# 特性曲線을 利用한 洪水追跡法

姜 琯 沅
〈仁荷工科大學 教授〉

## 1. 序　論

洪水豫報 또는 貯水池計劃에 있어서는 水源地方의 降雨를 豫想하여 이것으로부터 下流各地点에서의 流量曲線을 推定하기 爲하여서는 單位圖法을 利用하여 下流에서의 流量曲線을 만들고 이것들의 流量曲線이 洪水의 傳播와 더불어 어떻게 變形되어 가는가, 또 上流에서의 流量曲線이 實測되어 있을 때는 下流에서의 流量曲線을 推定할 必要도 생긴다.

洪水波形은 $w$인 速度로 下流로 傳播하는 사이에 上流部에서의 Peak는 점점 平坦化되어 이 넓은 型으로 變形되어 간다.

이와 같은 洪水追跡法은 지금까지 많은 사람들이 여러가지 計算法이 提出되어 왔다.

Pulse 法① Muskingum 法② Chen 法③ Steinberg 法④ 等은 主로 連續方程式과 流出量貯溜量의 關係式에 依한 所謂 貯溜方程式을 提案하고 있으며 Kleitz Seddon⑤ 等은 運動方程式中 加速度項을 無視한 결과 高水位時의 $H_{max}=H_{(x_1t)}$가 不變하게 下流로 傳播된다고 假定한 式을 提案하고 있다.

速水⑥는 경사河巾이 모두 一定한 矩型斷面의 開水路에 對해 從方向의 擴散을 고려하여 混合係數 $\sigma$를 包含한 式을 提案하였으며 또 Thomas 法⑦ 林의 法⑧ 等이 가장 精度가 높은 解析法으로서 運動方程式과 連續方程式을 利用하여 基礎方程式을 境界條件에 따라 聯立으로 푼 것이 있다. Stoker⑨는 流速 $V$와 $w=\sqrt{gH}$를 從屬變量으로 하여 三角形格子에 差分化하여 直接代數解를 얻고 있으나 $V$와 $w$가 距離的으로 直線分布를 하는 假定이므로 不規則河道의 實情을 最善的으로 反映했다고는 볼 수 없는 것이다. 以上 解析의 大部分은 運動方程式을 近似化하여 얻고 있으며 實際로 일어나는 境界狀態와 實在하는 河道 形狀에 適用하는데 難點이 .

여기서는 以上의 難点을 最大限으로 줄이기 爲해 不定流의 運動方程式과 連續方程式을 聯立으로 풀어서 河道의 不規則性의 難点을 고려하여 水位와 流量을 縱屬變量으로 取해서 有限區間($dx$)에서 直線分布로 假定하여 計算하는 所謂 特性曲線法에 對하여 소개한다.

## 2. 基本方程式

옆으로의 流入流出의 境遇를 考慮한 連續 및 運動方程式을

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=\Delta q \quad \cdots\cdots ①$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{V}{g}\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial H}{\partial x}=i_o+i_f+i_q \quad \cdots\cdots ②$$

위 式은 水深 流速을 變數로 한 경우이므로 이것을 水位 流量을 變數로 해서 다시 쓰면

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=\Delta q \quad \cdots\cdots ③$$

$$\frac{1}{gA}\left[\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{Q}{A}\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{Q}{A}\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{Q^2}{A^2}\frac{\partial A}{\partial x}\right]+\frac{\partial H}{\partial x}=i_o-i_f+i_q \quad \cdots\cdots ④$$

여기서 $x$; 區間거리
$t$; 時間
$A$; 斷面積
$V$; 斷面平均流速
$Q$; 流量
$H$; 水深
$\Delta q$; $q_i-q_o$

$$iq=\frac{1}{gA}[\Delta q\cos\theta-V\Delta q]$$

$$\Delta qv\cos\theta=q_iv_i\cos\theta_i-q_ov_o\cos\theta_o$$

$q$ : 單位 幅當의 流入 또는 流出量
(${i,o}$는 各各 流入 流出)
$\theta$ : 河軸에 對한 流出入角度
$v$ : 橫流入速度 流入뿐일때 $\Delta q=qi$

$$iq:\frac{1}{gA}[q_iv_i\cos\theta_i-Vq_i]$$

$i_o=-\partial D/\partial x$ ($D$ : 基準線으로 부터 測定한 河床의 座標)

$$i_f=\text{마찰경사}=\frac{n^2V^2}{R^{4/3}}$$

$c$ : Chezy 의 係數$=\frac{1}{n}R^{1/6}$

$n$ : Manning 의 粗度係數

③式을 ④式에 代入하면

$$\frac{1}{gA}\left[\frac{\partial Q}{\partial t}-2\frac{Q}{A}\frac{2A}{\partial t}-\frac{Q^2}{A^2}\frac{\partial A}{\partial x}\right]+\frac{\partial H}{\partial x}=i_o-i_f+i_q' \quad \cdots\cdots⑤$$

