

# Bryant-Bashkow A 매트릭스를 이용한 RLC 回路網의 狀態變數의 해석

논문

20~5~3

## State-Variable Analysis of RLC Networks Using Bryant-Bashkow A Matrix

차 균 현\*

(Kyun Hyon Tchah)

### ABSTRACT

This paper deals with the state-variable analysis of the arbitrary RLC lumped linear time-invariant networks. A formulation technique for determining a set of state equation using Bryant-Bashkow A Matrix and by means of the procedure setting up the terminal equation is discussed.

### 1. 緒 言

回路網解析에 狀態變數(State Variables)를 이용하게 된 것은 최근에 활발히 시작되어 Bashkow氏 E.S. Kuh 와 R.A. Rohres氏 등이 발표한 이래 많은 사람들이 발표했다 [1]—[5]. 狀態變數解析은 원래 system과 自動制御의 해석에 사용된 것이 回路網 解析에도 이용된 것인데, 回路網 解析의 유일한 방법이라고는 할 수 없으나 非線形 回路網의 해석에 있어서는 가장 좋은 방법의 하나이다[6]. 狀態變數로 回路網을 해석하려면 우선 標準形(Normal Form)이 되도록 회로의 微分方程式을 세워야 한다. 이것은 木(tree)을 사용하여 풀 수 있고 [1] 木을 정하는 방법에 따라 狀態方程式(State Equation)이 달라진다.

2節에서 木을 정하는 방법을 설명한다. 木을 정하면 컷셋(cut-set) 타이셋(tie-set) 매트릭스와 端子方程式으로부터 최소수의 狀態變數로 상대방정식을 구성한다. 최소수의 狀態方程式은 回路網의 特性方程式의 Natural frequency수와 같다[5]. 따라서 狀態方程式 解析은 최소수의 狀態變數(State Variable)를 결정하는 것이다. 최소수의 상태변수는 Bryant에 의한 reactive枝(edge)의 수에서 독립된 L만의 Cut-set과 C만의 Circuit수를 뺀 것과 같다. 이 reactive枝의 전류와 전압을 狀態變數로 정하는데 그 이유는 狀態(state)의 概念에서 얻어진다. 3節에서 狀態의 概念을 설명하

고 4節에서 Bryant-Bashkow A 매트릭스를 사용하여 상대방정식을 결정하는 방법과 端子方程式을 세우는 절차를 논하고 해석방법을 예를 들어 논의한다.

### 2. 木(tree)의 구성

回路網의 木은  $T = [\wedge \wedge]'$ 가 [9] 구성할 수 있으나 이 중에서 어떤 木을 택하여 회로망을 쉽게 해석하느냐 하는 것이 문제이다. 지금 木을 구성하는 回路網 素子는 線形 不時變 受動 相反性의 抵抗 캐파시탄스 인덕탄스 相互인덕탄스 및 電流源과 電壓源으로 한다. 木의 구성은 Bryant [3]의 방법에 따라 標準木(normal tree)——容량을 可級의 木의 枝(branch)에 많이 포함시키고 인덕탄스를 적게 포함시킨 것이 되게 한다. 즉 木의 枝에 캐파시탄스 저항과 약간수의 인덕탄스를 포함시키고 인덕탄스 저항 약간 수의 캐파시탄스를 補木(Co-tree)에 포함시키는 것이다.

