

<論 說>

수학 교육 방법 개선과 교육자료 개발의 연구를 위하여

朴 漢 植

I. 序 論

수학 교육의 현대화가 우리 나라에도 파급되어, 여러 곳에서 현대화가 주창되고 연구되고 있으며, 원교부에서는 수학 교육 과정의 개편에 착수하고 있다. 그런데 여기서 한 가지 주목할 일은 이들 현대화가 주로 교육 과정의 내용에 한정되고 있다는 것이다. 이미 새교육³⁾에서 지적한 바와 같이 교육 과정의 내용 곧 지도 내용의 연구도 중요하지마는, 이에 못지않게 지도방법의 현대화도 또한 시급하고 중요한 것이다.

1969년 8월 25일부터 6일간 프랑스에서 개최되었던 ICMI(수학 교육 국제 위원회) 주최의 제 1회 수학 교육 국제 회의의 결의문 제 1항을 보면²⁾ “세계의 모든 국가는 수학 교육의 현대화를 시라버스의 내용에서뿐만 아니라 그것을 지도하는 방법에서도 될 수 있는 한 강력히 추진을 해야 한다. 내용과 방법은 분리 불가능한 것이다. 그리고 끊임없이 주의 깊게 조사를 해야 한다.”로 되어 있다. 이것으로 미루어 보아도 위에서 말한 중요성을 알 수 있을 것이다. 또 계속해서 제 4항은 “수학 교육의 내용과 방법은 급격한 발전을 보이고 있다. 따라서 수학교사는 재직 중에 그 연구를 한층 더 추구할 기회가 주어져야 한다.”로 되어 있다. 수학 교육의 현대화가 내용에 못지않게 지도 방법에서도 이루어지고 있음을 알 수 있다. 대한 교육 연합회가 내세운 교육방법의 개선과 교육 자료 개발의 연구 주제는 수학 교육에서도 시기에 맞는 적절한 과제로 볼 수 있다.

앞으로 이 연구 주제의 선에 따라서 연구하는 분들을 위해서 이 논문은 몇 가지 참고 사항을 제시해서 연구의 길잡이를 제공하려 한다. 곧 II

는 교육 공학을 간단히 살펴보고 수학에의 적용을 고려할 것이며, III은 국내의에서 연구된 것들의 소개를 할 것이며, IV는 앞으로 연구할 과제·문제들을 제시할 것이다. V에서는 이들 연구를 하는 데 있어서의 일반적인 유의 사항, VI에서는 결론으로서 연구하는 데 있어서의 기본적인 태도를 논할까 한다.

II. 教育工學과 이에의 接近

우선 교육 공학이 무엇을 뜻하는지를 생각하자. 아즈마³⁾에 의하면 교육공학을 3가지의 면으로 고찰하고 있다.

곧 첫째는 교수의 목적을 위해서 사용되는 전기 기구가 기계적인 기구, 곧 hard ware를 제공하는 공학 기술의 응용으로서 녹음기, 영사기, 환등기, 텔레비전, 티칭 머신(teaching machine)에서 전자 계산기를 중심으로 한 교육 구조 등이 이 뜻으로서의 교육 공학의 대상이다.

이것에 대해서 둘째 뜻으로서의 hard ware에 관계되는 공학이라고 하는 것보다 오히려 理學에 대한 공학이라고 하는 따위가 된다. 곧 인간의 학습 과정에 관한 과학적인 지식을 교육 기술화시키는 것이다. 학습 이론, 커뮤니케이션 이론, 認知 이론 등의 행동 과학의 공학화라고 할 수 있을 것이다.

끝으로 셋째 뜻으로서의 교육 공학이라는 말이 사용되는 일도 적지 않다. 그것은 학교 장면이나 학급 장면에서 인간의 신체적 및 심리적인 기능에 적합하도록 책상·의자를 비롯한 교실이나 학교 건축, 또는 교과서의 활자에서 칠판의 빛깔까지 고려하는 따위의 공학으로서 교육 장면에서의 인간 공학의 적용이라고 할 수 있을 것이다.

이상과 같은 뜻에서 대체적으로 말하면 전자·전기·기계 공학에 입각한 교육 공학, 행동 과학에 기반을 둔 교육 공학, 인간 공학의 일부로서의 교육 공학과 같이 세 가지로 생각된다. 그러나 이것으로 세 가지의 교육 공학이 있다고 생각한다는 것은 옳지 못하다. 오히려 이들 세 가지는 서로 밀접하게 관련되어 있는 것이다. 이를테면 스킨너(Skinner)의 학습 이론과 티칭 머신의 관제를 보나 또 티칭 머신에 인간 공학적인 배려가 충분히 고려되어야 함은 물론이다. 따라서, 교육 공학은 이들 개념을 통합하여 종합적으로 생각하는 것이 좋을 것 같다.

어쨌든 교육 공학은 교육 방법의 가장 효율적인 것이 뭇인가를 구하기 위해서 생긴 것일 것이다.

