.4	1.70
0.80	0.797	-3.7	1.51
0.90	0.820	-3.3	1.36
1.0	0.838	-2.9	1.23
1.2	0.866	-2.4	1.04
1.5	0.893	-2.0	0.85
2.0	0.920	-1.4	0.63
2.5	0.940	-1.1	0.51
3.0	0.946	-1.0	0.42
4.0	0.960	-0.7	0.32

또 線型시스템의 $KG(j\omega)$ 가 쉽게 計算되므로 Nichols 차아트에 $-G_D^{-1}(j\omega)$ 와 $KG(j\omega)$ 를 圖示할 수 있다.

그림 3에 $-G_D^{-1}(j\omega)$ 曲線과 맨처음에 交叉할 만큼의 線型部利得을 調整한 曲線과 큰 利得으로 因하여 充分한 交叉가 이루어진 두가지

경우가 例示되어 있다. 리미트發振의 發出發은 $X=0.3$, $\omega=27$ 에서이 부어짐을 알 수 있다 그림4는 式(37)에서 $K=10$, $n=1$ 인때를 擇하여 式(35)의 $A'(\omega)$ 를 圖示한 것으로서 $B'/B = -\frac{2}{3}$ 垂直直線上에 가장 큰 B' 값을 갖는 坐點은 약 $\rho=0.27$, $\omega=27$ 임을 알 수 있다. 릴레이 入力基本波振幅 $0.3[V]$ 는 (6)式에 의하면 $\rho=0.268$ 을 나타내므로 그림3의 內容과 그림4의 內容은 本質的으로 같음을 알 수 있다.

3-2 式(37)의 $e(t)$ 를 $K=10$ 인때 式(27)과 (28)의 $T(\omega)$ 및 $T'(\omega)$ 軌跡을 그림5에 그린다.

이 軌跡은 $n=99$ 까지 合한 것이며, $T(\omega)$ 의 파라미터變數는 ρ 로, $T'(\omega)$ 의 것은 ρ' 로 區分하였다. 케이스1의 경우의 릴레이를 使用하면 $Im T'(\omega)=0.2$, $Im T(\omega)=-0.3$ 이므로 이 둘 두개의 水平線과 軌跡과의 여러 交點中 第2, 第3象限 共通點은 $p(\rho=0.425, \omega=58)$, $p'(\rho=0.425, \omega=58)$ 點 뿐이며, 이것이 周期解가 된다.

3-3 케이스·스터디2의 경우와 同一한 條件下에서 式(35)의 $A'(\omega)$ 軌跡을 $n=99$ 까지 合하여 作成하면 그림6과 같이 된다. 리미트사이클 周期解坐點 p 는 $B'=0.2$, $B'/B=-\frac{2}{3}$ 에 該當하는 $\omega=58$, $\rho=0.425$ 를 얻는다. 이 $A'(\omega)$ 圖表는 $B'/B=-D/P$ 로 놓으므로서 任意의 P 값과 D 값에 대해서 손쉽게 解를 얻을 수 있을 뿐만 아니라 線型部利得을 N 倍하는 경우에는 B' 값을 릴레이 drop-out 값 D 의 $\frac{1}{N}$ 倍로 잡아 즉석에서 解를 얻을 수 있는 利點이 있다. 그리고 그림5의 $T(\omega)$, $T'(\omega)$ 曲線이나 그림6의 $A'(\omega)$ 曲線은 本質的으로 같은 內容을 表示하는 것으로서 $A'(\omega)$ 曲線이 便利함을 알 수 있다.

$n=1$ 만의 경우의 그림4 $A'(\omega)$ 曲線에 의하면 ($B'=0.2$, $B'/B=-\frac{2}{3}$)點은 大略 $\rho=0.5$, $\omega=58$ 을 얻으나 $n=99$ 까지의 그림6 $A'(\omega)$ 曲線과의 周期解差異는 ω 에서 약간, ρ 에서 좀 많이 나타났다. $D=0.5$, $-D/P=-\frac{2}{3}$ 인 새로운 릴레이를 使用하는 경우, 그림6에서는 周期解 坐標($-\frac{2}{3}+j0.5$)에서 $\rho=0.3$, $\omega=32$ 를 얻는다. 이 事實은 $B'=0.2$, $-B'/B=\frac{2}{3}$

는 그대로 두고 線型部利得만 $0.2/0.5=0.4$ 倍로 줄이는 경우의 周期解와 같아지는 것이다. 그림4의 경우에는 $\rho=0.325$, $\omega=33$ 를 얻는다.