그런데 여기서 電壓源과 電流源은 어디에 포함시킬 것인가? 電壓源과 電流源을 木에 포함시키지 않는 방법과 電壓源과 電流源을 各各 木과 補木에 포함시키는 두가지 방법이 있다. 前者는 Bryant [3] Kuh와 Rohrer [1] Bashkow [2]의 方法으로서 電壓源이 있는 枝는 短絡된 것과 같이 취급하고 電流源이 있는 枝는 개방된 것과 같이 취급한 것이고 後者は Wilson과 Massena의 方法으로서 電壓源과 電流源을 다른 受動素子와 같이 木의 구성에 관여시키는 것이다. 즉 電壓源은 木의 枝에 電流源은 補木의 코드에 포함시킨다. 그러나 補

\*정회원 : 숭전대학교 전자공학과 조교수

木에 잉여 電壓源이 있고 木에 잉여 電流源이 있는 경우는 [4]에서는 취급하지 않았다. 木論에서도 이 경우는 제외했다. 왜냐하면 특별한 경우를 제외하고는 대개의 회로망은 電壓源을 木에 電流源을 補木에 항상 포함시킬 수 있기 때문이다.

### 3. 狀態(state)의 概念

狀態方程式을 세우기 위해서는 狀態變數를 결정하여야 한다. RLC 回路網에서 狀態變數는 인덕탄스에 흐르는 전류와 캐파시탄스에 축적되는 전압을 變數로 정한다[6][7]. 이것을 상태변수로 정하는 이유는 손쉽게 얻을 수 있는 최소의 정보로서 回路網의 應動을 완전하게 구명할 수 있기 때문이다. 이는 시스템(system)의 狀態는 어떤 入力에 대한 應動을 구명하는데 필요한 시스템의 과거에 대한 적절한 모든 정보를 내포하고 있다. 그러므로 入力을 印加한 時間 後에서의 인덕탄스의 初期電流와 캐파시탄스의 初期電壓은 狀態를 형성한다. 보다 정확한 狀態의 概念은 [6]의 12章에 詳述되었다.

### 4. 狀態方程式 구성 방법

電壓源과 電流源을 다른 受動素子와 같이 graph에 포함시킬 경우도 기본적인 回路網토폴로지(topology)를 이용하여 타이셋트(tie-set) 방정식과 컷셋트(cut-set) 방정식을 분할마트릭스로 표시할 수 있다[8].

$$[F : U_e] \begin{Bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (1)$$

$$[U_{n-1} : -F'] \begin{Bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (2)$$

여기서 그래프(graph)의 支數를  $b$ , 節點數를  $n$ , 補木의 코드수를  $l$ 이라 하면 木의 支數는  $n-1$ 이고 補木의 코드수는  $l=b-n+1$ 이다. tie-set의 독립 閉路數는 코드수와 같으므로  $F$ 는 차수가  $l \times (n-1)$ 인 구형 매트릭스이고  $U_l$ 은 차수가  $l \times l$ 인 Unit 매트릭스이다.  $F'$ 는 차수가  $(n-1) \times l$ 인  $F$ 의 트랜스포스 매트릭스이고  $U_{n-1}$ 은 차수가  $(n-1) \times (n-1)$ 인 Unit 매트릭스이다.  $V_1, I_1$ 은 각각 木의 支電壓 支電流이고  $V_2, I_2$ 는 각각 補木의 코드전압 코드전류이다.  $V_1, I_1, V_2, I_2$ 는 다음과 같이 분할할 수 있다.

$$V_1 = \begin{Bmatrix} V_v \\ V_c \\ V_G \\ V_T \\ V_S \end{Bmatrix} \quad I_1 = \begin{Bmatrix} I_v \\ I_c \\ I_G \\ I_T \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$V_2 = \begin{Bmatrix} V_R \\ V_L \\ V_i \end{Bmatrix} \quad I_2 = \begin{Bmatrix} I_R \\ I_L \\ I_i \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서 漆字  $v c G T S R L i$ 는 다음과 같다.

$v$ : 木(tree)의 電壓源枝(branches)

$c$ : 木의 容量枝

$G$ : 木의 互역탄스枝

$T$ : 木의 相反인덕탄스(reciprocal inductance)枝

$S$ : 補木의 에라스탄스(elastance) 코드(chords)

$R$ : 補木의 저항코드

$L$ : 補木의 인덕탄스코드

$i$ : 補木의 電流源코드

리액티브 素子의 端子方程式(terminal equation)은

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{22} & L_{21} & 0 \\ 0 & L_{12} & L_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \\ I_T \\ V_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_C \\ V_L \\ V_T \\ I_S \end{bmatrix} \quad (5)$$

와 같이 쓸 수 있다.