김 중서⁴⁾에 의하면, 수업은 독립 변수이고 학습은 종속 변수이다. 그리고 수업은 一意的이지 마는 학습은 多意的이라고 하였다. 이것은 바꾸어 말하면, 학습이 수업에만 의존해서 결정되는 것이 아니고 다른 요소의 영향도 받는다는 것이 된다. 지금 다음과 같은 집합과 함수를 생각하자. 끝

1. 가능한 수업의 방법 t 의 집합 T
2. 주어진 학습 환경과 여건 c 의 집합 C
3. 수업의 방법 t 의 결과로서의 학습 성취도 l 의 집합 L
4. 여건 c 밑에서의 수업 t 와 성취도 l 과의 함수 관계를 f 라고 하면 $l=f(c, t)$ 가 될 것이다.

그러면 어떤 여건 c 가 주어졌을 때, 수업을 하는 사람으로서는 l 을 최대로 하는 수업 방법 t 를 정하는 일이 바람직한 것이다. 이 최대값 l 을 얻는 수업 방법 t 를 결정하기 위해서 교육공학을 적용하자는 것이다.

수학 교육에 교육공학을 이용하기 위하여 위의 각항을 보다 구체적으로 살펴보자.

1. 집합 T

우리들은 가능한 모든 수업 방법을 알고 있지는 않다. 수학 수업에서 일반적으로 실시되고 있는 유형은 (1) 강의식 : 교사의 강의·설명이 중심이 되는 것, (2) 문답식 : 교사와 학생 사이의 문답으로 수업을 진행시키는 것, (3) 토의식 :

(2) 보다 다소 학생들 사이에서의 문답이 활발한 것, (4) 교과서 중심식 : 교과서가 중심이 되어 수업이 진행되는 것, (5) 시청각 교재의 사용 : 패도·실험 기구·T.V. 등의 시청각 교구가 중심 또는 보조로써 행해지는 것, (6) 연습 시간 : 계산 연습, 응용 문제의 해결, 작도 등의 구성 활동, 실측 등 연습의 단계를 취급하는 수업들이 있다. 또 학생들의 학력을 고려해서 능력별 그룹으로 구분하여 지도하는 능력별 수업과 그렇지 않은 일제 수업이라는 구분도 생각할 수 있다. 그리고 대상을 학생 개인에 대해서 하는 개별 수업, 이것에 대해서 일반적인 것이 전체 수업이라 할 수 있을 것이다.

그런데 앞으로는 이들 방법이 보다 진보되고 새로운 것으로 김 중서⁴⁾는 발달한 학습 기계, 폭 넓은 방송망, 그리고 수업의 개별화에 관한 연구로서 프로그램 수업, 개인 처방 수업, 계산기에 의한 수업을 들고 있으며, 또 수업-학습 진단 조직에 관한 최근의 연구로서 팀 티칭, 트럼프안, 수업-학습 과정에 관한 연구로서 플랜더즈의 언어 상호 분석 등을 들고 있다.

그러나 이러한 것도 교육 방법으로서 가능한 것의 일부라고 보아야 할 것이다. 이 이외의 가능한 T 의 요소를 교육 공학자나 교육학자들이 앞으로 연구하고 발견하면 수학 교육에 이를 적용하여 보다 큰 l 을 유도할 수 있을 것인가를 연구해 나가야 할 것이나, 또한 수학 교육을 연구하는 사람들이 독자적으로 새로운 방법을 모색할 수도 있을 것이다.

2. 집합 C

주어진 학습 환경이나 여건의 집합의 요소를 동일하게 하는 일이 중요하다. 여기서 학습 환경이나 여건이라고 하는 것은 학생들의 능력이나 성격, 교재의 성질, 교재관, 학급 진단의 성질, 교실, 교구, 나아가서는 재정적인 여건 등의 조건에서 일반적인 환경까지를 모두 포함한다. 그런데 이들 조건 가운데는 결과에 영향을 주는 것과 주지 않는 것이 있을 것이다. C 의 두 요소 c, c' 에 대해서 T 의 어느 요소에 관해서도 $f(c, t)=f(c', t)$ 이면 c, c' 의 구별은 우리들의 연구 문제에 관하여 필요 없는 것이다. 그러나 영향을 끼치는 C 의 요소에 대해서는 그 조건을

동일하게 해놓고 T의 요소를 서로 비교·조사 연구하여야 한다.

3. 집합 L

결과 I의 평가 또한 중요하다, 이를테면 한편에게 $\bigcirc \times$ 식 연습을 가미한 수업을 해놓고 평가를 하는데 $\bigcirc \times$ 식 출제로써 결과를 측정한다면 공정한 평가라고 할 수 없을 것이다. 따라서 연구 목표를 내 세울 때 그 결과의 평가 문제도 아울러 공정하게 연구 검토되어 있어야 할 것이다.

