論 文

論文 70-7-4-1

傳送線型 超廣帶域 FM 辨別器에서 結合 抵抗器의 誤差가 미치는 影響

(Effects of Coupling Resistor Resistance Discrepancy from Characteristic Impedance on Discriminating Characteristics of Super Wide-Band FM Line Discriminator)

李 忠 雄*
(Lee, Choong Woong)

要 約

本 論文에서는 傳送線型超廣帶域 FM辨別器의 結合抵抗値가 最適結合抵抗値[1](辨別器에 使用된 傳送線의 特性임피단스)와의 誤差가 ±10%以內일때 傳送線型 FM 辨別器의 入力임피단스와 出力波形의 디스토숀에 미치는 影響을 考察했다.

Abstract

This presents the way in which the input impedance, and the output waveform of the line discriminator are influenced by a discrepancy of less than ±10% in the coupling resistor resistance from the optimum value (Characteristic impedance of the transmission line used in the line discriminator)

1. 序 論

結合抵抗係數가 $\gamma=1$인 理想傳送線을 使用한 超廣帶域傳送線型 FM 辨別器[1]는 이미 發表한바 있으나 本論文에서는 實際의 境遇를 考慮하여 結合抵抗器의 抵抗値의 誤差가 最適値(FM 辨別器에 使用한 傳送線의 特性임피단스)보다 ±10% 以內로 틀릴때($\gamma=1\pm0.1$) 傳送線型 FM 辨別器의 入力임피단스와 出力波形에 미치는 影響을 考察하기로 한다.

2. 入力임피단스에 미치는 影響

그림 1에서 入力임피단스 Z_{in}는 다음과 같이

*서울工大(現在 日本 東京大學 工學部 電子工學科 宇都宮研究室에서 研究中)

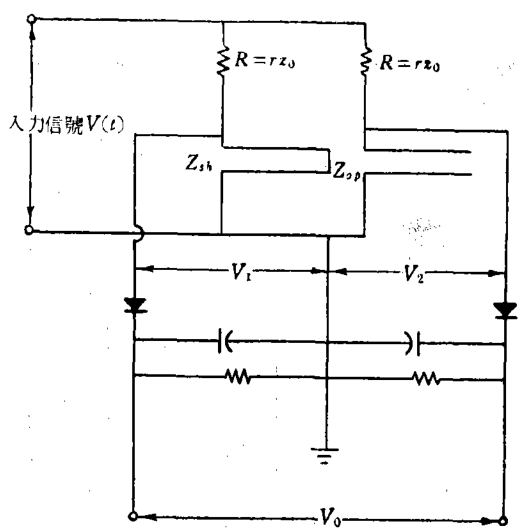

그림 1 超廣帶域 FM辨別器의 結線圖

表示된다. 卽

$$Z_{in}=\frac{(\gamma Z_o+Z_{sh})(\gamma Z_o+Z_{op})}{(\gamma Z_o+Z_{sh})+(\gamma Z_o+Z_{op})}$$

$$=Z_o\frac{(\gamma^2+1)\pm j2\gamma\tan\Delta\Phi}{2\gamma\pm j2\tan\Delta\Phi} \quad (1)$$

但 Z_{sh}=短絡傳送線의 임피단스

Z_{op}=開放傳送線의 임피단스

$$\Delta\Phi=\frac{\pi}{2}(2n+1)\frac{\Delta f}{f_c} \quad (n=0,\ 1,\ 2,\cdots)$$

(1)式을 γ에 關하여 徵分하면

$$\frac{\partial Z_{in}}{\partial\gamma}=Z_o\left\{1-\frac{Z_{in}}{\gamma\pm j\tan\Delta\Phi}\right\} \quad (2)$$

이 된다.

지금 特性임피단스 Z_o에 對한 入力임피단스 Z_{in}의 變化率을 보기 爲하여 (2)式을 變化시키면

$$\frac{dZ_{in}}{Z_o}=\left|1-\frac{(\gamma^2+1)\pm j2\gamma\tan\Delta\Phi}{2(\gamma\pm j\tan\Delta\Phi)^2}\right|d\gamma\times100\% \quad (3)$$

과 같이 된다. 그림 2는 周波數偏倚率을 파라메터로하고 結合抵抗係數 γ를 函數로한 特性임피단스 Z_o에 對한 入力임피단스의 變化率을 表示한다. 同圖에서 알 수 있는 바와같이 結合抵抗의 誤差가 ±10%일때 周波數偏倚 $\Delta f/f_c=1/2$ 對한 入力임피단스 Z_{in}의 變化는 特性임피단스 Z_o의 ±7%誤差밖에 갖어오지 않는다.