大體로 $n=1$ 일 때의 周期解는 ρ 가 元來의 값보다 크게 나타났으며 誤差는 클때 10單位 % 誤差를 나타냈으며 ω 는 약간 큰 傾向을 認知할 수 있다.

3-4 式(37)의 $e(t)$ 는 基本波와 奇數項高調波로 構成된 無限級數이며 $n=1$ 인 基本波만 考慮하는 경우와 많은 高調波까지 考慮할 때에는 같은 條件에서의 同期解에 誤差가 介入됨을 認知할 수 있다.

$n=1$ 인 경우의 $A'(\omega)$ 軌跡을 그린 그림4를 檢討하면 K 를 0에서 부터 10까지 連續的으로 增加시키는 경우 周期解點은 $B'/B=-\frac{2}{3}$ 되는 垂直線의 上部에서 부터 아래쪽으로 移動하여 온다. 그림에서 $\rho=0.25$ 以下の 값에서는 交點이 없으며($\rho=0.27, \omega=27$), ($\rho=0.23, \omega=30$), ($\rho=0.4, \omega=43$) ($\rho=0.5, \omega=58$)點까지 狀態가 移行하여 온다.

$n=99$ 까지의 $A'(\omega)$ 를 그린 그림6에서는 $K=0$ 에서부터 $K=10$ 까지 增加시키는 경우 $\rho=0.05$ 에 該當하는 解는 없으며 $\rho=0.1$ 近處에서 부터 解가 存在하기 시작한다. 重要한 周期解坐點을 추려보면 ($\rho=0.1, \omega=9$) ($\rho=0.2, \omega=20$), ($\rho=0.25, \omega=26$), ($\rho=0.3, \omega=32$), ($\rho=0.4, \omega=45$)를 거쳐 ($\rho=0.47, \omega=57$)에 이른다.

線型部利得을 漸次로 增加시키면 n 를 큰 값까지 잡은 경우에 $n=1$ 때 보다 낮은 ρ 와 작은 ω 에서부터 리미트사이클振動이 시작된다.

3-5 그림7에 $A'(\omega)$ 曲線을 $\rho=0.4$ 인 경우만 들어 $n=1$ 일 때 $\rho=0.4-1$ 로, $n=5$ 까지때 $\rho=0.4-5$, $n=99$ 까지 때 $\rho=0.4-99$ 로 表示하여 相互比較할 수 있도록 하였다. $\rho=0.4-1$ 曲線은 같은 B'/B 값에 대하여 B' 가 全般的으로 큰 값을 提示하였고 $|B'/B| < 0.4$ 의 範圍는 $A'(\omega)$ 가 複素平面上의 第2象限에 存在하지 않았으므로 $\omega < 20$ 의 範圍는 曲線이 存在하지 않았다. 그러나 $\rho=0.4-5$ 나 $\rho=0.4-99$ 曲線은 모두 ω 는 10까지 $|B'/B|$ 의 값은 0.025까지 延

長되었다. 그리고 $\rho=0.4-5$ 曲線은 $\rho=0.4-99$ 와 거의 重合되었다. 따라서 n 은 有限의 數個의 項까지만 擇하여도 $n=1$ 때 보다 훨씬 精密度가 높은 周期解曲線群을 作成할 수 있을것이다.

3-6 線型部 傳達函數가 3次 Pole 을 같은 경우의 $A'(\omega)$ 曲線群을 그림8에 表示한다. 이 그림은 線型部 無電傳達函數를

$$KG(s) = \frac{2000}{s(s+12.5)(s+14.13)} \dots\dots(38)$$

으로 取한 것으로서,

B'/B 의 값이 -1 보다 작은 쪽도 그려져 있으나, $0 > B'/B > -1$ 이 使用範圍가 된다.

$D=0.21[V]$, $P=-0.32[V]$ 의 릴레이를 使用하는 경우 周期解는 $\rho=0.6$, $\omega=12$ 가 된다.

利得을 漸次로 減少시키면 周期解點은 ($\rho=0.2$, $\omega=7$)과 ($\rho=0.4$, $\omega=9.8$)의 두가지 점을 同時에 通過하여 리미트사이클振動을 벗어나게 된다.