또는

$$\frac{1}{gA}\left[\frac{\partial Q}{\partial t}-2\frac{Q}{A}\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{Q^2}{A^2}\frac{\partial A}{\partial x}\right]+\frac{\partial H}{\partial x}=i_o+i_f+i_q'' \quad \cdots\cdots⑥$$

이 된다. 여기서

$$i_q'=i_q-\frac{V\Delta q}{gA}=\frac{1}{gA}[\Delta qv\cos\theta-2V\Delta q]$$

$$i_q''=i_q+\frac{V\Delta q}{gA}=\frac{1}{gA}\Delta qv\cos\theta$$

### 3. 水深流量을 變數로 할 때의 特性曲線의 解

지금 斷面積$(A)$ 水深$(H)$間에는

$$\frac{\partial A}{\partial x}=B\left(\frac{\partial H}{\partial x}+i_*\right) \quad \cdots\cdots⑦$$

의 關係가 있다. 또

傳播速度 $w=\sqrt{gH}$ 故로 $w^2=gH$

$$\therefore \frac{2w}{g}\frac{\partial w}{\partial x}=\frac{\partial H}{\partial x} \quad \cdots\cdots⑧$$

$Q=VA$ 와 ⑧式을 ④式에 代入하면

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{V}{gA}\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{V}{gA}\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{V^2}{gA}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{2w}{g}\frac{\partial w}{\partial x}=i_o-i_f+i_q \quad \cdots\cdots④'$$

또 $Q, A$ : 全微分은

$$dA=\frac{\partial A}{\partial t}dt+\frac{\partial A}{\partial x}dx \quad \cdots\cdots⑨$$

$$dQ=\frac{\partial Q}{\partial t}dt+\frac{\partial Q}{\partial x}dx \quad \cdots\cdots⑩$$

지금 ③④'⑦⑨⑩을 使用하여 代數的으로 解決하여 그 根을 求해 본다.

即 $$\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}=0 \quad \cdots\cdots③$$

$$-\frac{V^2}{gA}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{V}{gA}\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{V}{gA}\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{2w}{g}\frac{\partial w}{\partial x}=i_o-i_f+i_q \quad \cdots\cdots④$$

$$\frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial x}-\frac{2w}{g}\frac{\partial w}{\partial x}=i_* \quad \cdots\cdots⑦$$

$$dx\frac{\partial A}{\partial x}+dt\frac{\partial A}{\partial t}=dA \quad \cdots\cdots⑨$$

$$dx\frac{\partial Q}{\partial x}+dt\frac{\partial Q}{\partial t}=dQ \quad \cdots\cdots⑩$$

$$\frac{D=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{V^2}{gA} & \frac{V}{gA} & -\frac{V}{gA} & \frac{1}{gA} & \frac{2w}{g} \\ \frac{1}{B} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2w}{g} \\ dx & 0 & dt & 0 & 0 \\ 0 & dx & 0 & dt & 0 \end{vmatrix}}{D_1=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ i_o-i_f+i_q & \frac{V}{gA} & -\frac{V}{gA} & \frac{1}{gA} & \frac{2w}{g} \\ i_* & 0 & 0 & 0 & -\frac{2w}{g} \\ dA & 0 & dt & 0 & 0 \\ dQ & dx & 0 & dt & 0 \end{vmatrix}}=\frac{0}{0}$$

$\frac{\partial A}{dx}$의 값이 確定되기 爲해서는 만일 $D=0$이면 반드시 $D_1=0$이 되어야 한다.

지금 $D=0$인 경우를 생각하면 이 때 $\frac{\partial x}{\partial A}=\frac{D_1}{D}$의 값이 確定되기 爲해서는 $D_1=0$이 되어야 한다. 즉 $\frac{\partial x}{\partial A}=\frac{D_1}{D}=\frac{0}{0}$ 形이 되어야 한다.