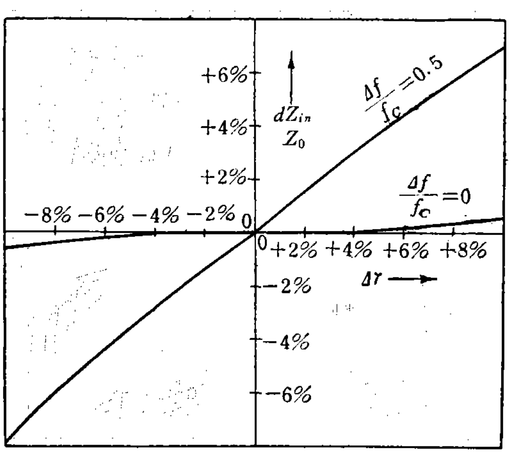

그림 2

3. 傳送線型辨別器의 出力波形에 미치는 影響

그림 1에서 傳達函數 V_1/V, V_2/V는 다음과 같이 表示된다. 卽

短絡傳送線인 境遇:

$$F_1(j\omega)=V_1/V=\frac{1}{\gamma+1}(1-e^{-jz\theta})(1-\zeta e^{-jz\theta}+\zeta^2e^{-j4\theta}-\zeta^3e^{-j6\theta}+\cdots) \quad (4)$$

開放傳送線인 境遇:

$$F_2(j\omega)=V_2/V=\frac{1}{\gamma+1}(1+^{-j2\theta})(1+\zeta e^{-j2\theta}+\zeta^{2-j4\theta}+\zeta^3e^{-j6\theta}+\cdots) \quad (5)$$

但 $\zeta=\dfrac{\gamma-1}{\gamma+1}$

$\theta=\dfrac{2\pi l}{\lambda}=\dfrac{\omega l}{C}$

l=傳送線의 길이

$C=f\lambda$

지금 結合抵抗의 誤差가 ±10%以內 卽 /ζ/가 0.05보다 적을 境遇를 考慮하면 ζ^3 以下의 項을 無視할수 있으므로 (4)式과 (5)式은 다음과 같이 된다.

$$F_1(j\omega)=\frac{1}{\gamma+1}\{1-(\zeta+1)e^{-j2\omega l/c}+\zeta(\zeta+1)e^{-j4\omega l/c}-\zeta^2e^{-j6\omega l/c}\} \quad (6)$$

$$F_2(j\omega)=\frac{1}{\gamma+1}\{1+(\zeta+1)e^{-j2\omega l/c}+\zeta(\zeta+1)e^{-j4\omega l/c}+\zeta^2e^{-j6\omega l/c}\} \quad (7)$$

FM入力信號를 다음式으로 表示하기로 하면

$$V(t)=Ve^{j(\omega_ct+m_f\sin pt)} \quad (8)$$

과 같이 된다. 콘보류숀(convolution)積分을 利用하여 出力電壓 $V_1(t)$, $V_2(t)$를 다음式으로 表示할 수 있다. 卽

$$V_1(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}h_1(t-2)v(t)d\tau \quad (9)$$

$$V_2(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}h_2(t-2)v(t)d\tau \quad (10)$$

여기서 $h(t)$는 유닛트 임펄스 펑숀(unit impulse function) $\delta(t)$에 對한 回路의 應答이다. (6)式과 (7)式에서 $h_1(t)$와 $h_2(t)$를 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$h_1(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F_1(j\omega)e^{j\omega t}d\omega=\frac{1}{\gamma+1}\left\{\delta(t)-(\zeta+1)\delta\left(t-\frac{2l}{c}\right)\right.$$
$$\left.+\zeta(\zeta+1)\delta\left(t-\frac{4l}{c}\right)-\zeta^2\delta\left(t-\frac{6l}{c}\right)\right\} \tag{11}$$

$$h_2(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F_2(j\omega)e^{j\omega t}d\omega=\frac{1}{\gamma+1}\left\{\delta(t)+(\zeta+1)\delta\left(t-\frac{2l}{c}\right)\right.$$
$$\left.+\zeta(\zeta+1)\delta\left(t-\frac{4l}{c}\right)-\zeta^2\delta\left(t-\frac{6l}{c}\right)\right\} \tag{12}$$

