

極限強度設計法에 의한 鐵筋콘크리트보의 解析

The Analysis of Reinforced Concrete Beam by Ultimate-Strength Design

吳 武 泳
Moo Yung Oh

1. 緒 論

鐵筋콘크리트 設計에 있어서 지금까지 사용되고 있는 許容應力(彈性理論) 設計法은 1956年 ACI 示方書에서 極限強度設計法을 인정하였을때까지 오랜 동안 지배적인 標準設計法이었다.

許容應力設計法은 彈力理論에 근거하여 許容應力以內에서 콘크리트의 應力分布를 直線分布로 가정하고 鐵筋콘크리트를 解析하고 있다.

그러나 鐵筋콘크리트는 정상적인 荷重作用 상태에서 불연속의 가는 균열이 생길 수 있는 非彈性材이다. 또 破壞될 때의 壓縮應力은 포물선으로 분포되며 中立軸에서 0이고 緣端에서 極限強度가 된다. 이러한 복잡한 현상이 비교적 간단한 極限強度設計法으로 해결될 수 있다.

極限強度의 解析은 미국의 Whitney 氏에 의하여 개척되었으며 1963年 개정된 ACI 示方書는 極限強度設計法을 거의 완전히 설명하고 있어서 지금까지 彈性理論으로 처리되어 오던 콘크리트의 理論을 완전히 혁신시켰다.

우리나라에서는 1969年 7月 土木學會에서 示方書를 개정하고 1963年 ACI 示方書에 따라서 極限強度 示方書를 제정했다.

本論은 1969年 示方書에 의거하여 보에 대한 極限強度解析을 하고자 한다.

2. 힘모멘트에 의한 보의 破壞

보에 작용하는 최대힘모멘트는 보의 抵抗모멘트로 支持되어야 한다.

이 抵抗모멘트는 合成引張力 T와 合成壓縮力 C에 의한 內部應력과 두힘 T와 C의 거리 jd에 의하여 좌우된다.

鐵筋콘크리트 보에서 壓縮應力은 中立軸에서 0으로부터 緣端 근처에서 최대로 변하고 極限상태에서

筆者: 忠北大學

이것은 直線分布가 아니라 포물선분포를 이룬다.

힘모멘트에 의하여 鐵筋콘크리트 보가 파괴될 경우에는 鐵筋에서 引張力 부족으로 파괴되던가 아니면 콘크리트의 壓縮力 부족으로 파괴된다.

대부분의 보에서는 콘크리트의 壓縮應力 보다 鐵筋의 引張應力 부족으로 鐵筋의 應力이 먼저 降伏點應力 σ_y 에 이르게 된다. 이 鐵筋이 降伏點應力에 도달하면 변형탄을 계속하면서 應力의 증가는 거의 없다.

그래서 모멘트가 증가하면 中立軸의 위치는 위로 이동하고 壓縮應力 분포상태는 포물선이요 壓縮力 C의 中心이 위로 이동한다.

抵抗모멘트 $M_r = \sigma_y A_s j d$ 는 jd가 늘어나므로 증가하지만 Cjd에서 壓縮力 C는 거의 일정하다. 그리고 中立軸이 위로 이동하므로 壓縮應力 면적은 감소되고 單位壓縮應力은 커진다.

이런 과정은 2차적인 효과를 일으켜 감소된 면적의 壓縮應力 증대로 파괴될 때까지 계속된다.

이와같은 過小 鐵筋콘크리트 보의 鐵筋이 降伏點에 도달한 후에도 큰 변형을 나타내므로 보가 파괴에 가까웠다는 것을 알려주며 鐵筋은 延性이어서 콘크리트 파괴 시에도 끊어지지 않는다.

그러나 過大한 鐵筋콘크리트 보가 되면 갑자기 급격히 파괴에 이른다.

만일 파괴 시에 鐵筋이 降伏點應力에 도달하는 순간에 콘크리트도 破壞強度에 도달하면 그 보의 平衡보가 되지만은 이런 보에는 많은 鐵筋이 필요하므로 경제적이 아니다. 그래서 대개 過小 鐵筋 보로 設計하는 것이 경제적이다.

3. 極限強度設計의 安全

許容應力設計法에서는 安全係數를 하나로 취급하였으나 極限強度設計法에서는 安全에 대한 규정을 둘로 분리하였다.

