

신호 흐름 그래프에 의한 샘플된 데이터 계통의 해석

논문
19~5~1

(Analysis of Sampled-data Systems by Signal Flow Graphs)

박 상 희*
(Sang Hui Park)

[ABSTRACT]

Starting from the review of signal flow graphs and flow graphs, this paper gives an example of sampled-data systems for Sedlar & Bekey's new formulation.

In this purpose it discussed the difference between Mason's signal-flow graphs and Coates flow graphs for drawing the flow graph of a linear system, and then a new flow-graph symbol introduced in order to distinguish between continuous and discrete systems.

Thus, the paper is analysed and compared with a sampled-data systems between conventional methods and new method of signal flow graphs.

1. 서 론

신형 회로와 계통의 해석에 1953년 Mason이 신호 흐름 그래프(signal flow graphs) 방법¹⁾을 처음으로 도입하였다.

이 방법은 연속 또는 이산적(discrete) 신호를 가진 여러가지의 선형 회로와 계통의 해석에 응용 되었으며, 이것의 확장된 이론이 여러 사람에게 의해 발표되었다.²⁾³⁾ 그 가운데에서 Coates의 흐름 그래프(flow graph)⁴⁾는 Mason의 신호 흐름 그래프의 변형이지만 해석에 있어서는 매우 다르다. 인과관계에 의해 계통의 전달함수를 구하는데에 Mason의 신호 흐름 그래프나 Coates의 흐름 그래프는 선형 시불변계통(linear time invariant systems)을 쉽게 다룰 수 있지만, 복잡한 연속-불연속 계통에 대해서는 매우 복잡해지는 결점이 있다. 특히 샘플러(sampler)를 포함한 샘플된 데이터 계통인 경우에는 샘플러를 전달함수로 대체하는 것이 가능치 않으며 재래의 방법을 적용하게 되면 원래의 계통과는 달지 않은 등가의 그래프로 나타나게 된다. 본래 신호 흐름 그래프는 시할에 의해 입출력 관계를 얻게 하여 주는 위상수학적(topological)성질에 있으므로 원래의 그래프 형태를 보존하고 전달함수를 얻을 수 있는 방법이 요구된다. 이에 따라서 Sedlar와 Bekey⁵⁾는 샘플러를 표시해주는 새로운 기호를 도입하여 샘플된 데이터 계통에 적용 가능하게 하였다.

본 논문에서는 새로운 기호를 도입한 Bekey의 방법

을 중심으로 재래의 그래프방법을 비교 고찰하고 샘플된 데이터 계통의 모델을 설정하여 주로 새로운 방법에 의하여 해석 검토하고자 한다.

2. 일반적 고찰

(1) 연속·계통에서 Mason의 이득 공식 검토

신호 흐름 그래프를 나타내기 위하여 선형 대수 방정식으로 계통을 아래와 같이 표시한다. 즉,

$$\sum_{i=1}^n g_{ji} x_i = r_j, \dots\dots\dots(1a)$$

(j=1, 2, \dots, n)

또는

$$\sum g_{kj} x_j = x_k + b_k, \dots\dots\dots(1b)$$

(k=1, 2, \dots, n)

여기서 g_{kj} ; 마디 j에서 k로 향하는 가지의 이득.

$-b_k$; 신호원 마디에서 마디 k로 연결된 가지의 이득.

위와 같은 식에서 Mason의 일반적인 이득 공식은 아래와 같이 된다. 즉,

$$G = \sum \frac{G_n \Delta_n}{\Delta} \dots\dots\dots(2)$$

여기서 G_n ; n번째 전향경로의 이득.

$$\Delta = 1 - \sum P_{n1} + \sum P_{n2} - \sum P_{n3} + \dots\dots$$

P_{mj} ; j번째 비접촉 루우프의 m번째 가능한 조합에 대한 이득의 금.

Δ_n ; n번째 전향경로를 접촉하지 않는 신호 흐름 그래프 부분에 대한 Δ 의 값.

흐름 그래프에서는 계통의 방정식이 아래와 같이 구

* 정회원 : 연세대학교 이공대학 전기공학부

어진다. 즉,

$$\sum_{j=1}^N a_{ji} y_j = 0 \dots\dots\dots(3a)$$

(i=1, 2, \dots, N)

또는

$$\sum_{j=1}^M a_{kj} x_j = b_k \dots\dots\dots(3b)$$

(k=1, 2, \dots, N)

이며, Coates의 이득 공식은 아래와 같다.

$$G = \frac{y_{out}}{y_{in}} = \frac{\sum G_n \Delta c_n}{\Delta c} \dots\dots\dots(4)$$

여기서 G_n ; n번째 전향 경로의 이득.