Ⅲ. 研究 狀況

수학 교육에서 이미 주제의 선에 따라 연구된 논문을 국내외에서 몇가지 추려서 살펴볼까 한다.

1. 기계 공학적인 면

대한 교육 연합회나 한국 수학 교육회가 주최한 전국 교육 연구 대회나 전국 수학 교육 연구 대회가 우리 나라에 있어서의 유일한 수학 교육 연구의 발표 대회로 볼 수 있는데, 여기에서 기계 공학적인 면에서의 교육 공학을 적용한 교육 방법의 연구는 전연 없다고 해도 과언이 아니다. 이것은 우리 나라가 재정적으로 빈곤하다는 것에도 원인이 있겠으나 수학 교육이 책과 분필만으로 이루어진다고 생각하고 있는 교육 행정가나 일선 교육자에도 책임이 있는 것으로 생각된다.

굳이 이 방법의 연구라고 볼 수 있는 것은 대한 교련 주최 제 7회 전국 교육 연구 대회(1963년 10월 21일~23일)에서 발표한 장기완: 입체 기하의 교구 제작⁵⁾을 들 수 있다. 이것은 입체 기하의 교구를 철사와 비닐 호스 등을 사용하여 만들어서 입체 기하의 교수를 능률적으로 실시한 연구 보고이었다. 이 논문에서 지적되어 있는 바와 같이 공간 지식을 지도하는데 있어서의 애로는 교구를 사용함으로써 해소시키는 것인데, 그 교구를 철사와 비닐 호스 등 우리들의 주변에서 구하기 쉬운 자료로써 교사가 손쉽게 만들 수 있다는 데 큰 의의가 있다. 그런데 한 가지 아쉬운 것은 교구를 사용한 경우와 사용하지 않고 지도한 경우의 현장에서의 비교 연구가 되어 있지 않다는 것이다. 따라서 다대하다고

말한 필자의 교육적인 성과의 과학적인 뒷받침이 없는 것이 흠이다.

다음에는 일본에서 연구된 이 방법의 몇 가지 실례를 살펴보자.

스즈키(鈴木): OHP를 이용한 학습 지도와 그 문제점⁶⁾은 수학에 대한 관심이 저조하고 의욕이 부진한 학교 형편에서, 알기 쉬운 교재를 택해서, 기초적인 개념을 파악시켜서 수학의 아름다움과 즐거움을 체험시키는 학습의 지도법을 구하다가, 오우버헤드 프로젝터(OHP로 약기함)를 이용하기로 하여 연구한 논문이다.

좀더 구체적인 것으로 이네카즈(稻員): 오우버헤드 프로젝터의 이용⁷⁾ 토야마(富山): 오우버헤드 프로젝터의 이용⁸⁾ 등이 있다. 전자는 복잡한 그림을 분필로 칠판에 그리는 것보다 정확하게 보일 수 있고 모눈 종이를 이용하는 방법을 적절히 그리고 정확하게 또 도형을 이동시켜서 보일 수 있는 이점을 이용해서 중학교 1학년에서 그래프가 직선이 되는 변화와 추론, 반비례의 그래프, 환산 그래프, 중학교 2학년에서 평면 좌표의 도입, $y=ax$ 의 그래프가 직선이 되는 것의 증명, 연립 방정식의 그래프 풀이 일차식의 그래프, 3학년에서의 이차 함수의 그래프 등의 함수 교재의 지도에 이용하여 효과를 얻은 것을 보고한 논문이다. 후자는 도형을 포갤 수 있고, 회전할 수 있으며 또 이동을 자유로이 할 수 있는 점을 이용해서 중학교 1학년에서 회전·점대칭, 선대칭, 삼각형의 내각의 합이 $2\angle R$ 이 되는 실증, 2학년에서는 등적 변형, 중점 연결 정리의 응용, 닮은꼴의 응용, 3학년 교재로서 두 원의 반지름과 중심 거리의 관계, 피타고라스의 정리의 증명 등 도형 교재의 지도에 이용하여 효과를 얻은 것을 보고한 논문이다.

다음에 영사기를 이용한 것으로 모리하라(森原): 8mm 영사에 의한 원주각의 실제 지도⁹⁾가 있다. 영사기에 의한 원주각 지도를 한 이유는 도형의 일반적 성질을 발전시키는 경우, 보통은 특수한 것에서 일반적인 것으로 발전시켜 나가는데, 이 경우 특수한 것에서 일반화하는 비약에 저항이 생긴다. 그래서 도형을 동적으로 잡아서 일반화를 지도하기 위해서 영사 지도를 한 것이다. 영사에 의한 도형 지도의 효과로서 ①

일반화가 쉽다. ② 동적으로 보는 데 있어서 변화 속에 불변화적인 것, 곧 성질이나 관계를 발견하고 추리를 해나가는 데 도움이 된다. ③ 단위 시간 안에 지도 효과가 있다. ④ 학습에 흥미와 관심을 갖게 할 수 있다. ⑤ 도형을 동적으로 파악하는 습관은 그려진 도형을 입체의 도형으로 볼 수 있다 등으로 되어 있으나 영사기를 사용하지 않는 경우와의 비교연구가 되어 있지 않다.

