

概念形成과 思考에 對한 考察

孫 鎔 圭

I. 序 言

筆者는 “새로운 개념에 대한 小考”^①에서 조금 言及한바 있지만 概念內容과 形成過程은 算數 數學教育에 있어서 기초적 용어로서 보다 重要한 문제라 하겠다. 더욱 “S. M. S. G. 에서는 기초적인 개념을 正確하게 잡고 수학의 구조에 착안하여 連역적 사고의 體系를 重視한다. 또 U. I. C. S. M 에에서도 發見的 創造的인 思考를 重視한다.”^② 이와같이 말하고 있는것도 概念的인 思考 및 數學의 思考를 現代化의 立場에서 더욱 強調하는 것이 아닌가 싶다.

그런데 筆者는 여기서 概念과 思考에 對한 指導方法을 생각해 볼려는 것이 아니고 그저 그들의 意義와 形成過程에 대하여 앞서 여러 學者들이 研究한 것을 論理的, 心理的인 面에서 順序 있게 考察해 볼려는 것에 지나지 않는다.

그러나 다음에 기회가 있으면 여기에 따른 實驗的인 考察을 국민학교 어린이를 通해서 實施해 볼려고 한다.

II. 概念的 意義 및 形成過程

概念은 思考의 한 機能을 맡고 있으며 사고작용은 개념, 판단, 추리등 세 기능으로 나누어진다고 할 수 있다. 그러나 이것은 論理學上에서의 구별이고 心理過程으로서의 판단 추리를 전제로 하지 않는 개념은 없고 역으로 소위 개념을 포함하지 않는 판단 이든 추리가 가능하다는 것은 생각할 수 없다. 따라서 心理學에 있어서 개념, 판단, 추리등 말하는 것은 論理學上의 뜻과는 서로 다른 내용을 가지게 되는 것이다.

예를 들면 두개의 선분의 길이의 대소를 비교해서 어느 것이 긴가를 판단하는데 선분의 길이의 개념, 대소의 개념이 없으면 되지 않는다.

또 역으로 길이의 개념을 파악 할러려는 대소의 판단을 전제로 해서 일어나는 일이 많다.

論理學에서는 개념의 內包와 外延과는 一定不變이 아니면 안되고 또 판단은 두 개념의 관계이고 추리는 어떤 판단의 變形 혹은 그의 결합이 아니면 안된다는 것이다.

그러므로 실제에 있어서는 하나의 사상은 갑작스런 未分化의 상태에서 생기고 다음에 그의 형태를 가다듬고 그리고 어떤 경우에는 갑작스런 좌세로서 그의 임무를 마치며 또 다른 사상에 그의 장소를 넘겨주는 것도 적지않다. 또 그 반면 명확한 언어의 표현을 주는것은 그것을 글로써 쓰는 것이고 사람에게 그것을 보고하려는 경우에 限한다.

心理的으로는 思考의 문제는 지식의 구조와 그의 응용의 문제이기도 하다. 그러므로 지식은 그저 경험적 사상의 수집은 아니고 有意味의 連關이며 그의 적용은 盲目的 反應은 아니고 推定的 과제상황에 대한 有意味의 順應이므로 사고의 문제에서는 意味의 역할은 본질적이라고 말하지 않으면 안된다. 또 意味와는 事理에 따라서 가치를 실현하는 행동에 따라서 취해지는 것이다. 즉 意味에는 행동의 수단적 성질이 있다.

예를 들면, 분수 $\frac{2}{3}$ 이라는 지식을 얻었다고 하면 그의 응용이 必要하며 그의 응용에는 예를 들면 12m의 $\frac{2}{3}$ 이라 하면 그것의 有意味의 順應이 必要하고 그저 形式으로 盲目的 反應이라 하여 $12m \times \frac{2}{3} = 8m$ 란 반응만으로는 心理的 思考의 문제가 되지 않는다. 그런데 科學的인 개념형성의 과정에 있어서는 직접적 구체적 지식에서 출발하여 간접적 추상적인 일반 지식이 얻

① 전주교육대학 논문집 제 4집 ② 數學教育의 現代化 李星燾 譯, 東亞出版社

어진다.

생활이 복잡하여 욕구체계가 분화하여 오며는 거기에 가지 가지의 선택가능성이 나타나서 어떤 선택의 거점이 되는것은 상당히 안정시킨 구조가 있게 되는 것이 필요하다. 그리고 이 역할을 인수하는 것이 言語的 記號 및 이것을 기초로 하는 지식 체계밖에 되지 않는다.