安全에 대한 두개의 係數는 荷重係數와 ϕ 係數이다.

荷重係數란 규정된 許容荷重이 초과될지도 모를 가능성을 예측한 것이다.

확실하게 규정된 活荷重이라도 死荷重보다 초과되기 쉽기 때문에 부재의 極限強度는 荷重係數를 모든 許容荷重에 다 각각 곱한 전체값을 고려하여야 된다.

그래서 示方書 8條는 活荷重, 死荷重, 風荷重, 지진하중 등에 대하여 荷重係數의 크기를 각각 다르게 한 것이다.

예를 들면 구조물의 위치로 보아서 活荷重과 死荷重에 비하여 풍하중과 지진의 영향을 무시할 수 있을 때의 設計荷重은 다음 값 중에 큰것을 취해야 한다.

$$U=1.5D+1.8L \quad \dots(\text{示 } 1-1)$$

$$U=1.3D+2.5L \quad \dots(\text{示 } 1-2)$$

여기서는 D, L 각각 死荷重과 活荷重이다.

ϕ 係數는 材料의 변화, 시공시의 수치차, 약산에 의한 오차 등 기술자에 의하여 좌우되는 문제를 고려한 규정이며 ϕ 는 應力의 종류 혹은 부재에 따라 달리한다. 즉 휨, 부착 또는 전단력, 압축부재 등에 따라 변화된다.

示方書 6條에는 極限強度 계산에서 安全을 위한 감소율 ϕ 계수를 다음과 같이 규정하고 있다.

휨 부재	$\phi=0.9$
사인장, 부착력, 정착	$\phi=0.85$
나선철근압축부재	$\phi=0.75$
미철근 압축부재	$\phi=0.70$

極限強도모멘트, 極限強剪斷力을 각각 M_u, V_u 라고 고하면 $M_u=\phi M, V_u=\phi V$ 가 되며 여기서 M, V 는 모멘트, 剪斷力 또는 荷重量的 理想強度를 표시 하는 것이다.

4. 平衡된 보

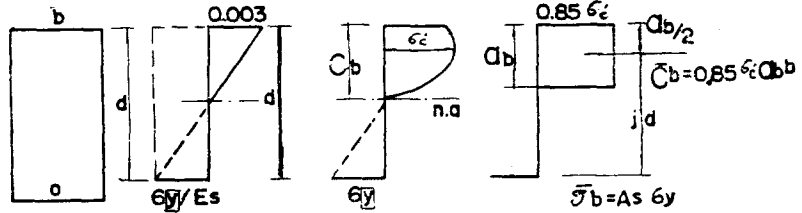
極限強度設計에서 平衡 보는 실용적이 아니지만 그 개념은 1963年 ACI 示方書의 근본원리를 이루고 있다. 또 1969年 한국 土木學會 示方書에는 다음과 같이 규정하고 있다.

示方書 12條에 의하면 矩形보에 사용되는 鐵筋은 平衡鐵筋의 75%로 제한 했고 13條와 14條에는 複鐵筋보와 T形보에서도 平衡鐵筋의 75%로 제한 하였다.

이와같은 규정은 壓縮으로 인한 콘크리트의 脆性

破壞 보다는 鐵筋의 降伏함으로써 일어나는 延性破壞로 보가 파괴되도록 한 것이다.

平衡보는 그림 1과 같이 鐵筋콘크리트 보가 파괴 할 때의 變形三角形에 의하여 解析할 수 있다.



鐵筋의 變形率은 $\frac{\sigma_y}{E_s}$ 가 되고 示方書에 의하여 $E_s=2,040,000\text{kg/cm}^2$ 가 된다. 또 콘크리트의 壓縮側 緣端의 最大變形率은 0.003으로 고정하였는데 이 값은 실험 결과와 잘 일치하며 變形은 中立軸에서 부터 거리에 비례한다.

中立軸의 위치는 壓縮三角形에서 다음과 같이 결정 할 수 있다.

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + \sigma_y/E_s} = \frac{6,120}{6,120 + \sigma_y}$$

$$\therefore c_b = \frac{6,120}{6,120 + \sigma_y} d \quad \dots(1)$$

極限強度 상태의 콘크리트 壓縮應力分布는 그림 1과 같이 $0.85\sigma_c'$ 로 균등하고 그 壓力이 壓縮面에서 $a=k_1c$ 까지의 깊이로 四角形으로 분포한다고 시방서는 가정했는데 이것은 실제와 잘 부합한다.