이 밖에도 녹음기 종류를 수학 교육에 이용한 연구 보고도 있으나, 끝으로 비교적 돈을 들이지 않고 교육 효과를 올릴 수 있는 것으로 마즈노(松野):도형 지도와 자작 교구에 대하여¹⁰⁾를 소개하겠다. 이 논문은 국민학교 5학년에서 아동들이 종이를 접어서 가위로 잘라 내어 도형의 개념 형성, 성질의 이해 등의 지도에 효과가 있었다는 연구 보고가 있다. 곧 주로 판서·도해에 의한 지도와 구체물·교구 등의 시범에 의한 지도 그리고 아동 자신의 구성 조작 활동을 통한 지도에 있어서 마지막의 방법이 다른 것에 비하여 월등히 효과가 있었다는 것이다. 도해나 시범에 의한 지도는 정착률이 좋지 못하고, 특히 개개의 교재에 대한 이해는 하고 있어도 성질이나 상호 관계의 파악 등 이미 학습한 것과 관련을 지은 사고 직관력에 차이를 보였다는 것이다.

2. 행동 과학적인 면

교육 공학의 이 방면에 입각한 연구 논문은 우리들의 주변에서 많이 찾아 볼 수 있다. 대한 교육 연합회 주최의 전국 교육 연구 대회나 한국 수학 교육회 주최인 전국 수학 교육 연구 대회에서 발표된 논문 몇 편을 소개하겠다.

김 두현: 이차 방정식의 지도 방안에 대한 실험적 연구¹¹⁾

이차 방정식을 중학교에서 지도하는 데 있어서 어떻게 하면 효율적으로 지도할 것인가를 주제로 하여 다음과 같은 가설을 설정하고 있다.

- ① I.Q가 높은 집단은 근의 공식으로 지도하면 자연히 해결될 것이다.
- ② 이차 방정식의 지도에 있어서 I.Q가 비교적 높은 집단에 대해서는 귀납적 방법보다 연역적 방법이 효율적일 것이다.

③ 이차 방정식 지도에 있어서 I.Q가 비교적 낮은 집단에게는 연역적 방법보다 귀납적 방법이 효율적일 것이다.

이러한 가설을 설정하였으며, 절차 연구는 다음과 같다.

- ① 문헌 연구·계획——방정식에 관한 것, 신구 교육 과정의 비교, 계획 작성
 - ② 기초 조사——실험 집단과 비교 집단의 I.Q. 테스트 이차 방정식을 지도하기 위한 기초 학력 조사
 - ③ 지도 순서 결정·학급 선정——지도 순서와 학급 선정, 지도 계획서 작성
 - ④ 실험——네 가지 순서로 4 학급을 실제로 수업
 - ⑤ 검증 및 해석——기초 학력 비교, 이차 방정식의 해법, 지도의 성취도 비교, I.Q 비교
 - ⑥ 정리——통계 처리, 연구 보고서 작성
- 그리고 지도순은 다음과 같다.
- ① 완전 제곱식→인수 분해→근의 공식→그래프
 - ② 근의 공식→인수 분해→완전 제곱식→그래프
 - ③ 그래프→완전 제곱식→인수 분해→근의 공식
 - ④ 인수 분해→근의 공식→그래프→완전 제곱식이다.

이 논문에서 볼 수 있는 지도 순서의 문제는 수학이 계통적인 학문이므로 여기저기에서 발견할 수 있다. 국민 학교에서의 구구의 지도 순서도 마찬가지겠다. 위의 논문에서 이미 이러한 분야에서 연구된 것에 대한 참고가 빈약한데 이 논문이 발표될 당시는 우리나라의 각 연구가 지역적으로 국한되고 그곳에서 사장되어 서로 보도 보급되지 않아서 참고하기가 어려운 환경에 놓여 있었기 때문일 것이다. 한 가지 이 논문에서 아쉬운 것은 통계 처리에 있어서 현대 통계학의 적용이 약하다는 것이다. 그러나 맹목적으로 교과서의 순서에 따라 획일적으로 지도하는 일선의 현실에 대해서 좋은 연구라 할 수 있다.

고 대석: 아동의 도형 변별 능력에 대한 조사와 그 지도 개선책¹²⁾

교과서에 나와 있는 도형은 일반적으로 그 도형의 특징을 파악하기 쉬운 위치에 놓고 지도하며 그 위치가 다른 것은 복합 도형에나 나타나고 단독으로는 제시하고 있지 않는 것이 통례이다. 따라서 이들 사이에서 아동의 도형 변별에 비약을 요구하고 있다. 이것에 착안한 것이 이 연구 논문으로서, 연구 목적을 다음과 같이 설정하고 있다.