(9)式과 (10)式을 利用하여 出力電壓은 다음式과 같이 容易하게 表示된다.

$$V_1(t)=\frac{V}{\gamma+1}\left\{e^{j(\omega_c t+m_f\sin pt)}-(\zeta+1)e^{j\left[\omega_c\left(t-\frac{2l}{c}\right)+m_f\sin p\left(t-\frac{2l}{c}\right)\right]}\right.$$
$$\left.+\zeta(\zeta+1)e^{j\left[\omega_c\left(t-\frac{4l}{c}\right)+m_f\sin p\left(t-\frac{4l}{c}\right)\right]}-\zeta^2e^{j\left[\omega_c\left(t-\frac{6l}{c}\right)+m_f\sin p\left(t-\frac{6l}{c}\right)\right]}\right\} \tag{13}$$

$$V_2(t)=\frac{1}{\gamma+1}\left\{e^{j(\omega_c t+m_f\sin pt)}+(\xi+1)e^{j\left[\omega_c\left(t-\frac{2l}{c}\right)+m_f\sin p\left(t-\frac{2l}{c}\right)\right]}\right.$$
$$\left.+\zeta(\zeta+1)e^{j\left[\omega_c\left(t-\frac{4l}{c}\right)+m_f\sin p\left(t-\frac{4l}{c}\right)\right]}+\zeta^2e^{j\left[\omega_c\left(t-\frac{6l}{c}\right)+m_f\sin p\left(t-\frac{6l}{c}\right)\right]}\right\} \tag{14}$$

(13)式과 (14)式을 整理하여 다시쓰면

$$V_1(t)=\frac{V}{\gamma+1}e^{j(\omega_c t+m_f\sin pt)}\{1\pm j(\zeta+1)e^{-j\theta_1}-\zeta(\zeta+1)e^{-j\theta_2}\mp j\zeta^2e^{-j\theta_3}\} \tag{15}$$

$$V_2(t)=\frac{V}{\gamma+1}e^{j(\omega_c t+m_f\sin pt)}\{1\mp j(\zeta+1)e^{-j\theta_1}-\zeta(\zeta+1)e^{-j\theta_2}\pm j\zeta^2e^{-j\theta_3}\} \tag{16}$$

但 ＋記號：$n=0,2,4,\cdots$

－記號：$n=1,3,5,\cdots$

$$\theta_1=2m_f\sin p\frac{l}{c}\cdot\cos p\left(t-\frac{}{c}\right)$$
$$\theta_2=2m_f\sin p\frac{2l}{c}\cdot\cos p\left(t-\frac{2l}{c}\right)$$
$$\theta_3=2m_f\sin p\frac{3l}{c}\cdot\cos p\left(t-\frac{3l}{c}\right) \tag{17}$$

(13)式과 (14)式의 振幅은 다음式으로 表示된다.

$$|V_1(t)|=\frac{V}{\gamma+1}\sqrt{1+(\zeta+1)^2+\zeta^2(\zeta+1)^2+\zeta^4\pm2\zeta(\zeta+1)\sin(\theta_1-\theta_2)-2\zeta^2(\zeta+1)\cos(\theta_1-\theta_3)\mp2\zeta(\zeta+1)\sin(\theta_2-\theta_3)\pm2(\zeta+1)\sin\theta_1-2\zeta(\zeta+1)\cos\theta_2\mp2\zeta^2\sin\theta_3} \tag{18}$$

$$|V_2(t)|=\frac{V}{\gamma+1}\sqrt{1+(\zeta+1)^2+\zeta^2(\zeta+1)^2+\zeta^4\mp2\zeta(\zeta+1)\sin(\theta_1-\theta_2)-2\zeta^2(\zeta+1)\cos(\theta_1-\theta_3)\pm2\zeta(\zeta+1)\sin(\theta_2-\theta_3)\mp2(\zeta+1)\sin\theta_1-2\zeta(\zeta+1)\cos\theta_2\pm2\zeta^2\sin\theta_3} \tag{19}$$