(5)式的 端子方程式을 2개로 구분하여 쓴다.

① 枝캐파시탄스와 코드인덕탄스를 포함하는 방정식

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_T \\ V_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_C \\ V_L \end{bmatrix} \quad (6)$$

② 코드캐파시탄스와 枝인덕탄스를 포함하는 방정식

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 & L_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_T \\ V_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_T \\ I_S \end{bmatrix} \quad (7)$$

抵抗素子로 구성되는 端子方程式은

$$\begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_G \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_G \\ V_R \end{bmatrix} \quad (8)$$

電壓源과 電流源의 端子方程式은

$$\begin{bmatrix} V_v \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(t) \\ I(t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $C_1, G_1, L_{11}$ 은 枝캐파시탄스, 枝互역탄스, 枝인덕탄스 매트릭스이고  $C_2, R_2, L_{22}$ 는 코드캐파시탄스 코드저항 코드인덕탄스 매트릭스이다.

(1)(2)식과 (3)(4)식 및 Bryant-Bashkow A 매트릭스를 이용하여 타이셋트 방정식과 컷셋트 방정식은 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} F_{vv} & F_{cc} & 0 & 0 & l_{ss} & 0 & 0 & 0 \\ F_{vR} & F_{cR} & F_{GR} & 0 & 0 & l_{RR} & 0 & 0 \\ F_{vL} & F_{cL} & F_{GL} & F_{SL} & 0 & l_{LL} & 0 & 0 \\ F_{vi} & F_{ci} & F_{Gi} & F_{Ti} & 0 & 0 & 0 & I_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_v \\ V_C \\ V_G \\ V_T \\ V_S \\ V_R \\ V_L \\ V_i \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} I_{v_v} & 0 & 0 & 0 & -F'_{v_s} & -F'_{v_r} & -F'_{v_L} & -F'_{v_i} \\ 0 & I_{CC} & 0 & 0 & -F'_{CS} & -F'_{CR} & -F'_{CL} & -F'_{Ci} \\ 0 & 0 & I_{GG} & 0 & 0 & -F'_{GR} & -F'_{GL} & -G_i \\ 0 & 0 & 0 & I_{TT} & 0 & 0 & -F'_{TL} & -F'_{Ti} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_v \\ I_C \\ I_G \\ I_T \\ I_S \\ I_R \\ I_L \\ I_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

(10)식에서 매트릭스  $F_{v_s}$ 는 電壓源枝와 에라스탄스코드 사이의 位相(topology) 기하적 관계를 표시한다[1] 동양으로  $F_{CR}$ 은 캐파시탄스枝와 저항 코드간의 位相 기하적 관계를 표시하고,  $F_{Gi}$ 는 인덕탄스枝와 電流源 코드간의 位相 기하적 관계를 표시하는 것이며, 기타도 같은 관계를 나타낸다. (10)식중 F 매트릭스의 첫 열의 2개 0 매트릭스는 인덕탄스枝電壓과 인덕탄스枝電壓은 캐파시탄스코드전압과 관계가 없다는 것을 말한다. 이 결과는 標準木을 구성하는 방법에 의하여 설명할 수 있다. 즉 캐파시탄스가 코드에 있을 경우는 캐파시탄스 閉路(loop)에 속해 있을 때 뿐인데, 이때 코드캐파시탄스의 전압은 표준목과 코드로 구성되는 基本閉路에서 코드캐파시탄스 이외부분의 캐파시탄스 전압만으로 나타낼 수 있기 때문이다. 동양으로 제 2 열의 한개 0 매트릭스는 인덕탄스枝電壓은 저항코드 전압과 관계가 없다는 것을 나타낸다. 이것은 코드저항에 의하여 구성되는 基本閉路는 인덕탄스枝를 포함하지 않기 때문이다. 왜냐하면 인덕탄스枝는 인덕탄스 컷셋트에 포함되어 있을 때만 존재하므로 관계되는 코드는 전부 인덕탄스이기 때문이다.