- ① 형의 변화, 위치(방향)의 변화, 결손 등의 조건에 의하여 특징의 용어와 결합된 도형을 어느 정도까지 변별할 수 있으며 그 개념을 지니고 있는가를 조사하여 본다.
 - ② 조사 결과를 분석 검토하여 도형변별에 관한 문제점을 발견하고, 그 지도 대책을 연구하여 도형 지도법의 개선을 꾀한다.
- 이 조사 연구에서의 지도 대책은 다음과 같다.
- ① 조각과 작도 구성 활동을 중시하여 동적으로 지도 이해시키도록 힘써야 한다.
 - ② 다양한 도형 제시가 이루어져야 하겠다.
 - ③ 도형의 구성 조건에 깊이 착안하여 과학적으로 보고 다루는 습성을 길러야 한다.
 - ④ 계통적 지도가 요청된다.

이에 대한 계속 연구로서 마즈노¹⁰⁾의 연구와 같은 것을 생각할 수 있다.

호 문용 : 학습 기계에 의한 학습 지도의 사례 연구¹³⁾

우리 나라 수학 교육에 프로그래밍을 도입한 최초의 연구인데, 책의 발행 목적 때문에 프로그래밍의 해설도 다소 서술되어 있다. 이것은 일반적인 연구 논문에서라도 그 내용에서 도입되는 것이 수학 교사들에게 새로운 것이면 그것을 알아 볼 수 있는 참고 서적을 제시하든지, 참고 서적을 손쉽게 구할 수 없는 경우이면 상세한 설명이 선행되어야 할 것이다.

이 논문은 종래의 전통적인 방법에 의한 수업과 비교해서 프로그래밍의 지도가 효과적인 것을 통계적인 자료에 의해서 결론을 맺고 있다. 그러나 그것은 적어도 이 논문에서 취급한 순열에 대한 것이다. 순열에 대한 교재를 수학 교육 전반에 걸친 결론으로 우리가 생각해서는 안 되겠다.

끝으로 이 논문에서는 통계적 처리가 잘 되어 있음을 부언해 둔다. 다른 교과는 모르되 적어

도 수학 교육에 관한 논문에 있어서의 통계 처리는 통계 처리 자체가 수학의 한 분야인 이상, 올바르게 다루어져야 할 것이다.

호 문용 : linear programs 와 branching programs 의 수학을 통한 비교 사례 연구¹⁴⁾

이 논문은 프로그램의 두 형태 곧 Skinner 의 linear programs 과 Crowder 의 branching programs 을, 지수 법칙을 지도하는 데 적용하여 어느 편이 여러 모로 바람직한가를 연구한 것이다. 수학 교육의 분야에 따라서는 프로그램 학습이 효과적이라는 것이 위 논문에서 연구되었으므로 계속 연구로 볼 수 있다. 이러한 계속연구의 풍토가 우리 나라의 현실에서는 매우 어렵다. 왜냐하면 여러 사람이 연구한 것이 있으면 그것을 발판으로 연구를 해 나가면 보다 고차적인 연구도 되고 또 이미 연구한 것에 대한 평가 검토도 할 수 있을 것인데, 대체적으로 우리 나라의 연구 현실은 이미 연구한 것에 대해서는 의면하고 항상 원점에서 출발하는 느낌이 있기 때문이다.

이것은 연구하는 사람보다도 이미 연구된 것을 수록하여 배부하는 논문지 같은 것이 결핍된 데도 원인이 있겠으나, 대한 교련 주최의 연구 대회나 한국 수학 교육회의 연구 대회에 적극적으로 참가한다든지 또는 한국 수학 교육회 같은 학회에 가입해서 연구한 논문을 회지에 발표하도록 하고, 또 회지를 통해서 이미 발표된 연구 논문을 읽도록 하면 이러한 현상은 어느정도 해소될 수 있을 것이다.

위 논문인 linear programs 에서는 학생의 능력에 따라 시간차가 생겼지만 우수한 학생도 step 전부를 지진아와 마찬가지로 거쳐야 했기 때문에 우수한 학생에게는 지루한 감이 있었고, branching programs 에서는 우수한 학생은 prime path 를 가게 되기 때문에 거치는 frame 의 수가 적어서 지진 학습자보다 짧은 시간에 끝낼 수 있었음을 지적하고 있다.

그리고 결론으로서 다음과 같이 말하고 있다.

- ① 지수 법칙은 linear programs 으로 작성 지도하여야 한다. 이는 진행이 고정되어 있고 rule 이 기억되기 때문이다. 만일 확률을 지도한다면 branching 으로 지도해야 할 것이다.

② programs 의 작성은 branching style 이 linear style 보다 쉽다. 그리고 branching 은 긴 frame 을 사용하여야 하지만 수학의 내용으로 보아 그렇지 못할 경우가 많기 때문에 경비가 linear 보다 많이 든다.