또 다른 例로서 $D=0.1[V]$, $P=0.2[V]$ 를 使用하고 利得을 0에서부터 먼저 狀態까지 增加시키면 周期解點은 ($\rho=0.2$, $\omega=2$), ($\rho=0.4$, $\omega=8.2$)를 지나 ($\rho=0.82$, $\omega=11.6$)에서 끝나게 된다. $B'/B=-\frac{2}{3}$ 인 릴레이의 경우에는 周期解가 同時에 2가지가 되는 利得이 存在했으나 $B'/B=-0.5$ 인 경우에는 그렇지 않음을 보여준다.

3-7 ω 를 變化시킬때 $e(t_1)$, $e(t_2)$, $\frac{1}{\omega} \dot{e}(t_1)$ 및 $\frac{1}{\omega} \dot{e}(t_2)$ 의 符號와 그의 變化模樣을 스케치하기 위하여 다음과 같이 式(13)'을 構成하는 線型部 傳達函數를

$$K_1G(s) = \frac{Z(s)}{P(s)} \dots\dots(39)$$

로 놓고 Pole 中 하나는 S 平面의 原點에, 其他 모든 Pole 과 Zero 는 S 平面의 左側半面に 存在하고 Pole 은 Zero 보다 $k(k=1, 2, 3, \dots)$ 個가 많다고 假定한다.

$$p-z=k \dots\dots(40)$$

但, k 는 正의 整數,

로 놓고 또

(39)의 $K_1G(s)$ 를

$$K_1G(jn\omega) = K_1 W(n\omega) / \Phi(n\omega) \dots\dots(41)$$

로 놓으면

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \Phi(n\omega) = -\frac{\pi}{2} - 0 \dots\dots(42)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \Phi(n\omega) = -\frac{\pi}{2}k + 0 \dots\dots(43)$$

의 性質이 成立함을 前提로 한다.

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} e(t_1) = -K_1 \lim_{\omega \rightarrow 0} \Sigma \frac{1}{n} W(n\omega) \sin(n\rho \frac{\pi}{2})$$

$$\sin[n\rho \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \Phi(n\omega)]$$

$$= -K_1 \lim_{\omega \rightarrow 0} \Sigma \frac{1}{n} W(n\omega) \sin^2(n\rho \frac{\pi}{2})$$

$$= -\infty \text{ if } n\rho \frac{\pi}{2} \neq m\pi \dots\dots(44)$$

$$m=1, 2, \dots$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} e(t_2) = K_1 \lim_{\omega \rightarrow 0} \Sigma \frac{1}{n} W(n\omega) \sin(n\rho \frac{\pi}{2})$$

$$\sin[-n\rho \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \Phi(n\omega)]$$

$$= -K_1 \lim_{\omega \rightarrow 0} \Sigma \frac{1}{n} W(n\omega) \sin^2(n\rho \frac{\pi}{2})$$

$$= -\infty \text{ if } n\rho \frac{\pi}{2} \neq m\pi \dots\dots(45)$$

$$m=1, 2, \dots$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{\omega} \dot{e}(t_1) = K_1 \lim_{\omega \rightarrow 0} \Sigma W(n\omega) \sin(n\rho \frac{\pi}{2})$$

$$\sin[n\rho \frac{\pi}{2} + \Phi(n\omega)]$$

$$= -\frac{1}{2} K_1 \lim_{\omega \rightarrow 0} \Sigma W(n\omega) \sin(n\rho\pi) = -\infty$$

$$\text{if } 2\pi(m-1) < n\rho\pi < \pi(2m-1) \dots\dots(46)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{\omega} \dot{e}(t_2) = -K_1 \lim_{\omega \rightarrow 0} \Sigma W(n\omega) \cdot$$

$$\sin(n\rho \frac{\pi}{2}) \sin[-n\rho \frac{\pi}{2} + \Phi(n\omega)]$$

$$= +\frac{1}{2} K_1 \lim_{\omega \rightarrow 0} \Sigma W(n\omega) \sin(n\rho\pi) = +\infty$$

$$\text{if } 2\pi(m-1) < n\rho\pi < \pi(2m-1) \dots\dots(47)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} e(t_1) = -K_1 \lim_{\omega \rightarrow 0} \Sigma \frac{1}{n} W(n\omega) \sin(n\rho \frac{\pi}{2})$$

$$\sin[n\rho \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}(k-1)]$$

$$= +0 \text{ if } k=2, 2\pi(m-1) < n\rho\pi < \pi(2m-1)$$

$$= +0 \text{ if } k=3, 2\pi(m-1)n\rho \frac{\pi}{2} < \pi(2m-1) \dots\dots(48)$$