참으로 문제적 행동은 언어기능을 그것에 따른 지식의 체계화에 따라서 처음으로 가능하다. 지각의 성립에는 경험의 體系化가 必要하고 다시 그것이 기초의 체계중에 섭취되며 나아가서 지식체계가 성립한다. 그리고 어떤 지식체계의 기초상에 처음으로 사고활동이 가능하게 된다. 思考活動에 대한 지식체계의 존재라는 것은 不可缺의 조건이지만 한개의 과제상황이 성립하지 않으면 안된다.

위와같이 概念은 사고작용의 한 기능을 가지고 있고 또 사고과정의 한 부분이다. 그래서 사고는 그와 같은 개념을 토대로 하여 다시 발전적이고 動的인 지식을 얻게 되는 것이다.

개념이 어떻다는 문제는 오래 전 부터 論하고 있지만 그것은 주로 철학적 입장에서 論하여져 있고, 近世에 와서는 心理的인面을 생각하게 되었다.

論理學的 立場에서는 개념이란 대표적 속성의 통일된 것이라고 한다. 즉 개개의 표상에서 공통된 성질을 추상하여 모은 思惟의 대상이라고 정의 되겠지만 이 定義로서는 불충분하고 만족한 정의라고는 할 수 없다. 그런데 요는 개념이란 어떠한것에 대하여 만족한 정의를 가지고 답하는 것은 곤란한 단계에 있고 개념이 개념작용의 결과적인 산물이고 그의 개념작용은 결국 사고작용의 한 기능으로 활동하고 있는 것이다.

다음에 心理學的인 面에서 개념은 어떻게해서 형성하고 있는가를 원칙으로 하여 생각하는것은 表象을 얻고 그것에서 표상을 비교하여 抽出된 일반화 작용과 서로 총합시켜서 命名한다고 할 수 있다. 그런데 산수 수학에 있어서는 다시 수학적 표현으로 하여 현실적으로 기초 표현하는 수가 있다.

개념의 본질적 제 특징이라 생각할 수 있는것은 다음과 같다.

(1) 개념은 외연적의미와 내포적 의미와의 쌍방을 가지고 있다.

개념은 여러가지 종류의 표상에 공통인 성질을 추상하여 만들어 지는 것이므로 한 쪽에서는 이것들의 표상에 공통인 본질적 성질을 뜻하며 다른 쪽에서는 이것들의 성질 고유의 수많은 표상을 대표하여 포괄하는 것이다.

개념의 外延이란 개념에 따라서 대표할 수 있으나 包括하고 있는 表象을 말해서 外延을 概念의 적용하는 범위라 할 수 있다.

어떤 말의 外延的 意味는 그것이 外在的 世界에 있어서 指示하는 것이 된다. 즉 외연적 의미는 다른 말로서는 나타낼 수 없는 것이다. 왜냐하면 이것은 말로써 대표하여 있기 때문에 직관적으로 파악하여 다른 개념과 구별이 되는 것이다.

예를 들면 어린이의 말로서 「동그라미」란 개념은 결국 원으로 발전하지만 「동그라미」란 단계에 있어서는 그의 개념은 적용 범위를 뜻하고 있는 것이다.

개념의 내포란, 개념이 의미하고 있는 공통적 본질적인 성질을 말한다. 內包는 개념의 의미 또는 함축이라 한다. 言語的 內包的 意味는 사람의 머리 속에 想起하여 있는 것으로서 어떤 말의 의미를 다른 말로서 사용할 수 있는 것이고 그것은 內在的 의미 또는 내포를 말하고 있는 것이다. 따라서 概念의 구성요소에서 조건적으로 파악하는 것이 된다.

예를 들면 원이란 한 점에서 같은 거리에 있는 선으로 둘러 싸인 平面圖形이라고 정의하는 것과 같이 다른 말로서 표현된다. 外延과 內包와의 사이에는 밀접한 관계가 있고 그의 개념의 내포적 의미로부터 그의 外延을 規制할 수 있으며 역으로 외연적 의미로부터 내포는 規制할 수 있는 것이다.

그러나 이 두개의 사이에는 상대적인 관계가 있고 이것으로부터 上位개념 즉 包括하는 개념을 包括하게 하는 개념에 대한 관계를 上位라고 한다. 또 그의 개념을 上位概念이라 한다. 이것에 대하여 역의 경우의 관계가 있을때 下位개념으로 구별한다.