⑤ 이 사례 연구에서는 m_L 과 m_B , σ_L 과 σ_B 에는 의미있는 차가 없으나 linear programs 이 branching programs 보다 개인차가 약간 더 있는 것 같다.

⑧ linear programs 도, branching programs 도, 지진아 지도, 개인 지도, 독학자의 독학 및 장기 결석생의 지도를 위한 좋은 교안이라 하겠다.

여기서 ⑧과 같은 것은 실제로 실험연구를 해 볼만한 것이며 이를테면, 지진아를 상대로 보조 교재로서 programs 을 주어서 계속 연구해 볼 만하다. 최근에 완전 학습의 이론이 김 호권 교수가 주가 되어 연구되고 주창되고 있는데, 이러한 것이 일부로서 가미되어 있는 줄로 안다.

김 영봉 : 프로그램을 학습 보조 교구로 사용했을 때의 효과^{15) 16)}

이 논문은 학습 활동을 프로그램 학습이나 일제 수업이냐를 양단해서 생각한 것이 아니고, 수업 내용에 따라서 프로그램을 학습 보조 교구로서 사용하는 혼합된 수업 형태가 재래식 일제 수업보다 더 좋은 학습 효과를 올릴 수 있지 않을까 하는 것을 연구한 것이다.

이 연구의 결과로서 다음과 같은 것들을 들고 있다.

1) 전체적 경향——프로그램을 학습 보조 교구로 사용했을 때가 그렇지 않은 일제 수업보다 학습 성적의 평균값이 높다.

② 능력 집단별 경향——상집단보다 중집단, 하집단에서 평균값의 의미있는 상승을 볼수 있다.

③ 학습 소요 시간——프로그램을 학습 보조 교구로 사용했을 때 대체로 $\frac{1}{3}$ 의 학습 소요 시간이 단축되었다.

그런데, 하나 아쉬운 것은 교육학에서 발표된 몇 가지 논문은 참고되고 있으나 우리 나라에서

연구된 수학 교육에 있어서의 참고가 없고, 또 통계 처리에 대한 내용이 애매하다.

IV. 研究할 課題

앞 절에서 보는 바와 같이 지금까지의 우리들의 교육 방법 개선에 관한 연구는 주로 행동 과학적인 면에 치중되어 있으며, 기계 공학적인 면이 없다. 기계 공학적인 면을 교수 방법에도 도입하려면 우선 재정적인 뒷받침이 필요한데, 우선 우리들의 여건이 허용하는 범위 안에서 차차 이 분야도 개발해 나가야 할 것이다.

영사기나 오우버헤드 프로젝터를 이용해서, 학생들이 이해하기 힘든 교재를 손쉽게 지도할 수도 있을 것이나, 또 장 기원⁶⁾과 같이 얼마 안되는 경비로써 효과적인 교구를 만들어서 수업의 능률을 올릴 수도 있을 것이다. 우리들의 현재의 처지로서는 후자의 연구가 현실적으로 바람직할 것이지만 국가적으로 전자에 대한 뒷받침이 있을 때에는 그것을 이용하는 일은 어렵지 않을 것이다.

이들 경우 어느 한 교재에 대해서 또는 같은 유형의 교재에 대해서 검토 연구하거나, 지진아의 지도 또는 특수한 상태에 있는 학생들의 지도등을 구별해서 실험하여야 한다. 모든 수학 교재, 모든 학생들에게 일률적으로 가장 효과적인 방법이란 있을 수 없을 것이다. 이를테면 리차드(S. Richard)가 인디애나 대학에서 최근 연구한 바에 의하면, 물리 실험의 교수에서 영화에 의한 시청각적 교육 방법을 이용한 경우와 교사에 의한 교수와의 효과를 비교한 즉, 사람에게 대해서 소극적인 성격을 지닌 학생은 전자가 사람에게 대해서 적극적인 성격을 지닌 학생의 경우는 후자가 보다 좋은 결과를 올린다는 것을 발견했다. 곧 통계학에서의 분산·분석의 말을 빌린다면 방법과 학생들의 성격과의 상호 작용이 크다는 것이다.

그리고 오늘날 수학 교사의 부족으로 말미암아 행정 당국은 여러 가지 형태의 교사 보충을 시도하게 되었다. 그러나 수학 교사의 양성이 하루 이틀에 되는 것이 아니었고, 또 우리 나라의 산업이 근대화 함에 따라 인적자원을 그 쪽으로 빼앗기고 학교에서의 수학 교사 보충은 날

이 갈수록 어려워질 것 같다. 여기서 부족한 교사가 많은 학생을 효과적으로 지도하는 방법을 모색하는 일도 시급한 과제이겠으며, 재정적인 뒷받침이 있어야 하겠다.

이에 대한 한 방안으로서 텔레비전을 매체로 하는 수학의 지도에 대한 연구¹⁷⁾가 있으나, 우리들은 다른 각도에서 곧 수학 교사 부족을 타개하는 방안으로 연구를 해볼 만한 일이다. 그러나 이것은 행정 당국의 재정적인 지원이 있어야 할 것이다.