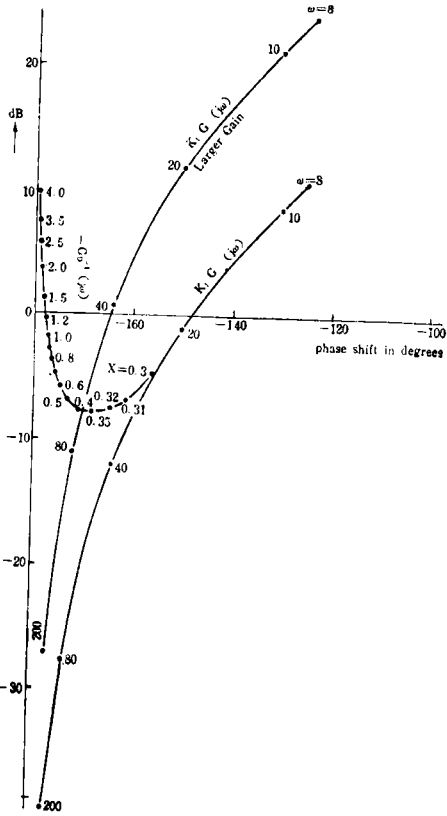


Fig. 3. Nichols diagram of $-G_D^{-1}(j\omega)$ for $P=0.3$, $D=0.2$ and linear gain function.

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} e(t_2) = K_1 \lim_{\omega \rightarrow \infty} \sum \frac{1}{n} W(n\omega) \sin(n\rho \frac{\pi}{2})$$

$$\sin[-n\rho \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}(k-1)]$$

$$= -0 \text{ if } k=2,$$

$$2\pi(m-1) \langle n\rho\pi \langle \pi(2m-1) \rangle$$

$$= +0 \text{ if } k=3, \quad \sin(n\rho \frac{\pi}{2}) \neq 0 \dots (49)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\omega} \dot{e}(t_1) = K \sum W(n\omega) \sin(n\rho \frac{\pi}{2})$$

$$\sin[n\rho \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}k]$$

$$= -0 \text{ if } k=2, \quad \sin n\rho \frac{\pi}{2} \neq 0$$

$$= +0 \text{ if } k=3,$$

$$2\pi(m-1) \langle n\rho\pi \langle \pi(2m-1) \rangle \dots (50)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\omega} \dot{e}(t_2) = -K \sum W(n\omega) \sin(n\rho \frac{\pi}{2})$$

$$\sin[-n\rho \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}k]$$

$$= -0 \text{ if } k=2, \quad \sin n\rho \frac{\pi}{2} \neq 0$$

$$= -0 \text{ if } k=3,$$

$$2\pi(m-1) \langle n\rho\pi \langle \pi(2m-1) \rangle \dots (51)$$

以上の結果를 要約하면 <表 2와> 같이 된다. $e(t)$ 나, $\dot{e}(t)$ 는 ω 에 대한 連續函數이므로 그림 9와 그림 10과 같은 波形을 이루게 된다.

Table 2. Extreme Values of $e(t_1)$ etc.

Item	ω, k	k	$\omega \rightarrow 0$	$\omega \rightarrow \infty$
$e(t_1)$		2	$-\infty$	+0
		3	$-\infty$	+0
$e(t_2)$		2	$-\infty$	-0
		3	$-\infty$	+0
$\frac{1}{\omega} \dot{e}(t_1)$		2	$-\infty$	-0
		3	$-\infty$	+0
$\frac{1}{\omega} \dot{e}(t_2)$		2	$+\infty$	-0
		3	$+\infty$	-0

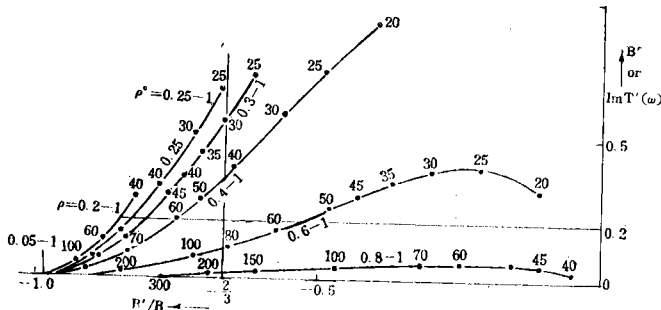


Fig. 4. $A'(\omega)$ loci for relay with deadband and hysteresis when $n=1$.