지금 結合抵抗器의 誤差에 依한 影響이 傳送線型 FM 辯別器의 出力波形에 미치는 것을 調査하는 것이 目的이므로 直線檢波와 自乘檢波中에서 디스토숀이 더많은 自乘檢波의 境遇를 살펴 보는것이 더 合理的이다. 自乘檢波器를 使用했을 時의 傳送型 FM 辯別器의 出力波形은

$$V_0(t)=\eta(|V_1(t)|^2-|V_2(t)|^2)$$
$$=\frac{\eta V^2}{(\gamma+1)^2}\{\pm4(\zeta+1)(1+\zeta\cos\theta_2)\sin\theta_1\mp4\zeta(\zeta+1)(\cos\theta_1+\cos\theta_3)\sin\theta_2$$
$$\pm4\zeta[(\zeta+1)\cos\theta_2-\zeta]\sin\theta_3\} \tag{20}$$

(17)式을 (20)式에 代入하면

$$V_0(t)=\frac{\eta V^2}{(\gamma+1)^2}\left\{\pm 4(\zeta+1)\left[1+\zeta\cos\left[X_2\cos p\left(t-\frac{2l}{c}\right)\right]\right]\sin\left[X_1\cos p\left(t-\frac{l}{c}\right)\right]\right.$$
$$\mp 4\zeta(\zeta+1)\left[\cos\left[X_1\cos p\left(t-\frac{l}{c}\right)\right]+\cos\left[X_3\cos p\left(t-\frac{3l}{c}\right]\right]\sin\left[X_2\cos p\left(t-\frac{2l}{c}\right)\right]$$
$$\left.\pm 4\zeta\left[(\zeta+1)\cos\left[X_2\cos p\left(t-\frac{2l}{c}\right)\right]-\zeta\right]\sin\left[X_3\cos p\left(t-\frac{3l}{c}\right)\right]\right\} \tag{21}$$

但 $X_1=2m_f\sin p\frac{l}{c}$

$X_2=2m_f\sin p\frac{2l}{c}$

$X_3=2m_f\sin p\frac{3l}{c}$ (21)

(21)式은 다음과 같이 簡單히 쓸수 있다.

$$V_0(t)=\frac{2\eta V^2}{(\gamma+1)^2}\left\{A\left[J_1(x_1)\cos p\left(t-\frac{l}{c}\right)-J_3(x_1)\cos 3p\left(t-\frac{l}{c}\right)+\cdots\cdots\right]\right\}$$
$$+B\left[J_1(x_2)\cos p\left(t-\frac{2l}{c}\right)-J_3(x_2)\cos 3p\left(t-\frac{2l}{c}\right)+\cdots\cdots\right]$$
$$+C\left[J_1(x_3)\cos p\left(t-\frac{3l}{c}\right)-J_3(x_3)\cos 3p\left(t-\frac{3l}{c}\right)+\cdots\cdots\right]\Big\} \tag{22}$$

但 $A=\pm 4(\zeta+1)\left\{1+\zeta\cos\left[X_2\cos p\left(t-\frac{2l}{c}\right)\right\}\right.$

$B=\pm 4\zeta(\zeta+1)\left\{\cos\left[x_1\cos p\left(t-\frac{l}{c}\right)\right]+\cos\left[x_3\cos p\left(\mathrm{t}-\frac{3l}{c}\right)\right]\right\}$

$C=\pm 4\zeta\left\{(\zeta+1)\cos\left[x_2\cos p\left(t-\frac{2l}{c}\right)-\zeta\right]\right\}$

(22)式을 보면 알수 있는 바와같이 各 큰 括孤內의 式은 結合抵抗이 正確히 特性임피단스 $Z_0(\gamma=1$ 인 경우)와 같을때와 똑같은 形式이므로(附錄參照) 結合抵抗의 ±10%以內의 誤差는 傳送線型 FM辯別器의 出力波形의 디스토숀을 增加시키지 않음을 알 수 있다. (22)式을 더 簡略하게 表示하면

$$V_0(t)=\frac{2\eta V^2}{(\gamma+1)^2}\left\{A_1\cos\left[p\ \left(t-\frac{l}{c}\right)-\zeta_1\right]-A_3\cos\left[3p\left(t-\frac{l}{c}\right)-\zeta_3\right]+\cdots\cdots\right\} \tag{21}$$