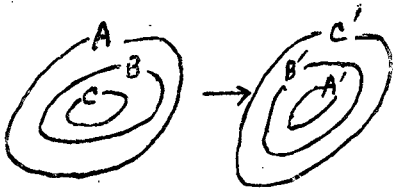
예를 들면 산수에 있어서 「동그라미」 「세모꼴」

이란 개념을 이해 시킬때 外延의 意味로서 파악하여 있는 것이 많고 원, 3각형이란 개념을 한 점에서 같은 거리에 있는 선으로 싸인 평면도형이라든가, 세 개의 선분으로 싸인 平面圖形이라 하여 內包的 意味로써 파악시키는 것은 학습지도의 과정으로서 중요하다.

그런데 앞에서 말한 이들 관계를 특수, 일반에 대해서 살펴 보면 外延의 관계와 內包的 關係는 反對의 包含關係에 있다. 즉 特殊·一般에 있는 圖形的 外延을 各各 A,B,C 라 하고 그 內包를 각각 A',B',C' 라 할때

$$A \supset B \supset C \text{ 이면 } A' \subset B' \subset C'$$

인 관계가 成立한다.



이 그림에서 어떤 개념에 어떤 성질을 附加해서 內包가 증가하면 그 外延은 縮小하고 어떤 性質을 除去하여 內包를 減少시키면 그 外延은 擴大된다. 그리고 내포의 증가 및 감소는 여러 가지 方法이 있으므로 개념의 特殊化 및 一般化에 도 여러 가지 方法이 있다.

(2) “개념은 직접으로 知覺되는 것은 아니고多數의 感覺的 경험에서 抽象 塾考 組合 一般化를 通하여 發展해서 生기는 것이다.”³⁾

아동은 개념을 발전시키는 內面的 能力을 부여되어 있는 것으로보지만 感覺的 경험은 이 內面的 能力을 覺醒하지 않고는 되지 않는 것이다. 경험적 배경이란 表現으로서는 心理學的 실험으로 막연하게 되어 있지만 실제의 학습을 통하여 보면 학습 곤란을 이끄는 하나의 原因이 되는 것은 明白하다. 概念은 印의 連合 以上の 것이고 그리하여 개념 발생 계기로 하여 知覺의 경험의 중요함을 인식하는 일이 되고 이것 없이는 개념이란 생각하기 어려운 정도이다. 한편 인간은 個個에 있어서 동일한 경험을 가지고 있는 것이 아님은 사실이다.

(3) “개념은 選擇의 機制를 나타낸다.”⁴⁾

外界의 자극이 個體의 精神內에 개념으로 하여 記號的 反應을 이르기 때문에 통과하지 않으면 안되는 구절이기도 하다. 그래서 그의 逆過程과 또 이 구절을 지나지 않으면 안된다. 즉 기호적 反應을 이끄는 것이다. 사실 이것은 추상의 한 과정이기도 하지만 이 경우는 개념안에서도 그의 外延的 意味를 나타내고 있는 것이다 그런데 尚言語的이라고 하는 것은 다만 發言을 배우는 것만이 아니고 그의 言語를 代表하는 事物에 알맞게 關連시키는 것 즉 위에서 말한 구절과 통하는 方法을 배우는 것이다.

(4) 概念에는 言語化, 記號化 以前의 것이 있고 개념은 言語化 乃至 記號化 反應이 그의 필요조건이라고 할 수 없다. 卽 個體의 개념을 소유하지 않으므로 그의 증거를 보통의 전달 方法에는 주어지는 일이 되지 않는 경우가 있다. 그러나 개념은 一元的이 아니고 개념의 내용은 그의 中核 以外는 때를 變化해서 얻는 것이고 그의 중핵체의 活動을 조직 전체를 꼬집어 올릴때 한층 그대로 되는 것이다. 이 중핵에 언어적인 명칭을 부친다. 그러나 명칭은 그 개념에 있어서 本質的인 것은 아니다.

예를 들면 네살 어린이에게 종이로 만든 「세도꿀」, 「네모꿀」, 「동그라미」를 3장씩 바르게 분류하는 것은 되지만 용어는 모르는 일이 있다. 逆으로 용어는 기억하고 있어도 분류가 되지 않는 일이 있다. 이와같이 言語 以後에 概念이 있는 일도 있지만 概念 內容은 명확하지 않다.

학습지도의 과정에서는 一般性的 自覺은 그것이 있다는 事實이 있고 一般을 깨닫게 하여 먼저 명칭을 주고 가지 가지의 예를 드는 지도법이 많은데 주의하지 않으면 안된다. 그러므로, 算數에 있어서는 명칭 기호에 따라선 一般化를 強化하여 思考시키는 것이므로 언어화 기호화는 중요한 것이다.