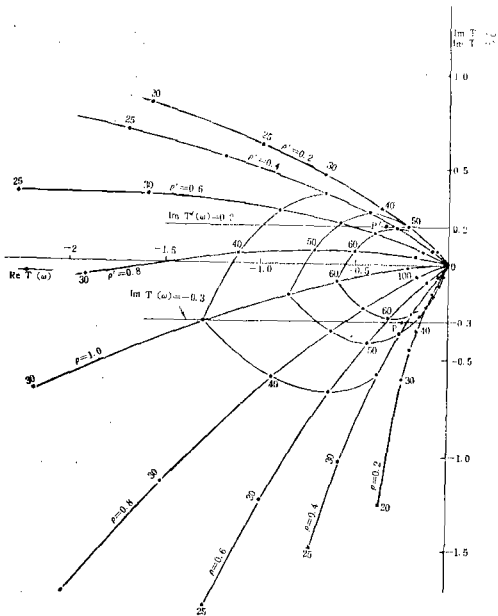


Fig. 5. $T(\omega)$ and $T'(\omega)$ loci for relay with deadband and hysteresis. The harmonic terms summed up to 99.

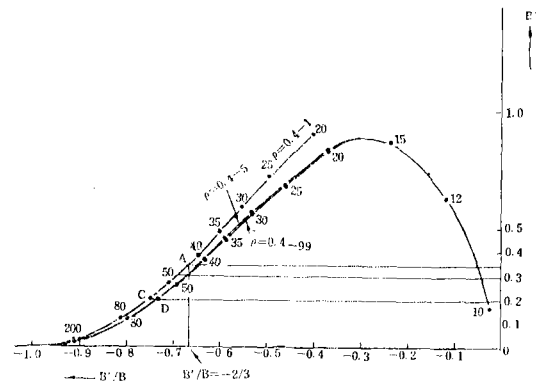


Fig. 7. $A'(\omega)$ loci for relay with deadband and hysteresis in cases of $n=1$, n upto 5 and up to 99, when $\rho=0.4$

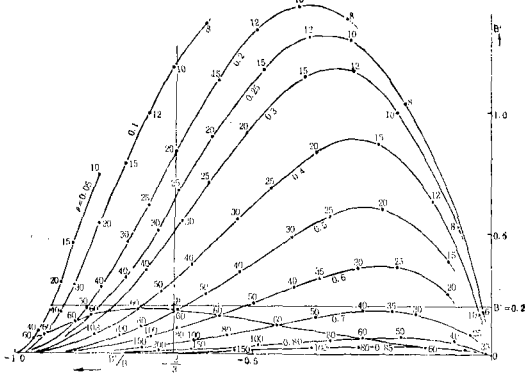


Fig. 6. $A'(\omega)$ loci for relay with deadband and hysteresis. The harmonic terms summed up to 99.

$k=2$ 일 때에는 ω 가 작은 範圍內에서는 周期解가 存在하지 않으며, $k=3$ 일 때에는 ω 의 어떤 範圍內에서만 周期解가 存在할 수 있는 것이다.

4. 結 論

1. Describing 函數와 線型部傳達函數를 獨立시켜 圖示하여, 安定度를 解析하는 方式(例컨대 Nichols Chart 또는 Nyquist Diagram)에서는 基本波成分에 對해서만 圖示가 可能하며, 릴레이의

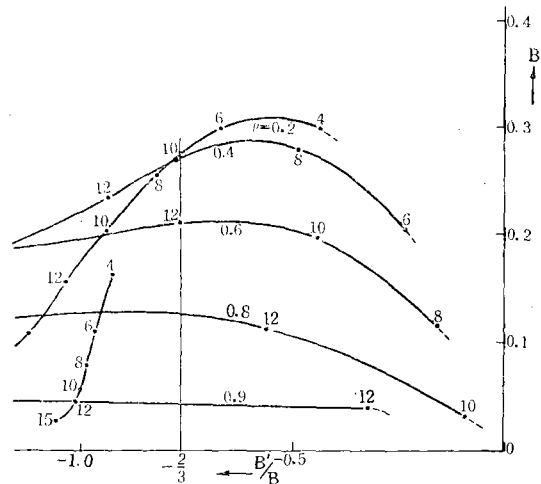


Fig. 8. $A'(\omega)$ loci for third order system.