여기서 c는 압축측의 緣端에서 中立軸까지의 수직거리이고 k_1 의 값은 $\frac{a}{c}$ 의 비례상수로서 示方書5條는 $k_1=0.85$ 를 σ_c' 가 280kg/cm^2 일 때까지 적용할 수 있다고 규정했다.

平衡鐵筋比 P_b 는 $T_b=C_b$ 로 계산되며 그림 1에서 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$T_b = C_b$$

$$p_b b d \sigma_y = 0.85 \sigma_c' k_1 c b$$

$$p_b = 0.85 k_1 \frac{\sigma_c'}{\sigma_y} \frac{c}{d}$$

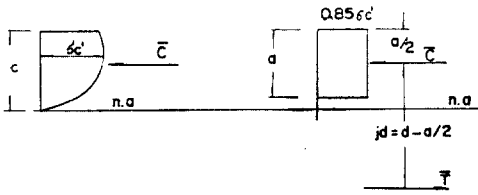
(1) 式에서 $\frac{c}{d}$ 를 대입하면 다음과 같다.

$$p_b = 0.85 k_1 \frac{\sigma_c'}{\sigma_y} \times \frac{6120}{6120 + \sigma_y} \quad \dots(2) \quad (\text{示 } 2-2)$$

p_b 는 인장철근만을 가진 矩形보에서 윗쪽의 端緣 콘크리트應力이 $0.85\sigma_c'$ 일때 인장철근의 應力이 σ_y 이고 콘크리트 緣端의 변형율이 최대값 0.003으로 될때의 鐵筋比이다.

5. 引張鐵筋만을 사용한 矩形보

引張鐵筋만을 사용한 矩形보의 極限強度設計에 있어서 抵抗모멘트는 다음과 같이 계산할 수 있다.



그 립 2

그림 2에서 $C=T$ 이므로 壓縮面積이 $T=A_s\sigma_y$ 와 같은 크기의 C 를 지지할 수 있을때 極限모멘트 에 도달한다.

압축력 C 는 크기가 $0.85\sigma_c'$ 이고 깊이가 a 인 등분포응력의 四角形으로 구할 수 있다.

$$C=T$$

$$0.85\sigma_c'ab=A_s\sigma_y$$

$$a=\frac{A_s\sigma_y}{0.85\sigma_c'b}=\frac{p\sigma_y d}{0.85\sigma_c'} \quad \dots(3)$$

여기서 $p=\frac{A_s}{bd}$ 이고 T 와 C 사이의 거리 $jd=d-\frac{a}{2}$ 이므로

$$M=Tjd=A_s\sigma_y(d-\frac{a}{2})$$

이 된다. 식중에서 M, T, C 는 이상적인 조건에서의 極限強도모멘트, 인장력, 압축력이다.

즉 極限모멘트는 $Mu=\phi M$ 이고 $\phi=0.9$ 이다.

$$Mu=\phi A_s\sigma_y(d-\frac{a}{2})$$

$$=\phi p b d \sigma_y (d-\frac{p\phi y d}{1.7\sigma_c'})$$

$$=\phi p b d^2 \sigma_y (1-0.59p\frac{\sigma_y}{\sigma_c'})$$

$q=p\frac{\sigma_y}{\sigma_c'}$ 로 하면

$$p\sigma_y=q\sigma_c'$$

$$Mu=\phi b d^2 q \sigma_c' (1-0.59q) \quad \dots(4) \text{ (示 2-1)}$$

또는

$$Mu=\phi A_s\sigma_y d (1-0.59p\frac{\sigma_y}{\sigma_c'})$$

이때의 철근비 p 는 極限強度 상태에서 平衡鐵筋比 p_b 의 75%를 넘어서는 안된다. 즉 $p \leq 0.75p_b$ 로 할것을 示方書 12條에 규정하고 있다.

이것은 p 가 $0.75p_b$ 를 넘을때는 철근의 응력이 降伏點應力 σ_y 보다 작아지는 고로 이때는 (4)式(示 2-1)을 사용할 수 없는 때문이다. 그래서 $q=0.75p_b\frac{\sigma_y}{\sigma_c'}$ 로 하던가 $A_s=0.75p_b b d$ 로 하여 다시 Mu 를 구해야 한다.