(5) “概念은 個個의 離散化인 感官的 경험을 결합하던지 連繫하던지 하는 反應이다.”⁵⁾

(6) 개념이 형성되기 爲해서는 感覺的 印象의 결합은 기호 과정을 통과하여 완성된다. 즉 기호적 성질을 가지고 있다.

³⁾ 日本·數學教育會誌 1964년 第Ⅳ卷 ⁴⁾ 日本·數學教育會誌 1964년 第Ⅳ卷 ⁵⁾⁶⁾⁷⁾⁸⁾ 日本·數學教育會誌 1964년 第Ⅳ卷

논리학에서는 곧잘 命名 또는 命辭란 말을 쓰고 있다. 人間은 自由로 이 記號를 만들어 操作하는 能力이 있을 뿐, 기호는 다시 다른 기호에 의하여 置替하는 과정은 어느 단계도 겹쳐지는 것이다.

이 感覺의 印象을 결합하는 기호 과정은 보통의 말에 따라 行해진다. 概念은 바로 言語化되어 같은 말로 다른 가지 가지의 경험에 결부되는 것이다.

(7) 超感覺性을 가진 개념이 있다. 感覺의 경험이 素朴한 개념의 발달에 중요한 역할을 하며 다른 감각적인 경험에서 나타나는 경험이 있다. 이와 같은 어떤 종류 즉 추상적인 개념은 감각적 경험보다 말이 어떻게 사용될까 하는 洞察에서 생긴다고 한다.

數學은 高度의 抽象的인 개념으로 가득차있고 새로운 개념이 차차로 그것에 까지 도달한 多數의 개념에 따라서 定義되어 간다. 그리고 그것들의 대부분의 개념은 연산 변화등의 조작의 개념, 함수의 개념, 相關關係 位相의 關係등의 관계개념, 次元, 群, 環등의 체계에 관한 명제나 조건의 理論的 關係등의 論證에 관한 개념등에서 보는 바와 같이 그 자신이 고도의 추상성에 따라서 구성된다. 때로는 이들 다 개념간에 潛在하는 關係의 洞察에 따라서 경험되는 개념이다.

이상 개념의 본질적 여러가지 특색을 적어 보았지만 수학적 개념의 발전이란 관점에서 생각하며는 학습능력에 있어서의 成長은 개념적 발전에 있어서의 성장이라 할 수 있다.

그런데 개념은 여하히 形成 될까를 研究하는 것은 산수의 학습지도에 있어서 보다 重要的인 일이다. 따라서 개념형성의 心理的 洞察에 있어서는 抽象化와 一般化와의 문제를 깊이 파고들 필요가 있다.

먼저 추상작용이란 한개의 感官的 經驗을 다른 경험에 연락하고 있는 내용이 남아서 다른 내용이 현저하게 되는 과정을 의미하는 것이다. 여기서 개념 작용이란 어느 뜻에서는 이것들을 현저하게 한 내용을 나타내는 반응이라고 할 수 있는 것이다.

일반작용은 추상작용에 따라서 일어난 上記의

현저한 내용을 이 추상작용에 따라서 연락되어 個個의 여러가지 대상에 대하여 같이 반응하는 基底로 하여 쓰여지는 것을 意味한다.

개념형성에 관한 學說은 概念形成 과정에서 추상 작용과 일반화 작용에서 어느것에 무게를 두는가에 따라서 크게 나눌 수 있다. 여기서 말하는 일반화 작용을 강조하려는 학습자가 試行 錯誤的 行動, 能動的 行動에 따를 것이다. 즉, 參加者의 主張도 있고 視覺性 보다 操作性이 優位이다.

그러기 때문에 주의하지 않으면 안될 것은 자극의 단순화와 努力 動機등이 重要的인 일이다.

이상의 관점에서 개념형성의 성립方式을 다음 두 가지로 분류해 본다.

“能動的 操作方式”^{*)} (A 方式)

학습자는 지도자가 제시하여 주는 것을 스스로 문제로 하여 적극적 능동적으로 시행 착오를 해서 洞察하고 自問 自答하여 이것을 점정한 뒤에 어떤 것은 認容하고 棄却하든지 하는 과정을 취하여 多目的인 操作에서 부터 全體의 體系에 걸쳐 一般的 關係에서 개념을 形成하는 方式이다.

따라서 이 方式은 일반화 과정이 강조되는 것이고 現代의 事物에서 一般的 關係로 개념을 形成하는 경우에는 다음의 순서로서 지도 실천케 한다.