Δc ; $\sum (-1)^j$ (m번째 접속 그래프에서 얻어진 루우프 이득의 곱), 만일 흐름 그래프가 어떤 루우프도 포함하지 않는다면 $\Delta c=1$ 이다.

- { j; m번째 접속 그래프에서 얻어진 루우프의 수.
- { m; 흐름 그래프에서 모든 가능한 접속 그래프의 수.

Δc_n ; n번째 전향 경로와 접촉하지 않는 흐름 그래프 부분에서 Δ 의 값.

Coates의 공식과는 달리 Desoer⁶⁾는 최적 공식을 유도하였다. 즉, 식(3b)로 정의된 방정식에서 변수 x_i 에 대한 해를 구하면 아래와 같다.

$$x_i = \frac{\sum \sigma (-1)^{L\sigma} C(G; 0-l)\sigma}{\sum (-1)^{L\rho} C(G_0)\rho} \dots\dots\dots(5)$$

여기서 $L\sigma$; 흐름 그래프 G의 O에서 l까지 σ 번째 한 접속에서 방향을 가진 루우프의 수.

$L\rho$; G_0 의 ρ 번째 접속에서 방향을 가진 루우프의 수.

위의 식(5)는 결과적으로 Coates의 공식을 간편화한 것이다. 이 식은 더 간편화 할 수 있는데, Chien⁷⁾은 $\Delta \neq 0$ 라고 가정 했을 때 아래 식을 유도 하였다. 즉,

$$x_i = \frac{J_i}{\Delta} \dots\dots\dots(6)$$

(i=1, 2, \dots, n)

여기서

$$J_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1, i-1} & b_1 & a_{1, i+1} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2, i-1} & b_2 & a_{2, i+1} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n, i-1} & b_n & a_{n, i+1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \dots\dots\dots(7a)$$

J_i 를 계산하기 위하여 변형된 흐름 그래프를 적용하면

$$\Delta_i = (-1)^n \sum (-1)^L C(G_0)_i \dots\dots\dots(7b)$$

이며, $C_i(G)\tau$ 는 $G\tau$ 의 τ 번째 이득이고, $L\tau$ 는 τ 번째 접속에서 방향을 가진 루우프의 수를 나타낸다.

$$\Delta = (-1)^n \sum (-1)^{L\rho} C(G_0)_0 \dots\dots\dots(8)$$

고로 식(6)도 결과적으로 Mason의 공식을 직접 적용하여 간편화한 것에 지나지 않는다.

(2) 신호 흐름 그래프와 흐름 그래프의 관계

식(1b)와 식(3b)를 비교하기 위하여 다음과 같은 조건을 준다.

$$g_{kj} = a_{kj} \dots\dots\dots(9a)$$

단, $k \neq j$

$$g_{k, k-1} = a_{k, k-1} \dots\dots\dots(9b)$$

식(9)의 조건을 만족하면 식(1b)와 식(3b)는 같은 것이 된다. 이 때 식(9)는 아래와 같은 규칙을 세울 수 있다.

(i) 주어진 신호 흐름 그래프(Mason)에서 흐름 그래프(Coates)를 얻으려면 간단히 자기 존재하는 자기 루우프에서 1을 빼어 주고, 자기 루우프가 없는 신호 흐름 그래프의 각 마디에다 이득 -1의 자기 루우프를 넣어 준다.

(ii) 흐름 그래프에서 신호 흐름 그래프를 얻으려면 자기 존재하는 자기 루우프의 이득에다 1을 더하고, 자기 루우프가 없는 흐름 그래프에는 이득 +1의 자기 루우프를 넣어 준다.

일반적으로 흐름 그래프는 비일력마디에 이득 +1을 갖는 자기 루우프를 더해 줌으로써 신호 흐름 그래프에서 구하여진다.

또한 신호 흐름 그래프와 흐름 그래프를 아나로그 전자제산기에 대응시켜 나타낼 수 있다.

즉, 신호 흐름 그래프에 있어서 마디변수 x_j 는 접지에 관한 마디 j의 전위, 이득 g_{kj} 는 j에서 k로 연결된 가지의 admittance(여기서는 g_{kj} , x_k 는 마디 k로 흘러 들어 가는 전류이다), 마디는 전자식 가산증폭기로 대응시킬 수 있다. 여기서 가산증폭기는 보통 아나로그 전자제산기의 증폭기인 경우와 같이 정부의 부호를 번 환시키지 않는다.