特性이 달라질 때에는 Describing 函數圖示도 달라져야하므로 하나의 시스템으로서 情報判讀이 不便하다. 그러나 $T(\omega)$, $T'(\omega)$ 跡跡이나 $A'(\omega)$ 跡跡은 個個의 릴레이와 시스템利得變化에 대한 性能情報判讀이 簡便迅速하다.

2. $T(\omega)$, $T'(\omega)$ 跡跡은 各各 複素平面上 第3象限과 第2象限에서 共通條件으로서 周期解點을 찾아낸다.

3. 本論文에 陳述한 새로운 方式인 $A'(\omega)$ 跡跡은 같은 種類의 릴레이에 대하여 P의 값이나 D의 값을 任意로 (但 $P \geq D$) 選定했을 때에도 直讀式으로 周期解를 求할 수 있어 가장 便利하다. 線型시스템利得을 調整할 때에는 B' 軸스케일만

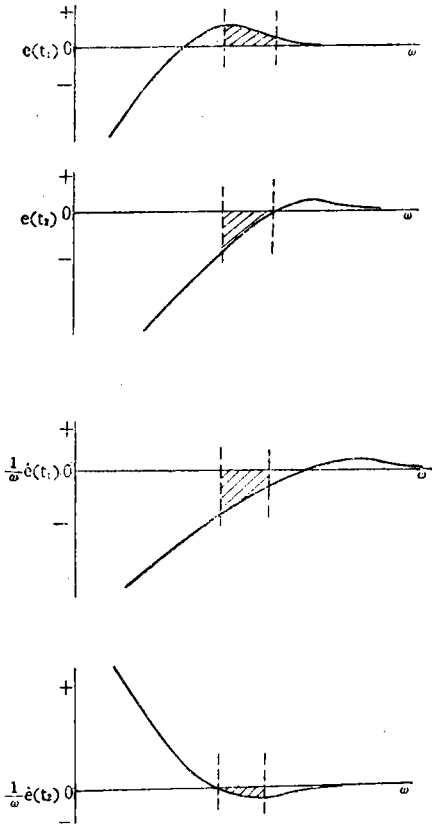


Fig. 9. Typical loci of $e(t_1)$, $e(t_2)$, $\frac{1}{\omega} \dot{e}(t_2)$ and $\frac{1}{\omega} \dot{e}(t_1)$ for second order system. A tendency of existence of periodic solution appears as ω increases.

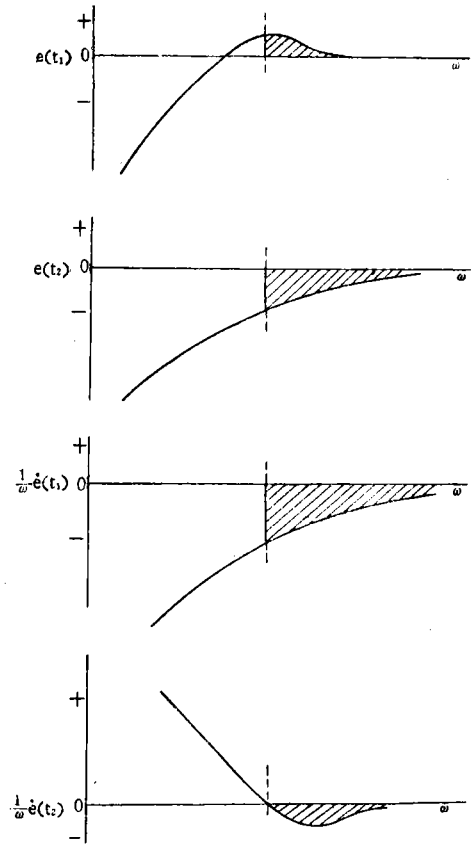


Fig. 10. Typical loci of $e(t_2)$, $e(t_1)$, $\frac{1}{\omega} \dot{e}(t_1)$ and $\frac{1}{\omega} \dot{e}(t_2)$ for third order system. A periodic solution is bounded in some ranges of ω .