철근비가 $p \leq 0.75p_b$ 로 되어야 그 보는 1차적으로 인장과파괴되고 그 다음 철근이 늘어나므로 中立

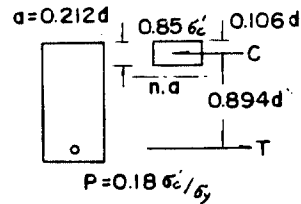
軸은 올라가서 최대 압축변형이 0.003이 되고 2차적으로 壓縮破壞가 일어나게 되는 경제적 設計가 될 수 있다.

6. 처짐에 대한 조절

作用荷重으로 힘을 받는 철근콘크리트 부재의 처짐은 반드시 고려되어야 하며 일반적으로 $p > 0.18\frac{\sigma_c'}{\sigma_y}$ 일때는 처짐을 검사할 것을 示方書 9條에 요구하고 있다.

철근비가 크게 되면 보통 보의 크기가 적어지는 것을 의미하며 따라서 처짐은 커진다. 짧은 보는 큰 철근비를 갖고 있어도 처짐에 대한 염려가 없으나 긴 보의 오히려 적은 철근비로도 처짐에 대한 문제가 일어난다. 그래서 긴 보와 캔틸레버구조물 및 얇은 부재는 항상 처짐에 대한 관심을 두어야 한다.

鐵筋콘크리트 矩形보에서 $p=0.18\frac{\sigma_c'}{\sigma_y}$ 에 대한 상수들을 유도하면 그림 3에서 다음과 같이 할 수 있다.



그 립 3

$$T=A_s\sigma_y=pbd\sigma_y=0.18\sigma_c'bd$$

$$a=T/0.85\sigma_c'b=\frac{0.18\sigma_c'bd}{0.85\sigma_c'b}=0.212d$$

$$jd=d-\frac{a}{2}=d-\frac{0.212d}{2}=0.894d$$

$$M=Tjd=0.18\sigma_c'bd \times 0.894d=0.161\sigma_c b d^2$$

$$Mu=\phi M=0.9 \times 0.161\sigma_c' b d^2=0.145\sigma_c' b d^2 \\ =0.145\sigma_c' b d^2 \dots(5)$$

이러한 상수들은 주어진 철근량에 대한 필요한 상수들이며 示方書에서 처짐에 대하여 검토할 것을 요구한 경우이다.

7. 壓縮鐵筋을 가진보

때때로 보는 크기의 제한을 받기 때문에 압축을 받는 것을 돕기 위하여 철근이 필요할 때가 있다.

보의 極限強度解析에서 압축철근이 降伏點에 도달해야 하는데 만약 압축철근이 降伏點 이하의 응력을 받는다면 압축철근의 존재는 별로 기대할바

못된다.

그래서 示方書는 압축철근보에서 철근이 降伏點에 도달했을 때를 생각하고 있다.

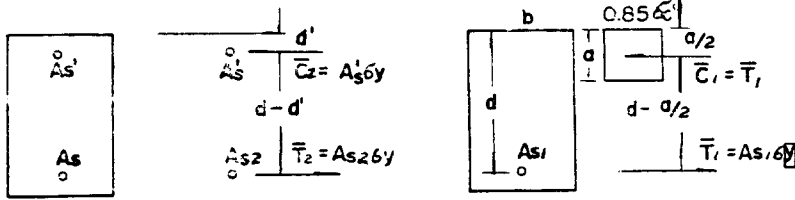


그림 4

그림 4에서와 같이 인장철근은 두 부분 $A_{s2}=A_s'$ 와 $A_{s1}=A_s-A_{s2}$ 로 나누고 전체 모멘트를 M_2 와 M_1 으로 한다.

$$M_1 = A_{s1} \sigma_y (d - \frac{a}{2})$$

$$M_2 = A_s' \sigma_y (d - d')$$

$$Mu = \phi (M_1 + M_2)$$

또는

$$Mu = \phi \{ (A_s - A_s') \sigma_y (d - \frac{a}{2}) + A_s' \sigma_y (d - d') \}$$

...(6) (示 2-3)

$C_1 = T_1$ 이므로 應力四角形의 길이 a 는 다음과 같다.

$$0.85 \sigma_c' ab = (A_s - A_s') \sigma_y$$

$$a = \frac{(A_s - A_s') \sigma_y}{0.85 \sigma_c' b}$$

(6)式(示 2-3))

은 압축철근이 降伏點 應力 σ_y 에 달했을 때 한해서 성립된다.