(1) 形成되는 개념에 內在하는 사상을 多數 揭示한다.

(2) 학습자는 이것을 능동적으로 多面的인 조작에서 탐색한다.

(3) 일반적 전체적 관점에서 비교하여 공통점을 抽象한다.

(4) 체계적으로 총괄하여 내포적 의미의 개념 형성일 때는 조건을 분명히 하여 一般化해서 命名한다. 命名의 명칭은 지도자가 제시한다.

(5) 지도자는 그 수학적 표현을 명확하게 지도한다.

“受動的 寫像方式”^{*)} (P 方式)

學習者는 지도자가 제시하는 것에 스스로 맡아 知覺을 通하여 受動的으로 받아 드리고 自己의 操作에 따라서 概念을 形成하는 方法이다. 따라서 이 方法은 抽象化 과정이 強調되는 것이

고 개념의 구성요소를 될 수 있는대로 명확하게 나타내며 知覺에 알리게 하여 개념을 성립되게 한다.

이 방법에 따라서 다음과 같이 지도실천을 한다.

(1) 형성하려는 개념의 요소가 視覺적으로 명확하게 지각되는 것을 제시한다.

(2) 지도자는 그 제시한 것을 학습자에 비교시켜 印象을 加하여 思考케 한다.

(3) 지도자는 비교한 것에서 공통점을 抽出하게 한다.

(4) 抽出한 것을 총괄하여 內包的 意味의 개념형성일 때는 조건을 명확히 하고 一般化하여 그의 命名을 指導한다.

(5) 지도자는 그 수학적 표현을 명확하게 지도한다.

앞에 말한 개념형성의 성립방식 즉 能動的 操作方式과 受動的 寫像方式 이 두 가지의 各項에 대하여서는 다음 기회에 적당한 項目(문제)을 만들어서 실제 지도하고 이 두개의 方式이 어떠한 결과를 나타낼지에 대하여 實驗的 研究를 통하여 조사하여 다음 號에 실어 불러는 것이다.

Ⅲ. 算數的 思考

학습에 있어서의 思考란 과제를 파악하던지 과제를 해결할때의 心的過程이다. 思考의 活動樣式은 表象에 따라서 外界를 머리 속에서 만들어 내고 머리 속에서 시행착오와 洞察이나 對話를 행하는 것이다.

개념이나 그의 意味는 思考의 靜態이다. 즉, 개념이나 그의 의미 내용은 思考活動의 결과이고 그것을 거점으로 하여 다시 사고 활동이 행해진다. 이것을 개념적 사고라 하며 이 思考가 數學的 思考에 있어서는 重要的 것이다.

思考는 한 개의 精神活動이다. 따라서 心理的인 面과 論理的인 面이 있다. 心理的인 面에 있어서는 思考活動의 發生과 思考過程이 있다, 即 思考活動이 어떻게 일어나는지 또 어떻게 해서 思考가 行해지는가 이것에 관한 一定의 질서를 찾아 보려는 것이다.

論理的인 面에서는 思考 結果의 產物이고, 어떻게 思考할까 또 正確한 思考란 어떤 것인가를

문제로 하는 것이다.

예를 들면 귀납추리, 연역추리, 類比推理 등 추리를 분류한 것은 論理的 立場에서의 분류이고, 학습지도에 있어서는 그와 같은 추리의 분류 만으로는 지도효과를 올릴 수 없어 思考心理를 生覺해 볼 必要가 있다.

思考의 發生을 개념이나 그의 意味에서가 아니고 緊張이나 課題로서 發生하는 것이지만 그러나 얻어진 개념을 응용하는 思考活動도 더러 일어난다.

그러므로 既成 概念의 組合에 따라서 새로운 개념을 만들어 내는 思考活動도 있다. 이것만이 學習者 個人에 있어서의 創造的 思考이며 學習도 여러 가지로 發展하지 않으면 안될 것이다.

思考活動에는 習慣的이 아닌 知的 操作을 적용하여 시험하는 시행착오적 사고 또 어떤 一種의 洞察에 따라서 既得의 조각이 豫見되어 선택되는 洞察의 思考와 조금 전에 말한 創造的 思考가 있다.

人間生活과 같이 복잡한 것은 欲求體系가 分化하여, 가지 가지의 선택 가능성이 나타나므로 그의 선택의 거점이 되는것은 相當히 安定된 구조를 갖고 있음이 필요하다. 또 이 構造의 安定의 역할을 引受하는 것이 言語의 記號와 그것을 기초로 하는 知識 體系이다. 실로 간접적행동은 言語 機能과 그것에 따른 知的體系에 따라서 처음으로 가능하다.