다음에 행동 과학적인 면의 연구가 기계 공학적인 면에 비해서 연구한 것이 많기는 하나 아직 우리들의 수학 교육 과정의 내용 전부를 커버하기에는 진도가 요원하다. 뿐만 아니라, 한 가지의 보다 나은 방법이 모색되었다 할지라도 그것보다 더 좋은 방법도 있을 수 있다는 것은 이미 1절에서 밝힌 바 있다. 그리고 이미 연구된 것과 유사한 것 또는 발전적인 연구를 할 때에는 비교 연구, 계속 연구가 되는 것이 바람직하다. 이들 연구도 취급하는 교재나 대상이 되는 학생들의 상황에 따라 규명되어야 할 것이다.

기계 공학적인 면과 행동 과학적인 면을 분리해서 논했으나 이것은 어디까지나 편의상의 이야기이고, 실질적으로 연구해 나가는 데 있어서는 이들이 융합되어서 고려되어야 할 것이다.

V. 研究에서의 留意點

보다 교육적 효과가 있다고 생각되는 교육 방법을 실시하는 연구에 있어서는 종래의 방법과 비교가 되어야 할 것이다. 주관적인 관점에서 단순히 효과가 있다든지 또는 성취도가 높아졌는지 하는 것은 비교군이 없을 때는 알맹이 없는 공론에 그치는 것이다, 물론 이때 실험군과 비교군에 있어서 비교하려고 하는 방법 이외의 모든 여건은 같아야 할 것이다(1절 참고). 따라서 여건이 같다는 것을 반드시 명시하고 밝혀야 한다.

다음에 통계 처리에 있어서는 단순히 두 집단의 평균차가 있다. 또는 표준 편차의 차가 작으니가 같다고 볼 수 있다 하는 따위로 말할 것이 아니라 현대 통계학의 전지에서 차의 유의도를 살펴보아야 한다. 호 문용^{13), 14)}의 통계 처리를

참고하기 바란다.

지금 a, b 라는 두 방법에 의하여 실시된 두 집단 A·B의 평균을 비교한다고 하자. 우리가 흥미를 갖고 또 알려고 하는 것은 눈앞에 있는 두 집단 A·B의 평균이 아니라, a 라는 방법을 실시한 또 실시했을 때를 예상한 집단, b 라는 방법을 실시한 또 실시했을 때의 모든 집단의 평균에 관심이 있는 것이다. 곧 눈앞에 있는 것은 표본이며, 우리들이 비교하고자 하는 것은 모집단의 평균이다. 이를테면 어떤 여건 밑에서 갑·을의 두 학급을 표본으로 택하여 갑에는 프로그램 학습, 을에는 시청각 교육을 실시하여 갑이 을보다 어떤 효과가 있다고 하면 이것은 갑·을의 두 학급에 한정되는 것이 아니며, 그와 같은 여건 밑에 있는 모든 학급——현재, 미래를 가리지 않고——에 대해서 프로그램 학습이 시청각 교육보다 효과가 있다는 결론이어야 할 것이다. 이와 같이 되지 않는다면 여기에서 얻은 결론이란 사용 가치가 없는 하나의 기록에 그치는 것이다. 여기서 법칙이란 적용할 수 있는 것이 있을 때 법칙으로서 존재할 가치가 있다는 것을 염두에 두어야 할 것이다. 적용 가치가 넓을수록 그 연구 결과는 값어치가 있다. 적용범위가 없는 연구 결과는 하나하나한 것이며, 나아가서 노력과 재정과 시간의 낭비라는 것을 잊어서는 안 되겠다.

끝으로 참고 문헌의 인용이 중요하다는 것을 부언해 둔다. 인용은 다른 사람의 논문 또는 저서 속에 있는 문장을 그대로 또는 일부를 바꾸어 써서 자기의 논문 속에 삽입하는 것을 말한다. 연구 논문은 대체로 이미 연구한 분들의 연구 결과를 참고하게 마련인데, 인용한 논문과 면수를 인용한 곳에 분명히 해 두지 않으면 표절이 된다. 그런데, 인용은 어디까지나 남에게 보이기 위해서 참고 논문을 인용하는 것은 아니다. 논문 속에 인용한 곳을 명시하지 않고 논문 말미에 참고 문헌이라하고 일괄해서 써 놓은 것은 참고 문헌이라고 할 수 없다. 물론 참고 문헌을 논문의 말미에 일괄해서 써 놓지 않고 인용한 곳에 써 넣든지 인용한 곳에 표를 하고, 그 면의 난 밖에 적어두는 수도 있겠다. 요컨대 인용한 것을 명백히 해 두어야 한다는 것이다.