(10)(11)식과 (6)(7)(8)(9)식에서

$$\begin{bmatrix} I_C \\ V_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & F'_{CS} \\ -F_{TL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_T \\ I_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F'_{CR} \\ -F_{GL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_G \\ I_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F'_{CL} \\ -F_{CL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F'_{Ci} \\ -F_{vL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_v \\ I_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} I_T \\ V_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & F'_{TL} \\ -F_{CS} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F'_{Ti} \\ -F_{vS} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_v \\ I_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} I_G \\ V_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & F'_{GL} \\ -F_{CR} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F'_{GR} \\ -F_{GR} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_G \\ I_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F'_{Gi} \\ -F_{vR} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_v \\ I_i \end{bmatrix} \quad (14)$$

(12)(13)식과 (6)식, (13)식과 (7)식, (14)식과 (8)식에서

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & L_{22} + L_{21}F'_{TL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & L_{21}F'_{Ti} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_v \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & F'_{CS} \\ -F_{TL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_T \\ I_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F'_{CR} \\ -F_{GL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_G \\ I_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F'_{CL} \\ -F_{CL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F'_{Ci} \\ -F_{vL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_v \\ I_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 & L_{12} + L_{11}F'_{TL} \\ -C_2F_{CS} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 & L_{11}F'_{Ti} \\ -C_2F_{vS} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_v \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_T \\ I_S \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} V_G \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 & -F'_{GL} \\ F_{GR} & R_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & F'_{GL} \\ -F_{CR} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 & -F'_{GR} \\ F_{vR} & R_C \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & F'_{Gi} \\ -F_{vR} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_v \\ I_i \end{bmatrix} \quad (17)$$

과 같이 된다. (15)(16)(17)식에서  $\frac{d}{dt}$ 가 나타나지 않는 變數는  $V_G I_R V_T I_S$ 이다. (15)(16)(17)식과 (9)식에서 이들을 消去하면

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_1 + F'_{CS}C_2F_{CS} & 0 \\ 0 & L_{22} + L_{21}F'_{TL} + F_{TL}L_{12} + F_{TL}L_{11}F'_{TL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} + F'_{CL} \\ M_{21} - F_{CL} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} + F'_{Ci} \\ N_{21} - F_{vL} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(t) \\ I(t) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} -F'_{CS}C_2F_{vS} & 0 \\ 0 & -F_{TL}L_{11}F'_{Ti} - L_{21}F'_{Ti} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(t) \\ I(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & F'_{CR} \\ -F_{GL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 & -F'_{GR} \\ F_{GR} & R_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & F'_{GL} \\ -F_{CR} & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & F'_{CR} \\ -F_{GL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 & -F'_{GR} \\ F_{GR} & R_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & F'_{Gi} \\ -F_{vR} & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

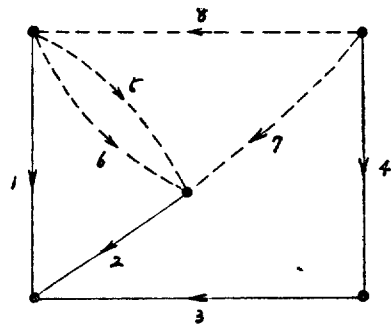


그림 1-(a). RLC 회로망  
Fig. 1-(a) A RLC network

[예] 그림 1-(a)와 같은 RLC 회로의 狀態方程式을 위에 論한 바와 같은 방법으로 구한다.