但

$$A_1=\sqrt{\left[\sqrt{(AJ_1(x_1)+BJ_1(x_2))^2+\left(BJ_1(x_2)\sin\frac{pl}{c}\right)^2}\cdot\cos\theta_1+CJ_1(x_3)\cos p\frac{2l}{c}\right]^2+\left[\sqrt{\left(AJ_1(x_1)+BJ_1(x_2)\cos\frac{pl}{c}\right)^2\left(BJ_1(x_2)\sin\frac{pl}{c}\right)^2}\cdot\sin\theta_1+CJ_1(x_3)\sin p\frac{2l}{c}\right]^2}$$

$$\theta_1=\tan^{-1}\frac{BJ_1(x_2)\sin\frac{pl}{c}}{AJ_1(x_1)+BJ_1(x_2)\cos\frac{pl}{c}}$$

$$\varphi_1=\tan^{-1}\frac{\sqrt{\left(AJ_1(x_1)+BJ_1(x_2)\cos\frac{pl}{c}\right)^2+\left(BJ_1(x_2)\sin\frac{pl}{c}\right)^2}\cdot\sin\theta_1+CJ_1(x_3)\sin p\frac{2l}{c}}{\sqrt{\left(AJ_1(x_1)+BJ_1(x_2)\cos\frac{pl}{c}\right)^2+\left(BJ_1(x_2)\sin\frac{pl}{c}\right)^2}\cdot\cos\theta_1+CJ_1(x_3)}$$

$$A_3=\sqrt{\left[\sqrt{\left(AJ_3(x_1)+BJ_3(x_2)\cos\frac{3pl}{c}\right)^2+\left(BJ_3(x_2)\sin\frac{3pl}{c}\right)^2}\cdot\cos\theta_3+CJ_3(x_3)\cos\frac{6pl}{c}\right]^2+\left[\sqrt{\left(AJ_3(x_1)+BJ_3(x_2)\cos\frac{3pl}{c}\right)^2+\left(BJ_3(x_2)\sin\frac{3pl}{c}\right)^2}\cdot\sin\theta_3+CJ_3(x_3)\sin\frac{6pl}{c}\right]^2}$$

$$\theta_3=\tan^{-1}\frac{BJ_3(x_2)\sin\frac{3pl}{c}}{AJ_3(x_1)+BJ_3(x_2)\cos\frac{3pl}{c}}$$

$$\varphi_3=\tan^{-1}\frac{\sqrt{\left[AJ_3(x_1)+BJ_3(x_2)\cos\frac{3pl}{c}\right]^2+\left[BJ_3(x_2)\sin\frac{3pl}{c}\right]^2}\cdot\sin\theta_3+CJ_3(x_3)\sin\frac{6pl}{c}}{\sqrt{\left[AJ_3(x_1)+BJ_3(x_2)\cos\frac{3pl}{c}\right]^2+\left[BJ_3(x_2)\sin\frac{3pl}{c}\right]^2}\cdot\cos\theta_3+CJ_3(x_3)\cdot\cos\frac{6pl}{c}}$$

4. 結 論

超廣帶域傳送線型 FM 辯別器에서 結合抵抗器의 ±10%의 誤差는 同 FM 辯別器의 入力抵抗에 ±7%誤差밖에 招來하지 않으며 出力波形에는 別影響을 주지 않음을 알았다.

附 錄

結合抵抗係數가 $\gamma=1$ 인 理想傳送線型 FM 辯別器에서 自乘檢波器를 使用한 境遇의 出力波形은 다음과 같다. (參考文獻 (1)參照)

$$V_0(t)=\eta(|V_1|^2-|V_2|^2)$$
$$=\pm2\eta V^2[J_1(\Delta\Phi)\cos p(t-\Phi_0)$$
$$-J_3(\Delta\Phi)\cos3p(t-\Phi_0)$$
$$+J_5(\Delta\Phi)\cos5p(t-\Phi_0)-\cdots\cdots]$$

但 $\Delta\Phi=2\Delta\Phi$

$$\Delta\Phi=\frac{\pi}{4}(2n+1)\frac{\Delta\omega}{W_0}$$

$$\Phi_0=\frac{\pi}{4}(2n+1)\qquad(n=0,1,2,\cdots\cdots)$$

謝辭 本論文의 作成에 있어서 여러가지로 指導하여 주신 東京大學工學部電子工學科 宇都宮敏男教授에게 衷心으로 謝意를 表합니다.

參 考 文 獻

(1) Choong Woong Lee. "An Analysis of a Super Wide-Band FM Line Discriminator." Proc. IEEE, Vol. 52, pp. 1034-1038, Sept. 1964