以上的 觀點에서 사고는 문제 해결이다. 문제 해결이란 그의 事象의 어떤 部分에 있는 變化를 가지지 않는 것으로서 知的操作이 行해지는 것이며 여기서 操作의 本質的 特色이나 思考하는 것에 대하여 조사하여 보기로 한다.

(1) 操作에는 어떤 事象에 대하여 그 事象의 어떤 部分에 變化를 주는 活動이다. 또 操作은 구체적 조작과 知的 操作으로 나누어진다. 구체적 조작은 구체물을 직접으로 움직여서 그의 事象의 어떤 상태에 變化를 주는 일이다.

산수에서 예를 들면 종이로 만든 두개의 合同인 직각 2등변 3각형의 一邊을 붙여, 한 개의 직각 2등변 3각형을 만들때 구체적 조작이 된다.

知的 操作은 어떤 과제를 파악하여 그 파악한

事象에 대하여 특히 어떤 부분에 따라서 머리속에서 만들어 내고, 어떤 개념에 따라서 파악되는 상태에서 변화를 주어 그의 事象 그 부분에變化한 것으로서, 思考對象에 있는것을 움직이게 하는 것이다.

이때 개념이 조작의 본질을 분명히 하는 것이고, 수학에 있어서는 연산이나, 變換등에 결합, 對應, 寫象, 變換등의 움직임이 知的操作이고, 그 어느 것이나 思考對象에 따라서 파악의 상태에 변화를 주는 움직임이다.

算數에 있어서 예를 들면 “한 자루 8원 하는 연필을 다섯 자루 샀을 때의 代金은 얼마인가”란 과제에 대하여 代金이란 부분을 대상으로 하여 8원과, 다섯 자루를 관련 지워 $8원 \times 5 = 40$ 원과 승법의 개념에 따라서 40원이라는 數値에變化한 그것을 思考對象의 代金으로 한다. 이때의 $8원 \times 5 = 40$ 원이 知的 操作이다. 그리고 이豫見이 洞察的 思考이다.

(2) 조작에는 어떤 事象에 대하여 그 사상의 어떤 부분의 상태에 변화를 주는 활동이지만, 그 사상의 어떤 부분을 파악하는 것은 개념에 따른 추상 작용이다. 그래서 어떤 變化를 주는 움직임을 개념에 따른 一般化 作用이다. 이 경우算數에 있어서는 操作을 記號에 따른 式으로 表現하는 것이 많고 또 公式까지 發展할 必要가 있다.

예를 들면 앞에서 말한 「代金」을 思考의 對象으로 하는 것은 「代金」이란 개념에서 추상하는 것이다.

「한자루 8원의 연필 5자루의 代金」이란 것을 「代金」은 (단가) \times (산 자루數)이란 知的操作에서 $8원 \times 5 = 40$ 원과 同意이지만 變化한 形態로 하는 움직임은 操作 概念에 의한 一般化 作用이다. 따라서 知的操作이 成立되는 것은 事象에서 무엇을 抽象하든지 또는 그 추상된 사상에 대하여 如何한 개념의 一般作用을 加하는 가에 따른다.

이것은 思考心理의 立場에서 算數에 있어서 「狀況分析 思考」라 칭하기도 한다. 이것은 개념과 그의 記號 表現을 기반으로 하여 同意語 反復으로 한 知的操作이다.

(3) 학습과정에 있어서의 조작은 문제 해결때

문에, 사상 내용에 변화를 주는 활동으로서 操作이 行해진다.

探索은 살펴서 모우는 것이지만 어떤 사상으로 目的이 명확하게 파악되어 있고(문제 해결의 방향을 견주어 주는 것으로서 이 思考를 思考心理的 立場에서 方向決定 思考라 칭하기도 한다) 그의 目的 達成의 수단을 보는 것이 洞察이지만 그의 수단이 분명하지 않을 때는 그것을 發見하기 때문에 그 事態에 대하여 개념이나 原理 法則을 묶어서 그의 수단을 발견하기 爲해서 움직여 나가는것이 탐색이고 그의 수단이 操作이 된다.

위에 말한바와 같이 탐색에 있어서는 사상 구조의 부분에 있어서 이것을 탐색하여 새로운 관계를 결정하여 다시 그것에 따라 새로운 단계의 발견을 容易하게 하는 탐색을 「部分探索」이라 칭하기도 한다.