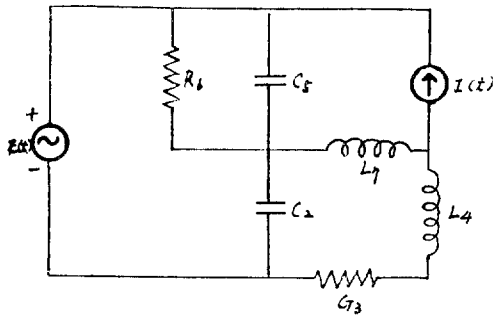


그림 1-(b). 그림 1-(a)에 대한 標準木

Fig. 1-(b) A normal tree for the network Fig. 1-(a)

그림 1-(a)의 標準木을 그림 1-(b)와 같이 구성할 수 있다.

타이젯트 방정식과 컷셋트 방정식은 (10)(11)식을 이용하면 각각 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{bmatrix} = 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \end{bmatrix} = 0 \quad (22)$$

$F_{vS} = -1$   $F_{C5} = 1$   $F_{Vv} = -1$   $F_{CR} = 1$   $F_{GR} = 0$   $F_{vL} = 0$   
 $F_{CL} = 1$   $F_{GL} = -1$   $F_{TL} = -1$   $F_{vi} = 1$   $F_{Ci} = 0$   $F_{Gi} = -1$   
 $F_{Ti} = -1$  이므로

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_3 & 0 \\ 0 & R_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_6 & 0 \\ 0 & -R_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_3 & 0 \\ 0 & R_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_6 & 0 \\ 0 & -R_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$C_1 = C_2$   $C_2 = C_5$   $L_{22} = L_7$   $L_{12} = L_{21} = 0$   $L_{11} = L_4$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_2 + C_5 & 0 \\ 0 & L_4 + L_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_6 & 1 \\ -1 & -R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_7 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} G_6 & 0 \\ 0 & -R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(t) \\ I(t) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} C_5 & 0 \\ 0 & -L_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(t) \\ I(t) \end{bmatrix} \quad (25)$$

### 5. 결 론

Bryant-Bashkow A 매트릭스를 이용하여 狀態方程式을 구하는 과정에서 電壓源 電流源을 그래프(graph) 구성에 관여시키지 않는 방법과 본論에서와 같이 電壓源 電流源을 각각 木の 枝와 코드에 부속시키는 방법과 비교하면 전자는 그래프를 구성할 때에 따라서 電源을 變換해야 하는 경우가 있으나 후자는 電源變換을 할 필요가 없다.

端子方程式을 4節에 論한 바와 같은 방법으로 세우면 체계적인 解는 물론 일반적인 解를 얻을 수 있다.

### 참고 문헌

- [1] E.S. Kuh and R.A. Rohrer "The State-Variable Approach to Network Analysis", Proc. IEEE. Vol. 53 pp 672-686, July 1965.
- [2] Bashkow, T.R. The A matrix, New Network Description. IRE Trans. on Circuit Theory Vol. G-4, Sep. 1957 pp. 117-120
- [3] Bryant, P.R. The Explicit form of Bashkow's A matrix, IRE Trans. on Circuit Theory Vol G-9, Sep 1962, pp.303-306
- [4] Wilson, R.L. and, Massena, W.A. An Extension of Bryant-Bashkow A matrix, IEEE Trans. on Circuit Theory (Correspondence), Vol CT-12, Mar. 1965, pp. 120-122
- [5] Tatsuo Ohtsuki and Hitoshi Watonabe., State-Variable Analysis of RLC Networks Containing Nonlinear Coupling Elements, IEEE Trans, on Circuit Theory. Vol CT-16 pp. 26-38 Feb. 1969
- [6] Charles A. Desoer and Ernest S. Kuh., Basic Circuit Theory, McGraw-Hill 1969
- [7] Paul M. DeRusso, Rob J. Roy and Charles M. Close., State Variables for Engineers., Gohn Wiley & Sous, Inc. 1965
- [8] Peter H. O'N Roe, Networks and Systems, Addison-Wesley 1966.
- [9] Louis Weinberg, Network Analysis and Synthesis McGraw-Hill, 1962