같은 방법으로 흐름 그래프도 대응시킬 수 있는데, 이러한 관계를 그림 1에 나타낸다.

위에서 고찰한 바와 같이 Coates의 흐름 그래프는 Mason의 신호 흐름 그래프의 변형이며, 일반 이득 공식도 Mason의 일반 이득 공식에서 유도 되었음을 알 수 있고 그래프의 변환이 규칙에 따라 쉽게 이뤄질 수 있다. 결과적으로 신호 흐름 그래프에서는 신호의 흐름이 있는 대신 흐름(flow) 그래프에는 이것이 없는 점이 단절이나 두 그래프는 매우 밀접한 관계가 있음을 알 수 있다.

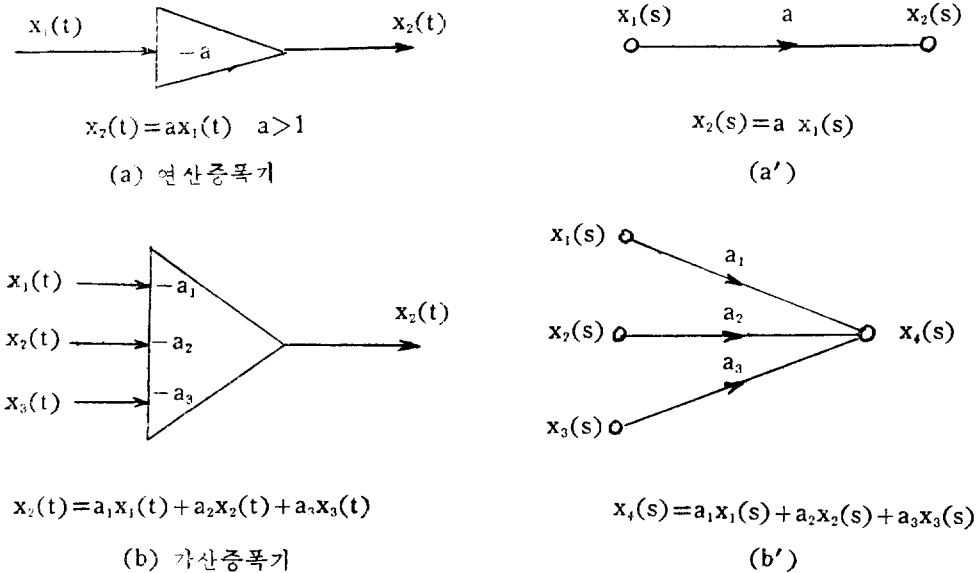


그림 1. 신호 흐름 그래프와 아날로그 전자계산기 대응표시

Fig 1. Representation corresponding to analog computer and signal flow graphs

(3) 샘플된 데이터 계통에서 신호 흐름 그래프와 흐름 그래프

지금까지 샘플된 데이터 계통 해석에서는 Mason의 공식이 적용 되었으며, Kuo⁸⁾는 합성 신호 흐름 그래프를 제안하여 해석 하였다. 샘플러(sampler)가 있는 계통에서는 이 합성 신호 흐름 그래프를 적용하는데 샘플러를 전달함수로 대치 할 수 없으므로 인위적인 신호원(artificial signal source)을 첨가하여 계통 전체를 샘플된 신호 흐름 그래프로 변형한 다음, Mason의 공식을 사용하고 있다. 이렇게 되면 원래 계통과는 유사성이 없는 새로운 등가계통을 만들게 되므로 직접 입출력 관계를 간단히 얻기는 어려워지고 변형 절차가 매우 번거러워진다.

그러므로 최근 새로운 공식을 발표한 Sedler와 Bekey의 방법을 중심으로 샘플된 데이터 계통에 적용하기 위하여 우선 고찰해 본다.

샘플된 데이터 계통을 표시하는 선형 방정식이 식(10)과 같다고 하자.

$$\sum_{i=1}^m a_{j,i}(s)x_i(s) - \sum_{i=1}^m b_{j,i}(s)x_i^*(s) + r_j(s) \dots \dots (10)$$

(j=1, 2, \dots, n)

식(10)을 간결하게 매트릭스형으로 나타내면 다음과

같다.

$$AX = BX^* + R \dots \dots \dots (11)$$

여기서 A와 B는 변수와 같은 차수인 매트릭스이며, X는 변수의 열 벡터(column vector), X*는 X로 부터 얻어진 샘플된 변수이다.

입력을 단위화(normalization)함에 따라 R은 1 또는 0을 원소로 갖는 열 벡터이다. 모든 매트릭스의 역이 존재한다는 가정하에 주어진 계통의 일반해가 얻어질 수 있다.