上式에서

$$=\frac{2w}{g}\left[+\frac{1}{B}(dt)^2-\frac{V^2}{gA}(dt)^2+\frac{V}{gA}dxdt+\frac{V}{gA}dxdt-\frac{1}{gA}(dx)^2\right]$$

$$=\frac{2w}{g}\left[\left(\frac{1}{B}-\frac{V^2}{gA}\right)(dt)^2+\frac{2V}{gA}dxdt-\frac{1}{gA}(dx)^2\right]$$

$$=\frac{2w}{g^2A}\left[\left(\frac{gA}{B}-V^2\right)(dt)^2+2Vdxdt-(dx)^2\right]$$

分子를 0으로 놓으면 $D=0$

$$\left(\frac{gA}{B}-V^2\right)dt^2+2Vdxdt-(dx)^2=0$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2-2V\left(\frac{dx}{dt}\right)+\left(V^2-\frac{gA}{B}\right)=0 \quad (A=BH)$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2-2V\left(\frac{dx}{dt}\right)+(V^2-gH)=0$$

$$\therefore \frac{dx}{dt}=V\pm\sqrt{V^2-V^2+w^2}=V\pm\sqrt{w^2}$$

$$=V\pm w \quad \cdots\cdots⑪$$

$D_1=0$ 로부터(分母) ($i_o-i_f+i_q=I$ 로 하면)

$$D_1=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ I & \frac{V}{gA} & -\frac{V}{gA} & \frac{1}{gA} & \frac{2w}{g} \\ i_* & 0 & 0 & 0 & -\frac{2w}{g} \\ dA & 0 & dt & 0 & 0 \\ dQ & dx & 0 & dt & 0 \end{vmatrix}$$

$$=\frac{2w}{g}\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ I & \frac{V}{gA} & -\frac{V}{gA} & \frac{1}{gA} & 1 \\ i_* & 0 & 0 & 0 & 1 \\ dA & 0 & dt & 0 & 0 \\ dQ & dx & 0 & dt & 0 \end{vmatrix}$$

에서

$=gAi_*(dt)^2+2VdAdt+gAI(dt)^2-dtdQ-dAdx=0$

$=dAdx+dQdt-2VdAdt-gA(i+I)(dt)^2=0$

$$\frac{dA}{dt}\ \frac{dx}{dt}+\frac{dQ}{dt}-2V\frac{dA}{dt}-(i_*+I)gA=0$$

$$\left(\frac{dx}{dt}-2V\right)\frac{dA}{dt}+\frac{dQ}{dt}=(i_*+I)gA \quad \cdots\cdots\cdots⑫$$

⑪式을 ⑫式에 代入하면

$$(V\pm w-2V)\frac{dA}{dt}+\frac{dQ}{dt}=(i_*+I)gA$$

$$(\pm w-V)\frac{dA}{dt}+\frac{dQ}{dt}=(i_*+I)gA$$

$$\therefore\ -(V\mp w)\frac{dA}{dt}+\frac{dQ}{dt}=(i_*+I)gA$$

$$(V\pm w)\frac{dA}{dt}-\frac{dQ}{dt}=-(i_*+I)gA$$

$$\therefore\ \frac{dA}{dt}-\frac{1}{V\mp w}\ \frac{dQ}{dt}=-\frac{gA}{V\pm w}(i_*+I)$$

$$A=BH \quad H=\frac{w^2}{g} \quad A=B\left(\frac{w^2}{g}\right) \quad \therefore\ A\cdot g=Bw^2$$

$$\therefore\ \frac{dA}{dt}-\frac{1}{V\mp w}\ \frac{dQ}{dt}=-\frac{Bw^2}{V\mp w}(i_*+I)$$

$$=\frac{Bw^2}{V\mp w}(i_*+i_o-i_f+i_q)$$

$$\therefore\ dA-\frac{1}{V\mp w}dQ=-\frac{Bw^2}{V\mp w}(i_o-i_f+i_*+i_q)\ dt \quad \cdots\cdots\cdots⑬$$

⑪式으로 부터

$$dt=\frac{dx}{V\mp w} \quad \cdots\cdots\cdots⑭$$

⑭式을 ⑬式에 代入하면

$$dA-\frac{1}{V\mp w}dQ$$

$$=\frac{-Bw^2}{V\mp w}(i_o-i_f+i_*+i_q)\frac{dx}{V\mp w}$$

$$=-\frac{Bw^2}{V^2-w^2}(i_o-i_f+i_*+i_q)dx$$

여기서 $\varepsilon=\frac{V}{w}$ 라고 하면

$$dA-\frac{1}{V\mp w}dQ=\frac{Bdx}{1-\varepsilon^2}(i_o-i_f+i_*+i_q)\cdots\cdots⑭$$

따라서 ③式과 ④ 을 連立으로 푼다는 것은?

曲線 : $dx/dt=(V+w)$上에서

$$dA-\frac{dQ}{V-w}=\frac{B\cdot\Delta x}{1-\varepsilon^2}(i_o-i_f+i_*+i_q)\cdots\cdots\cdots⑮$$

및

曲線 : $\frac{dx}{dt}=(V-w)$上에서

$$dA-\frac{dQ}{V+w}=\frac{Bdx}{1-\varepsilon^2}(i_o-i_f+i_*+i_q)\cdots\cdots\cdots⑯$$

인 二組의 連立方程式을 푸는 것이며 이들 方程式은 ③式과 ④式에 全혀 같은 것임이 證明되는 것이다.