즉 이렇게 되려면 다음式이 성립되어야 한다.

$$p - p' \geq 0.85 k_1 \frac{\sigma_c' d'}{\sigma_y d} \times \frac{6,120}{6,120 - \sigma_y} \dots (7) \text{(示 2-4)}$$

(7)式(示 2-4)에서 $p - p'$ 의 값이 右邊보다 작으면 압축철근이 받는 應力이 σ_y 보다 작아지므로 압축철근의 應力을 무시해서 사용할 수 있다.

즉 p' 를 무시하고 (4)式(示 2-1)을 사용해서 M_u 를 계산할 수 있다.

콘크리트의 변형율이 0.003 이하라야 하는 고로 $p - p'$ 의 값은 (2)式(示 2-2)의 P_b 값의 75%보다 큰 값을 쓸 수 없으며 압축철근을 무시할 때의 p 의 값도 p_b 의 75%보다 적어야 한다.

처짐은 보의 上部와 下部에서 일어나는 변형으로 결정된다. 그래서 처짐은 A_{s1} 과 콘크리트의 압축력에 의한 우력모멘트 M_1 으로 측정된다. 이때 A_s' 와 A_{s2} 에 의한 우력모멘트 M_2 는 무시한다. 그러므로 示方書의 처짐에 대한 경고는,

$$p - p' > 0.18 \frac{\sigma_c'}{\sigma_y}$$

의 경우로 규정하고 처짐을 검사하도록 했는데 이것은 A_s' 가 降伏點에 달했을 때 A_{s1} 만을 제한하는 것과 같은 것이다.

8. T形보

일반적으로 T形보에서 Flange의 壓縮面積은 충분히 커서 壓縮에 의한脆性破壞의 가능성은 없다.

흔히 中立軸은 Flange 내의 높은 곳에 오기 때문에 T形보는 폭이 넓은

矩形보로 단순히 設計할 수 있다.

그리고 T形보로 작용하기 위해서는 Flange의 壓縮力과 대치할 수 있는 鐵筋이 필요하므로 引張鐵筋이 증가된다.

極限強壓縮應力 分布길이 a 가 Flange 두께 t 보다 작은 경우는 Flange 폭 B 로 되는 矩形보와 똑같은 應力解析이 된다. 그러나 $a > t$ 일 때는 T形보로 작용하므로 Flange 突出부분을 따로 分離해서 이것과 壓縮強度가 같은 가상적인 壓縮鐵筋 A_{sf} 를 Flange의 중앙에 대치시킨다.

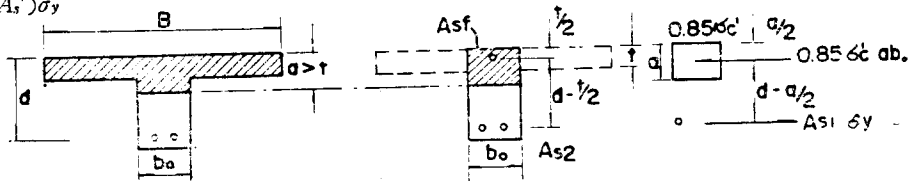


그림 5

그림 5에서

$$A_{sf} \sigma_y = 0.85 \sigma_c' t (B - b_o)$$

$$A_{sf} = 0.85 \sigma_c' t (B - b_o) / \sigma_y$$

그리고 그림 5의 가상複鐵筋 矩形보는 두개의 우력모멘트 M_f 와 M_w 로 나눌 수 있다. 즉 인장철근을 복철근 矩形보와 같이 A_{s1} 과 A_{s2} 로 나누고 돌출 Flange 부분의 가상 압축철근 A_{sf} 와 $A_s' = A_{s2}$ 가 우력모멘트 M_f 를 만든다. 그리고 A_{s1} 과 矩形 콘크리트 壓縮力이 우력모멘트 M_w 를 만든다.

$$M_f = 0.85 \sigma_c' t (B - b_o) (d - \frac{t}{2})$$

$$= A_{sf} \sigma_y (d - \frac{t}{2})$$

$$M_w = (A_s - A_{sf}) \sigma_y (d - \frac{a}{2})$$

여기서 $A_s - A_{sf}$ 는 A_{s1} 이 되므로 이것은 콘크리트 矩形 압축면적과 대치된다.