식(11)의 양변에 A⁻¹을 곱해 주면 식(12)가 된다.

$$X = A^{-1}BX^* + A^{-1}R \dots \dots \dots (12)$$

식(12)의 샘플시킨 형이

$$X^* = (A^{-1}B)^* X^* + (A^{-1}R)^* \dots \dots \dots (13)$$

이며, X*에 대하여 풀면 식(14)가 나온다.

$$X^* = [I - (A^{-1}B)^*]^{-1} (A^{-1}R)^* \dots \dots \dots (14)$$

식(11)의 일반해는 식(14)를 식(12)에 대입하므로써 얻어진다.

$$X = A^{-1}B[I - (A^{-1}B)^*]^{-1} (A^{-1}R)^* + A^{-1}R \dots \dots (15)$$

식(15)를 확장하므로써 샘플된 데이터 계통에 대한 입출력 관계를 나타내는 공식을 유도할 수 있다. 즉, Sedler와 Bekey는 어떤 계통의 출력 C를 다음과 같이 나타내고 있다.

$$C = \frac{\Delta_i^{(1)}}{\Delta^{(1)}} \otimes \frac{\sum_j P_j \Delta_i^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \dots \dots \dots (16)$$

여기서 P_j ; 입출력 마디를 연결하는 임의의 경로(1

- 형 또는 2형) 트랜스미턴스.
- $\Delta^{(2)}$; 그래프의 2번째 행렬식.
- $\Delta_i^{(2)}$; 경로 μ_i 의 소행렬식(sub determinant).
- \otimes ; $(\sum_j P_j \Delta_i^{(2)} / \Delta^{(2)})$ 에 나타낸 선분(Segment)

트랜스미턴스와 $\frac{\Delta_i^{(1)}}{\Delta^{(1)}}$ 의 곱에 대한 연산.

- $\Delta^{(1)}$; 그래프의 첫번째 행렬식.
- $\Delta_i^{(1)}$; 관련된 선분 σ_i 의 소행렬식.

위의 공식은 라플라스 변환과 Z변환, 확장된 Z변환의 어느 것으로도 출력출을 나타낼 수 있다.

샘플된 데이터 계통인 경우는 변수가 두가지 형이다. 즉, 연속 또는 불연속인 경우가 있으며, 연속계통에서 표시된 두가지 연산(마디는 가산, 가지는 곱셈) 이외에도 샘플링의 연산이 필가된다. 따라서 두개의 변수를 구별할 수 있는 새로운 기호의 도입이 필요하다. Sedler와 Bekey는 연속변수를 표시하는데 흰마디(white node 또는 empty circle)로 불연속 변수를 표시하는데 검은 마디(black node 또는 full circle)로 사용하였다.

일반적으로 출력에서 입력을 분리하는 것이 가능치 않으므로 편의상 입력은 단위화 시키며 입력 변수와 똑 같은 트랜스미턴스를 가진 가지(branch)를 도입한다. 따라서 전체 계통의 전달함수는 출력과 같다. 이것은 임펄스(impulse) 응답을 가하여 전체 계통의 전달함수를 구하는 방법과 같다고 말할 수 있다.

신호 흐름 그래프의 매수는 흰 마디를 포함한 소 그래프(subgraphs)에서는 Mason의 방법과 같으며, 검은 마디를 포함한 것은 부류와 같이 하던 된다. 식(16)에 대한 특별 경우를 아래에서 살펴 본다.

(a) 계통의 모든 루우프가 연속인 경우(샘플러가 없는 경우)

$$\Delta^{(2)} = \Delta_i^{(2)} = 1$$

그러므로 출력 C는 식(17)로 나타낼수 있다.

$$C = \frac{\Delta_i^{(1)}}{\Delta^{(1)}} \otimes \sum_j P_j \dots \dots \dots (17)$$

더구나 P_j 는 각 선분(segment)이며, \otimes 는 단순히 곱셈으로 되어 식(17)은 Mason의 일반 이득 공식으로 된다. 즉,

$$C = \frac{\Delta_i^{(1)}}{\Delta^{(1)}} \times \sum_j P_j = \sum_j \frac{P_j \Delta_i^{(1)}}{\Delta^{(1)}} \dots \dots \dots (18)$$

(b) 계통의 모든 루우프가 적어도 하나의 샘플러를 포함한 경우

이 때 그래프는 2형의 루우프만을 포함하므로 모든 j 에 대하여 아래와 같이 된다.

$$\Delta^{(1)} = \Delta_i^{(1)} = 1$$

따라서 출력 C는 다음과 같이 된다.