여기서 $B$와 $i_*$는 斷面積에 依하여 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$\left.\begin{array}{l} A=aH^s \text{ 의 斷面에서는} \\ B=asH^{s-1} \\ i_*=\dfrac{H}{a\cdot s}\ \dfrac{\partial a}{\partial x}+\dfrac{H}{S}\log_n H\cdot\dfrac{\partial s}{\partial x} \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots⑰$$

矩形斷面에서는 $A=B\cdot H \quad B=b$ (任意水深에서의 巾)

$i_*=\frac{H}{B}\ \frac{\partial B}{\partial x}$ 가 된다.

다음에 ⑦式의 關係를 ⑭式에 代入하면

$dx/dt=V+w$ 上에서

$$dH-\frac{dQ}{B(V-w)}=\frac{dx}{1-\varepsilon^2}(i_o-i_f+\varepsilon^2 i_*+i_q) \quad \cdots⑱$$

$\frac{dx}{dt}=V-w$ 上에서

$$dH-\frac{dQ}{B(V+w)}=\frac{dx}{1-\varepsilon^2}(i_o-i_f+\varepsilon^2 i_*+i_q) \quad \cdots⑲$$

그런데 水深 $H$와 水位 $\eta$ 사이에는

$$dH=d\eta+i_o dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots⑳$$

의 關係가 있다. 이것을 ⑱⑲式에 代入하면

曲線 : $\frac{dx}{dt}=V+w$ 上에서

$$d\eta-\frac{dQ}{B(V-w)}=\frac{dx}{1-\varepsilon^2}\{\varepsilon^2(i_o+i_*)-i_f+i_q\}\cdots㉑$$

曲線 : $\frac{dx}{dt}=V-w$ 上에서

$$d\eta-\frac{dQ}{B(V+w)}=\frac{dx}{1-\varepsilon^2}\{\varepsilon^2(i_o+i^*)-i_f+i_q\}\cdots㉒$$

따라서 水位와 流量에 關한 方程式이 된 것이다.

實際로 이것을 利用한 處理方法으로는 差分法이 많이 利用되고 있다. 即

지금 Fig 1 에서

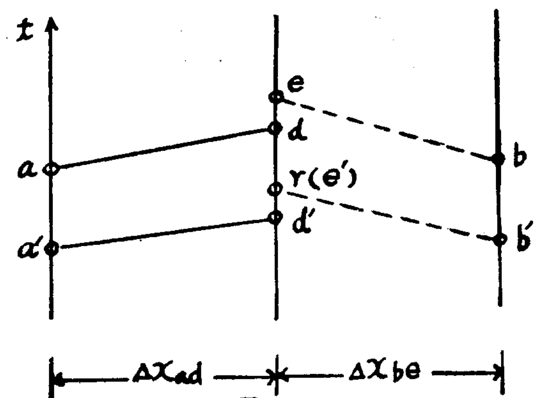


Fig 1

點 $ab\ r(e')$에서 $t, Q, \eta$를 旣知로 하고 點 $c$와 $d$에 있어서의 $t, Q, \eta$를 求하려면 線分 $a, d$ 上에는 $\frac{dx}{dt}=V+w$ 의 特性曲線이며 $x\sim t$ 平面에서 任意地點($x=x'$,

$t=t'$)에서 그은 直線(여기서는 曲線으로 稱함) $\frac{\partial x}{\partial t}=(V+w)$는 하나의 特性曲線이며,

또 $\frac{dx}{dt}=(V-w)$(선분 $be$)도 하나의 特性曲線이다.

선분 $ad$ 上에 ㉑式, $be$ 上에 ㉒式을 利用하여 階差表示하여 보면

$$\eta_d-\eta_a-\frac{Q_d-Q_a}{B_{ad}(V_{ad}-w_{ad})}=E_{ad} \quad \cdots\cdots ㉓$$

$$\eta_e-\eta_b-\frac{Q_e-Q_b}{B_{be}(V_{be}+w_{be})}=G_{be} \quad \cdots\cdots ㉔$$

여기서

$$E_{ad}=\frac{dx}{1-\varepsilon^2}\{\varepsilon^2(i_o+i_*)-i_f+i_q\}$$

$$G_{be}=\frac{dx}{1-\varepsilon^2}\{\varepsilon^2(i_o+i_*-i_f+i_q)\}$$

또 $\frac{\eta_d-\eta_r}{\eta_e-\eta_r}=\frac{t_d-t_r}{t_e-t_r}=\zeta$

$\frac{Q_d-Q_r}{Q_e-Q_r}=\frac{t_d-t_r}{t_e-t_r}=\zeta$ 라고 假定하면

이것으로 부터

$$\eta_d=\zeta\eta_e+(1-\zeta)\eta_r \quad \cdots\cdots ㉕$$

$$Q_d=\zeta Q_e+(1-\zeta)Q_r \quad \cdots\cdots ㉖$$

을 얻는다.