算數에서 예를 들면 “18m의 끈을 A, B 두 사람에게 나누어서 B에는 A의 60%보다 2m 길게 되게끔 한다”란 문제에서 그의 사상구조의 부분에 있어서 B에 나누어지는 길이를 알려면 무엇을 알면 좋을가를 결정하여 그것에는 A의 길이를 알면 좋을 것이다. 그것은 $A+B=18$ 과 같이 表現을 變化시키는 操作概念에서 발견되는 것이고 이것이 部分探索이다. 여기서 A의 길이를 zm 라 하면 B의 길이는 $(0.6 \times x + 2)m$ 가 되나 이 思考는 狀況分析 思考이다.

摸索 이것도 역시 살펴서 모우는 것이지만 手段은 勿論이고 명확한 目的에서나 不明確할때의 目的이나 手段 그 自體의 發見을 구하려고 하는 것이며 이렇게 활약하는 것이 모색이고 그의 수단이 조작이다. 이때에도 事象構造의 部分에 있어서 思考할 때는 部分探索이다. 그러나 全體에 行해질 때는 全體探索이 되는 것이다.

(4) 操作의 內容은 概念에 따라서 規定되지만 操作의 連結는 可能하다. 어떤 사상구조의 두개의 部分에 操作을 加해서 그의 部分에 變化를 주어 움직인 결과에 다시 어떤 操作을 行하는 것에 따라서 문제해결이 되는 것이다.

算數에 있어서는 조작 결과가 記號에 따른 式 表現으로 되어, 다시 그의 두 개의 式의 결합이 어느 조작에 따라서 맺어지는 수가 있다. 이와

같은 操作의 連結를 찾는 思考는 「총합적 통찰」이다.

즉 事象의 構成部分에 a, b, c 가 있을때 a 에서 직접 b 로 읽을수 있을 경우는 狀況分析 思考이지만, $a>b, b>c$ 에서 $a>c$ 라고 읽어 얻을 수 있는 경우는 읽어서 얻는 $a>c$ 는 그의 土臺가 되는 $a>b, b>c$ 의 어느 것이든 포함되어 있지 않으므로 全體로서 읽어 얻어지는 경우 이것을 思考心理 立場에서 綜合的 洞察이라 칭하기도 한다.

(5) 操作에는 事象構造의 表現을 代置하는 것도 있다. 예를 들면 文章表現에 의한 事象을 式으로 表現 代置하든지 그림 表現으로 바꾸어 놓은 것도 한개의 知的 操作이다. 이런 것은 (1)에서 조사한 것이지만 수학적 사고에는 중요한 것으로서 다시 조사해 보기로 한다.

예를 들면 산수에서 「A와 B가 가지고 있는 돈의 합은 225원이고 A는 B보다 25원이 많다고 한다. A와 B는 돈이 각각 얼마냐?」란 문제인데 이 文章에서 表現된 事象을 다음과 같은 선분으로 표현할 때 그의 表現을 바꾸는 思考의 움직임이 조작이다.



以上은 조작의 본질적 특색을 말 했고 수학의 본質의 特色으로는, ① 抽象性 ② 系統性 ③ 論理性 ④ 記號性이 들추어져 있으므로 수학에 있어서의 조작은 以上の 특색에 의하여 행해진다. 즉 구체적 사상에 抽象된 對象에 대하여 操作 및 記號에 따라서 表現되는 조작이 많다. 그러므로 그의 조작에는 論理的이고 系統的으로 構成된다.

그래서 算數에 있어서의 目標은 數量 圖形에 관한, 基礎 概念이나 原理의 理解 및 그의 知的 技能을 綜合적으로 適用하여 日常의 문제를 해결하는데 있다. 그리고 算數的 思考가 行해지는 算數的 개념과 산수적 조작이 必要하다.

한편 知的操作이 行해지는 그의 문제의 目的 方向이 決定되고 그의 目的方向에 있어서 그 문제의 狀況分析 思考가 行해지고 그러기 위해서 추상과 一般化에 따라서 문제에 있는 意味의 變化를 주는 조작이 行해지지 않으면 안된다.

다시 복잡한 문제일 경우에도 그의 事象에 따라서 部分探索이 行해지지 않으면 안된다. 그리고 또 그의 事象 全體구조에서의 綜合적 洞察結果로서의 操作의 연결에 의한 事象 變化가 行해져서 문제 해결이 前進된다.

以上과 같이 思考心理 立場에서 “思考의 領域을 다음과 같이 分類한다.”⁹⁾

I) 方向決定 思考~무엇을 구하느냐.