$$C = \frac{\sum_j P_j \Delta_i^{(1)}}{\Delta^{(2)}} \dots \dots \dots (19)$$

위의 식을 Dunn⁽⁹⁾은 흐름 그래프에도 적용될 수 있음을 보며 주었는데, 흐름 그래프에 대하여 식(16)에서 출력 C는

$$C = \frac{\Delta_i^{(1)}}{\Delta_c^{(1)}} \otimes \frac{\sum P_j \Delta_c^{(2)}}{\Delta_c^{(2)}} \dots \dots \dots (20)$$

이다. 식(20)을 흐름 그래프에 적용하려면 앞의 (1)항에서 보여 절차로 신호 흐름 그래프를 흐름 그래프로 변환시켜야 한다.

위에서 고찰한 바와 같이 샘플된 데이터 계통을 해석하는데 종전의 Mason의 신호 흐름 그래프를 연속적으로 적용치 않고도 될 수 있음을 알았다.

3. 전통적인 해석 방법과 새로운 해석 방법의 비교

위에서 고찰한 것을 비교 검토하기 위하여 그림 2와 같은 모델 계통을 선정하여 해석하여 본다.

여기서 $H_1=1$ 로 하여 계통의 출력출을 구한다.

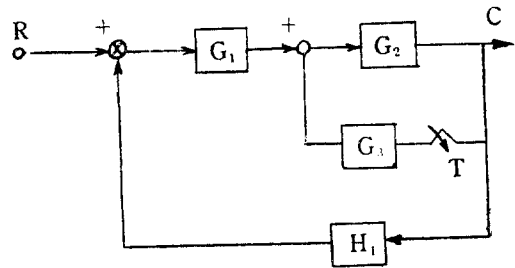


그림 2. 모델 계통의 블록 선도

Fig 2. Block diagram of sampled-data systems model

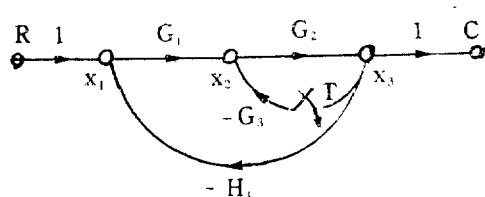


그림 3. 그림 2의 신호 흐름 그래프

Fig 3. Signal flow graph of Fig. 2

(1) 합성 신호 흐름 그래프법

그림 2에 가정한 계통을 합성 신호 흐름 그래프로 나타낸 것이 그림 4이다

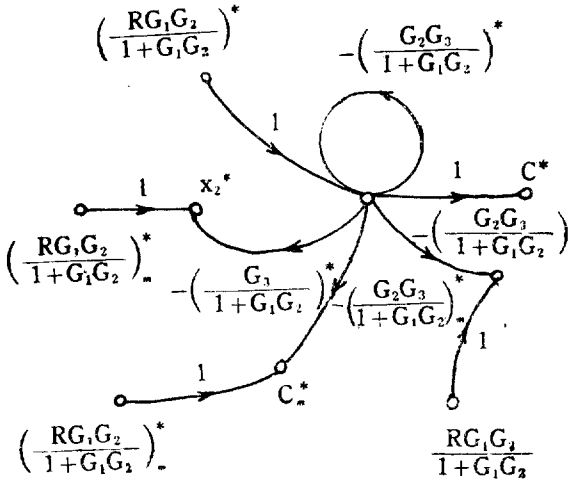


그림 4. 그림 2의 계통을 합성 신호 흐름 그래프로 표시
Fig 4. Composite signal flow graph of Fig.2

그림 4에서 출력은 아래와 같이 된다.

$$C(s) = \frac{RG_1G_2}{1+G_1G_2} - \frac{\left(\frac{RG_1G_2}{1+G_1G_2}\right)^* \left(\frac{G_2G_3}{1+G_1G_2}\right)^*}{1 + \left(\frac{G_2G_3}{1+G_1G_2}\right)^*} \dots\dots\dots(21a)$$

$$C^*(s) = \left(\frac{RG_1G_2}{1+G_1G_2}\right)^* - \frac{\left(\frac{RG_1G_2}{1+G_1G_2}\right)^* \left(\frac{G_2G_3}{1+G_1G_2}\right)^*}{1 + \left(\frac{G_2G_3}{1+G_1G_2}\right)^*} \dots\dots\dots(21b)$$

$$C(z, m) = \frac{RG_1G_2}{1+G_1G_2}(z, m) - \frac{\left(\frac{RG_1G_2}{1+G_1G_2}\right)(z) \frac{G_2G_3}{1+G_1G_2}(z, m)}{1 - \frac{G_2G_3}{1+G_1G_2}(z)} \dots\dots\dots(21c)$$

(2) 새로운 신호 흐름 그래프법

그림 3의 신호 흐름 그래프와 유사한 그래프를 그림 5와 같이 얻을 수 있다.