$\zeta$를 다음과 같이 쓸 수도 있다.

$$\zeta=\left\{\frac{\Delta t_{ra}+\Delta t_{ad}}{\Delta t_{rb}+\Delta t_{be}}\right\} \quad \cdots\cdots ㉗$$

여기서

$$\Delta t_{ra}=t_a-t_r \qquad \Delta t_{rb}=t_b-t_r$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta t_{ad}=\Delta x_{ad}/(V_{ad}+w_{ad})\\ \Delta t_{be}=\Delta x_{ad}/(V_{be}-w_{be})\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots ㉘$$

㉕式 ㉖式을 ㉓式 ㉔式에 代入하여 $\eta_d, Q_d$를 消去하면

$$\eta_e=\frac{\{B_{be}\Phi_{be}(\eta_b+G_{be})-Q_b-\xi[B_{ad}\Psi_{ad}(\eta_a+E_{ad})-Q_a]}{B_{be}\Phi_{be}-B_{ad}\Psi_{ad}}$$

$$\underline{-(1-\xi)(B_{ad}\cdot\Psi_{ad}\cdot\eta_r-Q_r)\}} \quad \cdots\cdots ㉙$$

$$Q_e=Q_b+B_{be}\Phi_{be}\{\eta_e-(\eta_b+G_{be})\} \quad \cdots\cdots ㉚$$

여기서 $\Phi_{be}=V_{be}+w_{be}$ $\Psi_{ad}=V_{ad}-w_{ad}$ $\xi=\frac{1}{\zeta}$이다.

이것을 使用하여 計算하는 順序는 다음과 같다.

㉙式 ㉚式의 右邊에는 $\eta_b Q_b, \eta_e Q_e$가 包含되어 있으므로 이값을 假定하여 逐次試算할 必要가 있다.

第 1 近似値는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\eta_{e(1)}=\frac{\{B_{be}\Phi_{be}(\eta_b+G_{be(0)})-Q_b-\xi[B_{ad}\Psi_{ar}(\eta_a+E_{ad(0)})}{B_{be}\Phi_{be(0)}-B_{ad(0)}}$$

$$\underline{-Q_a]-(1-\xi)(B_{ad}\Psi_{ad}\eta_r-Q_r)\}} \quad \cdots\cdots ㉛$$

$$Q_{e(1)}=Q_b+B_{be}\Phi_{be(0)}\{\eta_{e(1)}-(\eta_b+G_{be(0)})\} \quad \cdots\cdots ㉜$$

또 ㉕式 ㉖式 代身에

$$\eta_e=\xi\eta_d+(1-\xi)\eta_r \quad \cdots\cdots ㉓$$

$$Q_e=\xi Q_d+(1-\xi)Q_r \quad \cdots\cdots ㉔$$

을 ㉓㉔式에 代入하면

$$\eta_d=\frac{\{B_{ad}\Psi_{ad}(\eta_a+E_{ad})-Q_a-\zeta[B_{be}\Phi_{be}(\eta_b+G_{be})-Q_b]}{B_{ae}\Phi_{ad}-B_{be}\Phi_{be}}$$

$$\underline{-(1-\zeta)(B_{be}\Phi_{be}\eta_r-Q_r)\}} \quad \cdots\cdots ㉟$$

$$Q_d=Q_a+B_{ad}\Psi_{ad}\{\eta_d-(\eta_a+E_a)_d\}$$

이것의 第 1 近似値는 다음과 같다.

$$\eta_{d(1)}=\frac{\{B_{ad}\Psi_{ad}(\eta_a+E_{ad(0)})-Q_a-\zeta[B_{be}\Phi_{be}(\eta_b+G_{be(0)})}{B_{ad}\Psi_{ad(0)}-B_{be}\Phi_{be(0)}}$$

$$\underline{-Q_b]-(1-\zeta)[B_{be}\Phi_{be}\eta_r-Q_r]} \quad \cdots\cdots ㊱$$

$$Q_{d(1)}=Q_a+B_{ad}\Psi_{ad(0)}\{\eta_{d(1)}-(\eta_a+E_{ad(0)})\} \quad \cdots\cdots ㊲$$

여기서 添字(0)은 式에 包含되어 있는 $\eta_d, Q_d, \eta_e, Q_e$를 最初假定値 $\eta_{d(0)}, Q_{d(0)}, \eta_{e(0)}, Q_{e(0)}$로 代用하는 것을 意味한다.