바꾸의 既存릴레이에 대해서도 周期解를 直讀式으로 얻을 수 있다.

4. Nichols Chart 나 Nyquist Diagram을 이용한 방식에서 檢出치 못했던 周期解領域을 $T(\omega)$, $T'(\omega)$ 나 $\Lambda'(\omega)$ 跡跡에서 高調波級數項을 많이 取하므로서 發見할 수 있으며, 級數의 項을 많이 取할수록 正確性を 머게된다. 그리고 $\Lambda'(\omega)$ 跡跡은 $n=1$ 일때에도 實用價値가 있다.

5. 線型部루음傳達函數가 $k=2$ 일 때에는 어떤 값以上の ω (즉 $\omega \geq \omega_1$)에 대해서 周期解領域이 存在하며 $k=3$ 일 때에는 어떤 範圍內에서 (즉 $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$) 그 領域이 存在한다. 또 릴레이의 P나 D값에 따라 二重周期解도 存在할 수 있다. 이러

한 性能情報는 $\Lambda'(\omega)$ 跡跡을 活用하면 시스템의 綜合性能改善에 必要한 補完判斷을 迅速正確하게 할 수 있다.

5. 參考文獻

- 1) Floyd E. Nixon. "Principles of Automatic Controls", pp. 98-195, Prentice Hall Book Co., Inc., N. J. 1955.
- 2) John G. Truxal "Control Engineers' Handbook," pp. 2-32-2-27, MacGraw Hill Book Co., Inc., N. Y. 1958.
- 3) Gordon J. Murphy, "Basic Automatic Control Theory", pp. 203-211, Van Nostrand Co., Inc.,

N. Y. 1957.

- 4) George J. Thaler & R. G. Brown, "Analysis and Design of Feedback Control Systems," pp. 344-388, MacGraw Hill Book Co, Inc., N. Y. 1960.
- 5) L. A. McColl, "Fundamental Theory of Servomechanisms," Van Nostrand Co., Inc., Princeton, N. J., 1945.
- 6) A. Tustin, "The effects of Backlash and of Speed-development Friction on the Stability of Closed-cycle Control Systems," J. Inst. Elec. Engrs. (London), Vol. 94, Part II A, No. 1, 1947.
- 7) W. Oppelt, "Locus Curve Method for Regulations with Friction," J. Inst. Elec. Engrs. (London), Vol. 94, Part II A, Nos. 1 and 2, May, 1947.
- 8) R. Kochenburger, "Freq. Response Method for Analysis of a Relay Servomechanism," Trans. AIEE, Vol. 69, pp. 270-283, 1950.
- 9) D. K. Frederick and G. F. Franklin, "Design of Piecewise Linear Switching Functions for Relay Control System", IEEE Trans., Automatic Control, Vol. AC-12, No. 4, pp. 380-387, Aug. 1967.
- 10) H. Mayeda and S. Kodama, "Stability of a Relay Servo System", IEEE Trans., Automatic Control, Vol. AC-14, pp. 555-558, Oct. 1969.
- 11) J. M. Embler and C. H. Weaver, "A New Method for Compensating Contactor Servomechanisms," Trans. AIEE (Application and Industry), pp. 165-170, Sep. 1957.
- 12) R. Hudon, J. Paquet, and J. Gille, "On the Hysteresis of On-Off Elements, IEEE Trans, Automatic Control, Vol. AC-14, pp. 52-55, Feb. 1969.

附 錄

시스템컴포넌트特性檢討

位相反應復調器는 ring type full wave 復調器로서 出力電流 I_{dc} 是

$$I_{dc} = \frac{1.8E_s \cos\psi}{2(R_L + r_r) + (R + r)}$$

로 表示된다. 여기서 E_s 是 復調器 2次變成器의 센터탭에서 分 信號電壓이며, r_r 是 信號전원 内部抵抗, R 是 다이오우드의 順方다이너믹抵抗이며 R_L 是 復調器負荷抵抗이다.

誤差 AC 電壓은 reference 電壓과 $\theta=0$ 또는 180° 의 位相差를 가지므로 $\cos\psi$ 是 1 또는 -1 의 값을 갖는다. $R_L=600[\Omega]$, $r_r=0$, $R+r=300[\Omega]$ 인 경우 이 復調器의 利得函數 $E_o/E_s=0.72$ 로 된다.