여기서 C를 구하기 위해 아래와 같은 절차를 밟는다

$$\mu_1^{(1)} = [x_1, x_2, x_3, x_5] \dots\dots\dots(22a)$$

$$\mu_1^{(2)} = [x_1, x_2, x_3, x_5, x_4, x_3, x_5] \dots\dots\dots(22b)$$

$$\nu_1^{(1)} = [x_2, x_3, x_5, x_2] \dots\dots\dots(22c)$$

$$\nu_2^{(2)} = [x_4, x_3, x_5, x_4] \dots\dots\dots(22d)$$

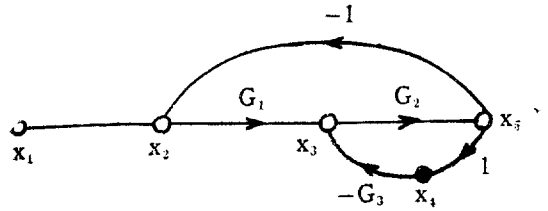


그림 5. 그림 3에 대한 새로운 신호 흐름 그래프
Fig 5. New signal flow graph for Fig.3

$$P_1^{(1)} = P_1(\mu_1^{(1)}) = RG_1G_2 \dots\dots\dots(22e)$$

$$P_1^{(2)} = P_1(\mu_1^{(2)}) = -(RG_1G_2)^* G_2G_3 \dots\dots\dots(22f)$$

$$L_1^{(1)} = L_1(\nu_1^{(1)}) = -G_1G_2 \dots\dots\dots(22g)$$

$$L_1^{(2)} = -(G_2G_3)^* \dots\dots\dots(22h)$$

$$C = \frac{\Delta_i^{(1)}}{\Delta^{(1)}} \otimes \frac{\sum_i P_i \Delta_i^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \dots\dots\dots(23)$$

$$\Delta^{(1)} = 1 - \sum_i L_i^{(1)} + \sum L_i^{(1)} L_i^{(1)} = 1 + G_1G_2 \quad \Delta j^{(1)} = 1 \dots\dots\dots(24)$$

$$\Delta^{(2)} = 1 - \sum_i L_i^{(2)} + \sum L_i^{(2)} L_i^{(2)} = 1 + (G_2G_3)^* \dots\dots\dots(25)$$

$$\sum_i P_i \Delta_i^{(2)} = RG_1G_2 [1 + (G_2G_3)^*] - (RG_1G_2)^* G_2G_3 \dots\dots\dots(26)$$

이므로 출력 C는

$$C = \frac{1}{1 - G_1G_2} \otimes \frac{RG_1G_2 [1 + (G_2G_3)^*] - (RG_1G_2)^* G_2G_3}{1 + (G_2G_3)^*} = \frac{RG_1G_2}{1+G_1G_2} \left[1 - \left(\frac{G_2G_3}{1+G_1G_2}\right)^* \right] - \frac{(RG_1G_2)^* G_2G_3}{1 + \left(\frac{G_2G_3}{1+G_1G_2}\right)} \dots\dots\dots(27)$$

(3) 흐름 그래프법

그림 6에 그림 5에서 얻어진 흐름 그래프를 보인다. 여기서

$$\Delta_j^{(1)} = 1 \dots\dots\dots(28a)$$

$$\Delta_c^{(1)} = 1 + G_1G_2 \dots\dots\dots(28b)$$

$$\Delta_c^{(2)} = 1 + (G_2G_3)^* \dots\dots\dots(28c)$$

$$P_1^{(1)} = RG_1G_2 \dots\dots\dots(28d)$$

$$P_1^{(2)} = -(RG_1G_2)^* G_2G_3 \dots\dots\dots(28e)$$

로 하면 다음과 같이 된다.

$$C = \frac{\Delta_j^{(1)}}{\Delta_c^{(1)}} \otimes \frac{\sum_i P_i \Delta_c^{(2)}}{\Delta_c^{(2)}}$$

4. 결 론

지금까지 일반적인 신호 흐름 그래프법과 흐름 그래프법에 의한 계통의 해석이 고찰되었으며, 또한 새로운 이론과 방법이 연속 불연속 계통에 직접 적용될 수 있음을 알게 되었다. 이러한 확장은 새로운 기호의 도입과 위상수학적 구조의 형태에 의해 이뤄진 것이다.