여기서 $\eta_{e(1)}-\eta_{e(0)}$, $Q_{e(1)}-Q_{e(0)}$ 等이 要求하는 精度內에 있으면 $\eta_{e(1)}$ $Q_{e(1)}$ 等을 確定値로 간주하고 $t$의 座標는

$$t_{d(0)}=t_a+\Delta t_{ad(0)} \quad \cdots\cdots ㊳$$

$$t_{e(0)}=t_e+\triangle t_{be(0)} \quad \cdots\cdots ㊴$$

로 얻는다.

精度가 不充分하면 $\eta_{e(1)}$ $Q_{e(1)}$…等을 ㉛㉜式에 代入하여 $\eta_{e(2)}$ $Q_{e(2)}$ 等을 逐次 計算해 간다.

最初의 假定値가 眞値에 가까이 選定되면 計算回數가 적어지므로 Fig 1의 $a'$ $b'$ $d'$ $e'$點의 $Q, \eta$를 利用하여 서로隣接하는 같은 方向의 特性曲線의 兩端點의 水理量의 差가 極少하다는 것에 着眼하여 다음과 같이 最初假定値를 譯하면 된다.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{i)} & Q_{d(0)}=Q_a+(Q_d'-Q_a')\\ \text{ii)} & \eta_{d(0)}=\eta_a+(\eta_d'-\eta_a')\\ \text{iii)} & Q_{e(0)}=Q_b+(Q_e-Q_b')\\ \text{iv)} & \eta_{e(0)}=\eta_b+(\eta_e'-\eta_b')\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots ㊵$$

式中의 諸값을 얻기 위해서는 다음과 같이 할 수 있다.

④式을 $\frac{\partial Q}{\partial t}=0$ $\frac{\partial A}{\partial t}=0$ $\frac{\partial Q}{\partial x}=q_i-q_0=\Delta q$

$\frac{\partial A}{\partial x}=B\left(\frac{\partial H}{\partial x}+i_*\right)$로 整理해 보면

$$\frac{dA}{dx}=\frac{B}{1-\varepsilon^2}\left\{i_o-i_f+i_*+\frac{1}{gA}[\Delta qv\cos\theta-2v\Delta q]\right\} \quad ㊶$$

或은

$$\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{1}{1-\varepsilon^2}\left\{i_o-i_f+\varepsilon^2 i_*+\frac{1}{gA}(\Delta qv\cos\theta-2v\Delta q)\right\} \quad ㊷$$

⑧式의 關係를 ㉕式에 代入하면

$$\frac{d\eta}{dx}=\frac{1}{1-\varepsilon^2}\left\{\varepsilon^2(i_o+i_*)-i_f+\frac{1}{gA}(\Delta qv\cos\theta-2V\Delta q)\right\} \quad \cdots\cdots ㊸$$

橫流入出이 없을 때는

$$\frac{d\eta}{dx}=\frac{1}{1-\varepsilon^2}\{\varepsilon^2(i_o+i_*)-i_f\}$$

$$=\frac{1}{\lambda^2-1}\{i_o+i_*-\lambda^2 i_f\} \quad \cdots\cdots ㊹$$

여기서 $\varepsilon=\frac{V}{w}$, $\lambda=\frac{1}{\varepsilon}$이다.

$x_a\sim x_d$ 區間에 對해서는 差分을 取하고 斷面을 短形으로 보면 ㊹으로 부터

$$\Delta\eta_{ad}=\frac{\varepsilon^2_{ad}}{1-\varepsilon^2_{ad}}\left\{i_0\triangle x_{ad}+i_*\Delta x_{ad}-\frac{i_f\Delta x_{ad}}{\varepsilon^2_{ad}}\right\}$$
$$=\frac{\{i_0\Delta x_{ad}+i_*\Delta x_{ad}-\lambda^2_{ad}i_{fad}\triangle x_{ad}\}}{\lambda^2_{ad}-1}$$

여기서

$$i_0\Delta x_{ad}=-\Delta D_{ad}=D_a-D_d$$
$$i_*\Delta x_{ad}=\frac{\Delta B_{ad}\cdot w^2_{ad}}{g\cdot B_{ad}}$$
$$\lambda^2_{ad}|i_{fad}|\Delta x_{ad}=\frac{w^2_{ad}}{V^2_{ad}}(n^2g^{4/3}V^2_{ad})/w_{ad}^{8/3}\cdot\Delta x_{ad}$$
$$=n^2g^{\frac{4}{3}}\cdot\Delta x_{ad}/w_{ad}^{2/3}$$