Ⅴ. 結 論

이상에서 수학 교육의 교육 방법 개선과 교육 자료 개발을 모색하기 위해서 교육 공학의 개관을 하고, 이것에 따른 이미 발표된 연구 논문들을 살펴보고, 앞으로의 연구 방향 제시와 연구를 하는 데 있어서의 유의점을 논해 왔다. 여기서 결론적으로 말해 두고 싶은 것은 아무리 교육 효과가 올라가는 우수한 방법일지라도 다른 사람이 실시하기 어려운 방법은 곤란하다. 또 일선 교사나 학생이 보다 많은 노력을 하고 시간을 소비해서 효과가 올라가는 방법이란 바람직한 것이 못된다.

요컨대 수업하는 교사나 학습하는 학생이 현재보다 적은 노력과 시간으로 소기의 교육 효과를 거둘 수 있는 것이라야 한다. 여기서 교사의 노력이란 일시적인 것을 말하는 것이 아니다. 이를테면 한 교사가 10 시간의 시간을 소비하여 교구를 만들어서 한 학급에서 20분의 시간적인 절약을 가져왔다고 하자. 그 교구가 그것으로 끝나는 것이라면 우리들은 20분을 위해서 10시간을 소비했으므로 바람직한 것이 못된다. 그러나 그 교구가 그대로 다른 학급에서 또 내년에 후년에도 사용할 수 있는 것이라면 30 학급 이상에서 취급되었을 때, 그 교구에 의한 노력의 댓가는 오는 것이며, 나아가서 교사의 노력은 경감되는 것이다.

우리들은 연구하는 데 있어서 그 연구에 해당하는 노력의 댓가가 자기와 동지들에게 혜택이 올 수 있는 것이라야 수학 교육 방법의 개선을 위한 참다운 연구라는 것을 항상 명심하고 연구에 착수하고 수행해 나가야 할 것이다.

참 고 문 헌

(1) 박 한식, 지도 내용보다 방법 연구를, 새교육, 1970. 6 pp.46~47, 대한 교육 연합회.
 (2) 시바카키(柴垣和三雄), 제 1회 수학 교육 국제 회의의 결의(日本文), 日本數學教育學會誌, 1970 제 52권, 제 7호 p.114, 日本數學教育學會.
 (3) 아즈마(東洋), 교육 공학이란 뭇인가(日本文), 數理科學, 1967. 4 p.p.2~7, 東京, 다이아몬드社
 (4) 김 중서, 연구 수업의 동향, 한국 교육 현대화의 지표, p.p.20~32, 교련 연구, 70-5 제 1집,

대한 교육 연합회.

(5) 장 기완, 입체 교구 제작, 수학 교육, 제 1권 제 2호, (1963.9) p.p.37~39, 한국 수학 교육회지
 (6) 스즈키(鈴木正之), OHP를 이용한 학습 지도와 그 문제점(日本文), 일본 수학 교육회지, 제 50회 총회 특집호, 1968. 8 p.258, 일본 수학 교육회.
 (7) 이네카즈(稻員豊), 오우버헤드 프로젝터의 이용(日本文), 일본 수학 교육회지, 제 47회 총회 특집호, 1965. 8. p.187, 일본 수학 교육회.
 (8) 토야마(富山哲太郎), 오우버헤드 프로젝터의 이용(日本文), 上掲書 p.188.
 (9) 모리하라(森原時之), 8mm 영사에 의한 원주각의 실제 지도(日本文), 일본 수학 교육회지, 제 45회 총회 특집호, 1963. 8. p.209, 일본 수학 교육회.
 (10) 마쯔노(松野樂三), 도형 지도와 자작 교구에 대하여(日本文), 上掲書 p.84.
 (11) 김 두현, 이차 방정식의 지도 방법에 대한 실험적 연구, 수학 교육, Vol. II No. 4. p.p.14~19, 1964. 4., 한국 수학 교육회.
 (12) 고 대석, 아동의 도형 변별 능력에 대한 조사와 그 지도 개선책, 수학 교육, Vol. I No. 3, p. p.65~74(1963.11) 한국 수학 교육회.
 (13) 호 문용, 학습 기계에 의한 학습 지도의 사례 연구, 수학 교육, p.p.292~355, 1963.2, 현대 교육 총서 출판사.
 (14) 호 문용, linear programs 과 branching program. 의 수학을 통한 비교 사례 연구, 수학 교육, Vol II No.5, p.p.33~64(1964.7), 한국 수학 교육회.
 (15) 김 영봉, 프로그램을 학습 보조 교구로 사용했을 때의 효과[1], 수학 교육, Vol. V No.1. p. p. 4~11, 1966.9, 한국 수학 교육회.
 (16) 김 영봉, 프로그램을 학습 보조 교구로 사용했을 때의 효과[2], 上掲書, Vol. V No.2, p.p.44~47, 1966. 12.
 (17) 사사키(佐佐木元太詩), 텔레비전을 매체로 하는 수학의 지도(日本文), 일본 수학 교육 회지, 제 48권 제 7호, 1966, p.p.139-142, 일본 수학 교육회지,

(서울大學校 師範大 教授)