또한 연속적인 계통에서 적용되어온 Mason의 공식은 새로운 공식의 특별한 경우에 해당됨을 알 수 있으며, 이 새로운 방법은 흐름 그래프에도 적용될 수 있음을 알았다.

앞으로 불연속 계통에 대한 해석에 이 방법을 적용한 연구를 더 계속하여 보기로 한다.

끝으로 지금까지 아낌없이 지도하여 주신 연세대학교 이공대학장 한만준 박사님께 심심한 사의를 표하고, 아울러 이 논문을 작성하기까지 연세대학교 대학원 남문현군의 도움으로 이루어진 것을 감사한다.

$$= \frac{1}{1+G_1G_2} \otimes \frac{RG_1G_2[1+(G_2G_3)^*] - (RG_1G_2)^*G_2G_3}{1+(G_2G_3)^*} \dots\dots\dots(29)$$

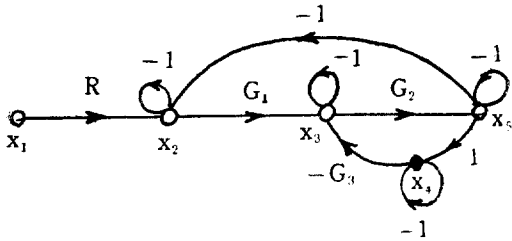


그림 6. 그림 5에서 얻어진 흐름 그래프
Fig 6. Flow graph of Fig.5

참고문헌

1. S. J. Mason; Feed back Theory-Some Properties of Signal Flow Graphs, Proc, IRE, Vol. 41, p. p 1144~1156, September (1953)
2. W.H. Huggins; Signal Flow Graphs and Random Signals, Proc. IRE, Vol. 45, p. p 74~86, January (1957)
3. L. A. Zadeh; Signal Flow Graphs and Random Signals, Proc. IRE, Vol. 45, p. p 1413~1414, October (1957)
4. C. L. Coates; Flow Graph Solutions of Linear Algebraic Equations, IRE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-6, p. p 170~187, June (1959)
5. M. Sedlar & G. A. Bekey; Signal Flow Graphs of Sampled-data Systems: A New Formulation, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-12, No.2, p. p 154~161, April (1967)
6. C. A. Desoer; The Optimum Formula for the Gain of a Flow Graph or a Simple Derivation of Coates Formula, Proc. IRE, Vol. 48, p. p 883~889, May (1960)
7. R. T. Chien; A Simplification of the Coates-Desoer Formula for the Gain of a Flow Graph, Proc. IEEE, Vol. 53, p. p 1240~1241, September (1965)
8. B. C. Kuo; Analysis and Synthesis of Sampled data Control Systems, Prentice-Hall, (1963)
9. J. C. Dunn; Flow Graphs of Sampled-data Sys-

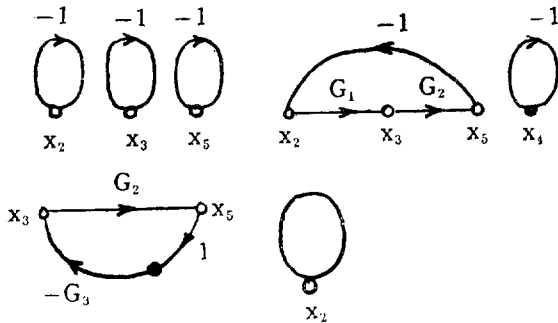


그림 7. 그림 6의 흐름 그래프 접속관계 표시
Fig 7. Connection and subconnection of Fig.6

(4) 결과 검토

위에서 고찰한 타와 같이 전통적인 방법에 의한 해석은 원래의 계통과는 유사성이 없는 계통에 출력은 구하였고, 절차가 매우 복잡하다. 이것은 컴퓨터를 전달함수로 바꿀 수 없는 데에 있다. 새로운 공식에 의한 방법은 모양을 변치 않고 기계적인 절차로 구할 수 있고, 출력 C의 결과는 꼭 같음을 알게 되었다. 새로운 방법이 흐름 그래프에 적용될 때는 재래의 방법보다는 간결성이 있으며, 여러 개의 입력이나 부우프론 가진 계통에서도 쉽게 사용될 수 있다.

tems: An Extension, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-13, No.1, p.p 118~119, February (1968)

부 록

(1) 신호 흐름 그래프의 대수

그림 A에서 (b5)는 일반적으로 검은 마디로 소거될 수 있음을 설명한 것이다. (b4)에서의 같이 입력이 1이면 소거가 가능하여진다.