여기서

$$w_{ad}^2=gH_{ad}$$
$$H_{ad}=\eta_{ad}-D_{ad}=\frac{1}{2}(\eta_a+\eta_d)-\frac{1}{2}(D_a+D_d)$$
$$w^{2/3}=(gH_{ad})^{1/3}$$
$$\lambda^2_{ad}=w_{ad}^2/V_{ad}^2$$
$$V^2_{ad}=\frac{Q^2}{B_{ad}^2H_{ad}^2}$$

또 여기서는 $i_q=0$, $i_{q_2}=0$ 또 $\frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2}(i_0+i_*)i_f$로 하고 省略하는 것으로 하면

$$E_{ad}=-i_{fad}\Delta x_{ad}=-\Delta x_{ad}n^2H_{ad}^{-4/3}/V^2_{ad}$$
$$G_{be}=-i_{fbe}\Delta x_{be}=-\Delta x_{be}n^2V^2_{be}H_{be}^{-4/3}$$

여기서

$$V_{ad}=\frac{Q_a+Q_d}{2B_{ad}H_{ad}}$$
$$H_{ad}=\frac{1}{2}(\eta_a+\eta_d)-D_{ad}$$

## 4. 計算法

A) 境界點의 경우

① (40)式의 (iii)(iv)를 利用하여 $\eta_e$ $Q_e$를 算出하여 假定値로 한다.

② $\Delta t_{be(0)}$을 計算하여 $t_{e(0)}=t_b+\Delta t_{be}$를 計算한 後

③ $\eta_{x=x_0(t)}$로부터 $\eta_{e(1)}=\eta_{x=x_0}\{t_{e(0)}\}$를 얻는다.

④ (32)式으로부터 $Q_{e(1)}$을 얻는다.

⑤ $\eta_{e(0)}-\eta_{e(0)}$, $Q_{e(1)}-Q_{e(0)}$ 等이 精度內에 있으면

⑥ $t$의 座標는 $t_{e(0)}=t_b+\triangle t_{be(0)}$, 여기서 $\Delta t_{be(0)}=\Delta x_{be}/V_{be(0)}-w_{be(0)}$

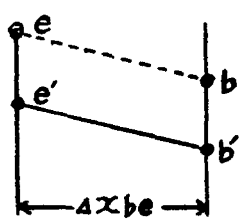

Fig 2

B) ① (40)式의 (i)(ii)式를 利用하여 $Q_{d(0)}$ $\eta_{d(0)}$를 求하여 最初假定 値로한다.

② $\Delta t_{ad(0)}$를 計算하여 $t_{d(0)}=t_a+\Delta t_{ad(0)}$를 計算한 後

③ $Q\sim H$ graph가 있으면 $Q_{d(1)}=Q_d\{t_{e(0)}\}$를 얻는다. $Q\sim H$ graph가 없으면 (37)式으로 $Q_{d(1)}$을 求한다.

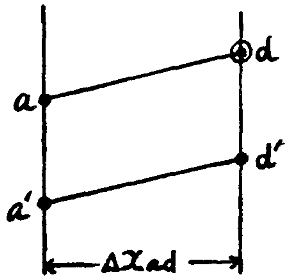

Fig 3

④ $\eta_{d(1)}-\eta_{d(0)}$, $Q_{d(1)}-Q_{d(0)}$ 等이 精度內에 있으면

⑤ $t$의 座標는 $t_{e(0)}=t_a+\Delta t_{ad}$로 計算한다.

**中間點의 경우**

① (40)式의 (i)(ii)式을 使用하여 $Q_{d(0)}$ $\eta_{d(0)}$를 求하여 最初假定値로함

② (40)式의 (iii)(iv)式을 使用하여 $Q_{e(0)}$ $\eta_{e(0)}$를 求하여 最初假定値로함

③ (27)式을 利用하여 $\zeta$와 $\xi$, $1-\xi$를 求하고

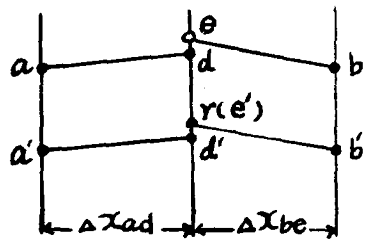

Fig 4

④ (31) (32)式으로 $\eta_{e(1)}$ $Q_{e(1)}$를 求한다.

⑤ (36) (37)으로부터 $\eta_{d(1)}$ $Q_{d(1)}$을 求한다.