$$A_s - A_{sf} = 0.85 \sigma_c' a b_o$$

$$\therefore a = \frac{A_s - A_{sf}}{0.85 \sigma_c' b_o}$$

極限強度모멘트는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} Mu &= \phi M_f + \phi M_w \\ &= \phi \left\{ A_{sf} \sigma_y \left(d - \frac{t}{2} \right) + (A_s - A_{sf}) \sigma_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \right\} \\ &\dots (8) (\text{示 } 2-5) \end{aligned}$$

콘크리트의 변형율이 0.003 이하라야 하는 고로 구형보에서와 같이 인강철근을 제한해야 한다. 즉

$$p_w - p_f \leq 0.75 p_b$$

으로 되어야 하며 여기서

$$p_w = \frac{A_s}{b_0 d}$$

$$p_f = \frac{A_{sf}}{b_0 d}$$

이며 p_b 는 (2)式(示 2-2)의 값이다.

T形보의 처짐에 대한 시방서의 경고는 다음과 같을때 점산할 것을 요구한다.

$$p_w - p_f > 0.18 \frac{\sigma_c'}{\sigma_y}$$

이것은 복철근보와 같이 A_{s1} 과 구형콘크리트 압축력에 의한 우려모멘트 M_w 만으로 처짐이 결정되기 때문이다.

9. 剪斷力, 附着力, 斜引張應力

剪斷力과 附着力에 대한 許容應力 設計法과 極限強度 設計法은 1963年 ACI 示方書 및 1969年 土木學會 示方書에 잘 취급되어 있다.

이 두가지 방법의 차이는 단지 두 방법에 연관성이 있는 허용응력이 각각 상이할 뿐이며 極限強度 設計에서는 安全을 위한 감소율係數 $\phi = 0.85$ 를 사용해야 한다는 것이다.

그 밖에는 일반 彈性理論의 設計法에서와 대부분 비슷하다. 소요단면적, 둘레, 정착깊이, 겹침깊이, 갈비철근 등은 대부분의 경우에 있어서 차이가 아주 적으며 이들 값을 계산하는 公式는 두 設計法에서 각각 그 기호만을 달리하는 정도이다.

10. 結 論

鐵筋콘크리트 보가 破壞될 때의 콘크리트의 應力 分布는 여러가지 복잡한 요소가 개입되고 자연수축과 먼저 재하때 일어난 균열에 따라서 응력분포가

달라진다.

그래서 상용설계법으로 계산한 實應力은 荷重 작용에서 철근콘크리트의 변화를 그대로 나타내지 못하는 것이며 대략적으로 추측하는것 이상의 것을 할수 없고 나아가서 極限狀態의 應力 관계는 전연 나타낼 수 없다.

철근콘크리트를 실험하여 보면 許容荷重에서의 실제 변형과 直線의인 應力을 기초로한 재래식의 방법으로 계산한 값과는 다르다는 것을 알수 있다.

本論에서 기술한 바와 같이 極限強度理論은 過荷重作用下에서 일어나는 실제의 파괴 상태에 근거하여 변형율과 응력을 따져서 安全하도록 만든 방법이다.

그런데 極限強度 設計라면 安全性이 작은 것으로 생각하는 기술자도 있으나 오히려 합리적인 안전계수를 사용하고 있다. 活荷重에는 1.8배의 過荷重을 사용했고 死荷重에는 1.5배를 규정하는데 死荷重에서 이와같이 많은 오차는 생길수 없기 때문에 안전에 대하여 너무 많은 여유를 갖고 있다고 생각한다.

그리고 콘크리트의 압축응력 분포를 矩形으로 규정 한 것이 조잡한것 같고 간단하지만 실험에 의하면 충분히 정확한 결과를 준다.

그래서 極限強度 設計法을 사용하면 安全係數가 더욱 균등하게 적용되며 또 材料의 결감을 가져오 고 실제와 잘 부합하게 된다. 고로 철근콘크리트 설계와 해석에 있어서 허용응력 설계보다 합리적인 방법이 된다.

[참고 문헌]

ACI Code for Reinforced Concrete—1963年 콘크리트 標準示方書—1969年 土木學會. 鐵筋콘크리트 徐英甲 著.

Reinforced Concrete Fundamentals—1965年 Phil M. Ferguson. Theory and Practice of Reinforced Concrete-1966. Duham.