二相서보모터의 傳達函數는

$$\frac{\theta m(s)}{E_i(s)} = \frac{K_m}{s(s\tau_m + 1)}$$

여기서

$$K_m = \frac{K_2}{K_1 + f_m}$$

$$\tau_m = \frac{J_m}{K_1 + f_m}$$

이며, K_1 是 定格電壓에서의(정지토크/최대회전속도)이며, K_2 是 定格電壓에서의(정지토크/정격전압)이다. J_m 是 모터側全慣性能率이며, f_m 是 모터側에서 分 전마찰계수이다. J_m 와 f_m 是 다음과 같은 방법으로 測定한다.

모터에 가해지는 토크 $T(s)$ 에 대한 모터回轉速度 $W(s)$ 는

$$W(s) = \frac{T(s)}{sJ + f}$$

이므로 階段토크 T에 대한 回轉速度 $\omega(t)$ 는

$$\omega(t) = \frac{T}{f} \left(1 - e^{-\frac{f}{J}t} \right)$$

로 되며 $\omega(t)$ 의 最終值에 도달하는 과정에서 上昇時間을 測定함으로써 時定數 J/f 를 求하고 最終速度 $\omega(t) = \frac{T}{f}$ 로 부터 f 를 求하여 J 를 계산한다.

實驗結果는 $\omega(t)$ 의 最終值 2,200 rpm, 階段토크 30 gr·cm, 測定上昇時間 1.8[sec]를 얻었다. 따라서

$$f_m = \frac{30}{2200} [gr-cm/rpm] \\ = 128 [dyne-cm / \frac{rad}{sec}]$$

$$J_m = 128 \times \frac{1.8}{2.2} \left[\frac{dyne-cm}{rad/sec} \cdot sec \right] \\ = 105 [dyne-cm-sec^2] = 105 [gr-cm]$$

를 얻는다. K_1 과 K_2 是 모터定格에 따르는 測定에 의하여

$$K_1 = \frac{288}{2460} [gr-cm/rpm] \\ = 1095 \left[\frac{dyne-cm}{rad/sec} \right]$$

$$K_2 = \frac{288}{100} [gr - cm/V] = 2825 [dyne - cm/V]$$

를 얻는다.

따라서

$$\tau_m = \frac{J_m}{K_1 + f_m} = \frac{105}{1095 + 128} = 0.0858 [\text{sec}]$$

$$K_m = \frac{K_2}{K_1 + f_m} = \frac{2825}{1095 + 128} = 2.31$$

上記 關係에 의하여 $\theta_m(s)/Ei(s)$ 를 求하면

$$\frac{\theta_m(s)}{Ei(s)} = \frac{2.31}{s(0.0858s + 1)}$$

로 되며, 기어트레인 비가 1:15의 關係에 있으니

$$\frac{\theta_o(s)}{Ei(s)}$$

$$\begin{aligned} K_m G(s) &= \frac{\theta_o(s)}{Ei(s)} = \frac{2.31}{s(0.0858s + 1)} \times \frac{1}{15} \\ &= \frac{1.79}{s(s + 11.7)} \end{aligned}$$

로 된다.

싱크로콘트롤트랜스포머의 機械的 로터位置差에

대한 出力電壓은 入力電壓이 400Hz, 10V인 경우 표3과 같다.

Table. 3. Characteristics of Synchro Control Transformer.

Difference between rotors [deg]	0	5	10	15	20	30	45	60
Output Voltage[V]	0	0.5	1.1	1.7	2.2	3.3	4.7	5.8

이 表에 의하여 싱크로誤差檢出器의 感度 K_s 를 求하면 $K_s = 0.1V/\text{deg} = 5.73V/\text{rad}$ 를 얻는다

그림1의 시스템에서 모터入力側에서 부터 信號는 負荷를 거쳐 誤差檢出器, 位相感應復調器等を 경우하여 릴레이 入力側까지 이르는 루옴게인은

$$\begin{aligned} &-K_s K_D K_C K_A K_m G(s) \\ &= -5.73 \times 0.72 \times K_C \cdot K_A \cdot K_m \frac{1.79}{s(s + 11.7)} \end{aligned}$$

로 된다.