⑥ 이것을 確定値로 하면 $t$의 座標는 $t_{d(0)}=t_a+\triangle t_{ad}$ $\Delta t_{ad}=\Delta x/V_{ad(0)}+w_{ad(0)}$

⑦ 最初의 假定値와의 差로 精度를 確認, 即 $\eta_{d(1)}-\eta_{d(0)}$, $Q_{d(1)}-Q_{d(0)}$ 또 $\eta_{e(1)}-\eta_{e(0)}$, $Q_{e(1)}-Q_{e(0)}$

**特殊한 點의 假定値**

A) Fig 5와 같이 $b'e'$에 해당하는 點의 要素가 없을때 隣接地點의 狀態를 보고 適當히 點 $e$의 값들을 假定하여 試算하나 機械的으로 $\eta_{e(0)}=\eta_r$, $Q_{e(0)}=Q_r$로 假定하고 遂

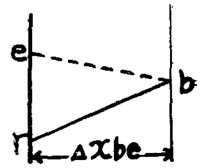

Fig 5

次近似値로 求함.

B) Fig 6인 경우 $\eta_{d(0)}=\eta_0$ $Q_{d(0)}=Q_0$ $\eta_{e(0)}=\eta_0$ $Q_{e(0)}=Q_0$로 最初假定値로함.

C) Fig 7인 경우는 $\eta_{d(0)}=\eta_0$ $Q_{d(0)}=Q_0$와 같이 最初의 假定値로서 使用한다.

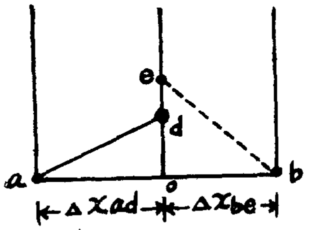


Fig 6

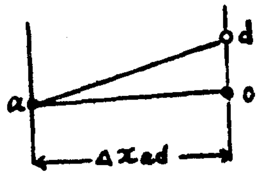


Fig 7

### 5. 結 論

여기 招介한 不定流計算에서는 맛소우(J. Massau)가 考案한 特性曲線을 利用하여 直接代數解를 얻은 結果로부터 얻은것이다.

河道의 特定點 $x=0$에서의 境界條件 $\eta_x=0$, $\eta=A_*(t)$, $Q_x=0=Q_*(t)$를 주고 下流地點에서의 水位 流量의 時間的 變化를 求하는 것이므로 이에 必要한 것은 特定點에서의 水位流量 曲線이 必要하며 其他 下流地點에서의 水位流量曲線이 있으면 精度의 檢討 좋을것이다. 이 方法에는 不定區間 不定時間法및 不定거리 定時間法이 있으나 여기에 招介한것은 固定斷面法 即 定區間 法으로한 것이다.

이方法으로 하면 最初의 假定値의 選定法이 機械的으로 可能하다는 利點을 가지고 있으며 또 變量으로서는 不規則 河道計算에 適合한 水位와 流量을 擇한것이다. 計算에 差分法을 使用하고 있으므로 計算量은 區間 時間間隔에 따라 그 格子數가 많으면 그量이 많아지나 現在 電子計算機의 技術分野의 廣範한 登場으로 現在 새로운 角度로 重要視되는 段階가 아닌가 보는것이다.

## 參 考 文 獻

① LG.Puls : Flood regulasteion of the Temnessee River Moth congr. Istsess. H.D. 185 Pt. 2 appendixß (1928)

② Linsley R.K.M.A. Kohler and J.L.H.Paulhus : Applied Hydrology. MC. Graw-Hill. 1949. p. 511.

③ Cheng H.M : A graphical Solution for flood routing Problems. Civil Engineeling. Vol. 16 1946.

④ Steinberg I.H : A method of flood Routing civil Engiueeling Vol. 8 pp. 476～477.

⑤ Kleitz : Theorie du mouvement non Permanent des liguides etsur son application à la propagation des crues des rivières, Annales des ponts et Chansseés 1877.

⑥ 速水一郎：洪水流の理論について，水工學の最近の進步 土木學會 昭 28.

⑦ Thomas : Graphical integration of the flood wave equations, Trans, A.G.U. (1940) p. 696.

⑧ 林泰造 : Mathematical study of the motion of intumescences in open Chaunels of uniform slope.
土木學會論文 11號 昭 26.

⑨ Stoker. J.J : (water waves) Vol. IV of "pure and applied mathematics" New York 1957 11～5.

<p.61에서 계속>

No. 12—Hydrological network design-needs, problems and approaches, by J. C. Rodda

**4) Publication of general interest**

Weather and Water, 204. TP. 107.

**5) Technical Notes under preparation**

Automatic equipment for oberving and transmiting hydrometeorological data, weirs, flumes and other stream-gauging structures.

Case book on hydrometeorological networks.

Machine methods for collection, quality control, processing and publication of hydrometeorological data.