그림 B는 자기 루우프와 폐경로 루우프에 대한 것을 나타낼 것이다. 여기서 (2)와 (3)을 구별하는 것은 매우 중요하다. 그리고 경로와 루우프가 공통으로 검은 마디가 있을 때에는 연속적인 계통이서와 같이 취급할 수 있으며 (3)의 경우는 매우 복잡해진다.

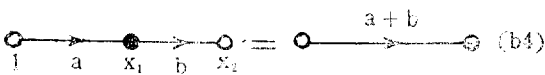
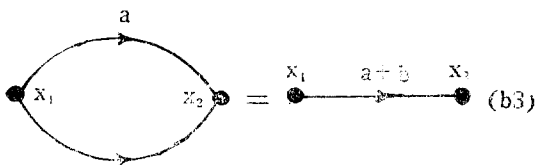
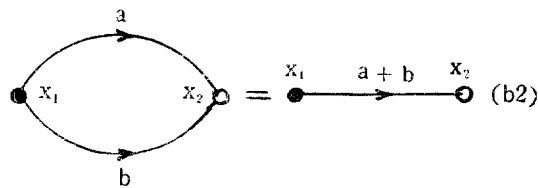
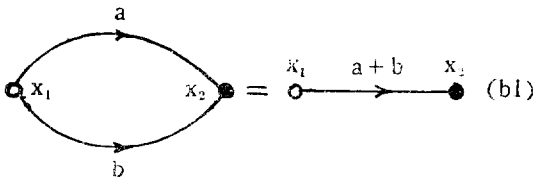
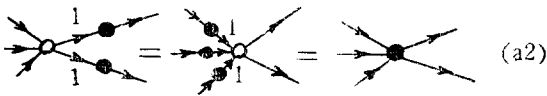
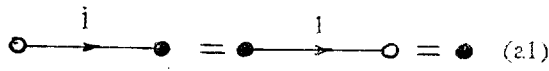


그림 A. 검은 마디와 흰 마디의 대수

Fig A. Algebra of black nodes and white nodes

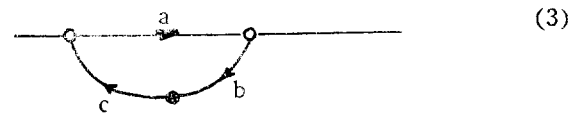
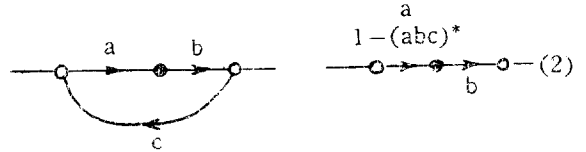
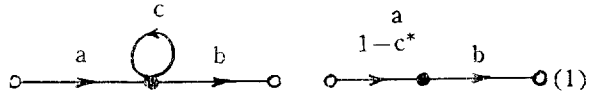


그림 B. 검은 마디를 포함한 루우프의 소거

Fig B. Reduction of loops involving black nodes

(2) 기본 경로와 루우프

$N_{i,n} = \{1\}$ 과 $N_{o,n} = \{3\}$ 을 가진 그림 C와 같은 신호 흐름 그래프에서 아래와 같은 경로와 루우프가 존재한다.

(i) 경로인 경우

a) 1형 : $\mu_1^{(1)} = [1, 2, 3]$

b) 2형 : $\mu_1^{(2)} = [1, 2, 3, 4, 2, 3]$

$\mu_2^{(2)} = [1, 2, 3, 5, 2, 3]$

$\mu_3^{(2)} = [1, 2, 3, 4, 2, 3, 5, 2, 3]$

$\mu_4^{(2)} = [1, 2, 3, 5, 2, 3, 4, 2, 3]$

(ii) 루우프인 경우

a) 1형 : 없다.

b) 2형 : $\nu_1^{(2)} = [4, 2, 3, 4]$

$\nu_2^{(2)} = [5, 2, 3, 5]$

$\nu_3^{(2)} = [4, 2, 3, 5, 2, 3, 4]$

선분(segment) $\sigma_1 = [4, 2, 3, 5]$

$\sigma_2 = [5, 2, 3, 4]$

$\sigma_3 = [1, 2, 3, 4]$

$\sigma_4 = [4, 2, 3]$

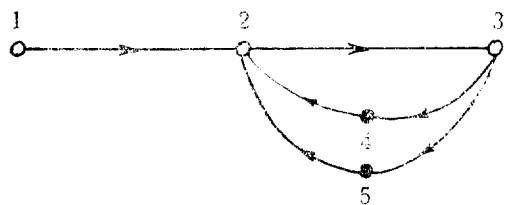


그림 C.

Fig C.