II) 狀況分析 思考~^{II₁} 文章→式
^{II₂} 文章→式→公式

III) 部分探索 思考~미지수를 무엇으로 하느냐.

IV) 綜合的 洞察~等式을 세운다.

算數에 있어서는 문장제 해결을 위해서 數量 圖形의 개념이나 조작의 개념이나 原理의 理解가 必要한은 分明하고 그 理解가 깊으면 해결을 위한 思考도 잘 되어짐을 生覺할 수 있다.

그런데 그것만으로는 문제 해결의 思考는 充分히 行해질 수 없고 어떤 문제에 대하여 既得 學習能力에 따라서 可能한 事項을 全體 構造의 으로 파악할 必要가 있다. 그러기 爲해서는 事象을 多面的으로 探索하여 試案에 대한 해결의 수단으로서의 操作을 보는 힘, 즉 狀況分析 思考部分探索이나 綜合的 洞察力에 의한 操作을 行할 必要가 있다고 生覺한다.

以上에서 「多面的 探索에 의한 操作의 洞察力이라하는 한개 능력으로 생각하여 ① 개념의 이해, ② 文章類 해결력, ③ 多面的 探索에 의한 조작의 洞察力」의 3者の 관계를 조사 연구 해볼만도 하다.

사실 문장제 해결력으로서, 산수적 사고력을 기르는 학습지도로서 「개념형성」과 多面的 探索에 의한 操作의 洞察力의 指導가 必要할줄 믿는다. 그런데 개념형성에 대해서는 앞에서 言及한 바 있기 때문에 여기서는 略하기로 하고 우선 「多面的 探索에 의한 操作의 洞察力」의 指導方法에 대하여 몇 가지 말하고 싶다.

그런데 몇 가지 項目에 대해서도 구체적인 問項을 작성해서 實驗研究를 하여 다음 기회가 있으면 앞의 개념형성의 성립과 같이 발표하려고 한다.

(1) 事象을 提示한다.

(2) 학습자가 그 事象에서 試案을 세워 놓고 그의 試案을 음미하기 爲한 思考를 하게스림 指導 助言한다.

(3) 학습자가 全體구조적으로 여러 가지 角度에서 探索하게끔 지도 助言한다.

(4) 試案에 대하는 解決의 手段으로서 操作을 보기 爲한 思考를 하게 한다.

(5) 각각의 試案에 대하는 結果를 구한다. 이것을 학습자 자신에게 구하게 한다.

(6) 구하는 結果의 사상과의 關係를 思考에 의하여 吟味시킨다.

IV. 結 言

이웃 日本數學教育會에서도 유치원 어린이부터 이 “概念的 思考를 여하히 지도해야 될 것이냐”하는 문제를 두고 여러 教師 및 學者들이 研究를 하고 있다는 것을 그들의 會誌를 通해서나 學會에 參席하고 온 분들에게서 듣기도 한다. 사실 개념을 確實하게 한다는 것이 어린이에게 算數·數學을 잘하게 하는 要因이 아닐수 없다. 筆者가 高校 在職時 正四角形이 直四角形이라 할 수 있는나는 질문을 받은 기억이 난다. 이것도 이들의 개념을 분명히 이해하지 못해서 올어난 것이 아닐가도 싶다.

사실 지도자는 進度 云云하고 原理 法則만에 注意를 加하여 進學을 爲한 문제 풀이에 及及한 학습지도를 하고 있는 실정이다. 비록 이 지도법이 진학하는데는 도움이 될지 모르나 얼마 안가서 아무 것도 모르는 어중재미를 만드는 결과가 됨은 우리들의 경험에서 말할 수 있다. 그러기 때문에 우리들은 개념 내용의 이해와 그들의 成立方式, 나아가서 形成過程을 充分히 研究하고 또 數學 特質의 思考를 잘 이해함으로써 보다 나은 指導가 될 것으로 믿는다. 요즘 국민학교 새 교과서에 집합에 있어서의 포함관계의 기호를 넣는다고 하는 것도 개념을 분명히 하는데 있을 것으로 본다. 즉 개념을 명확히 하는 것이 하나의 目標로 보아야 되겠다는 것이다.

參考 文獻

- ① 교육대학 교양수학 교육대학 교재 연구회
- ② 集合の 考え その 指導事例(算數科) 明治圖書
- ③ 數學教育の 現代化 日本數學教育會編 培風館
- ④ 日本數學教育會誌(1956~1970)
- ⑤ 數學教育事典. 明治圖書
- ⑥ 小學校 教師 のための 算數科 岩崎書店
(晋州教育大學 助教授)