Plasma 개설

(2)

성 영 권

(Young Kwon Sung)

기술해설

19~3~1

2. Plasma 이론의 개요

Plasma의 이론에대해서 Spitzer, Drumond, Bachynski 등 여러사람이 고찰하고 연구해 왔으나 plasma이론의 성립을 대체로 표식적으로 나타내면 그림1과 같다. 필자는 이중에서 현재 주목되고 앞으로도 긴요한 몇가지 사항에 대해서 간단히 언급코저 한다. 물론 plasma물성에 공통된 기초에 대해서도 지면이 허용하는한 해설하겠다.

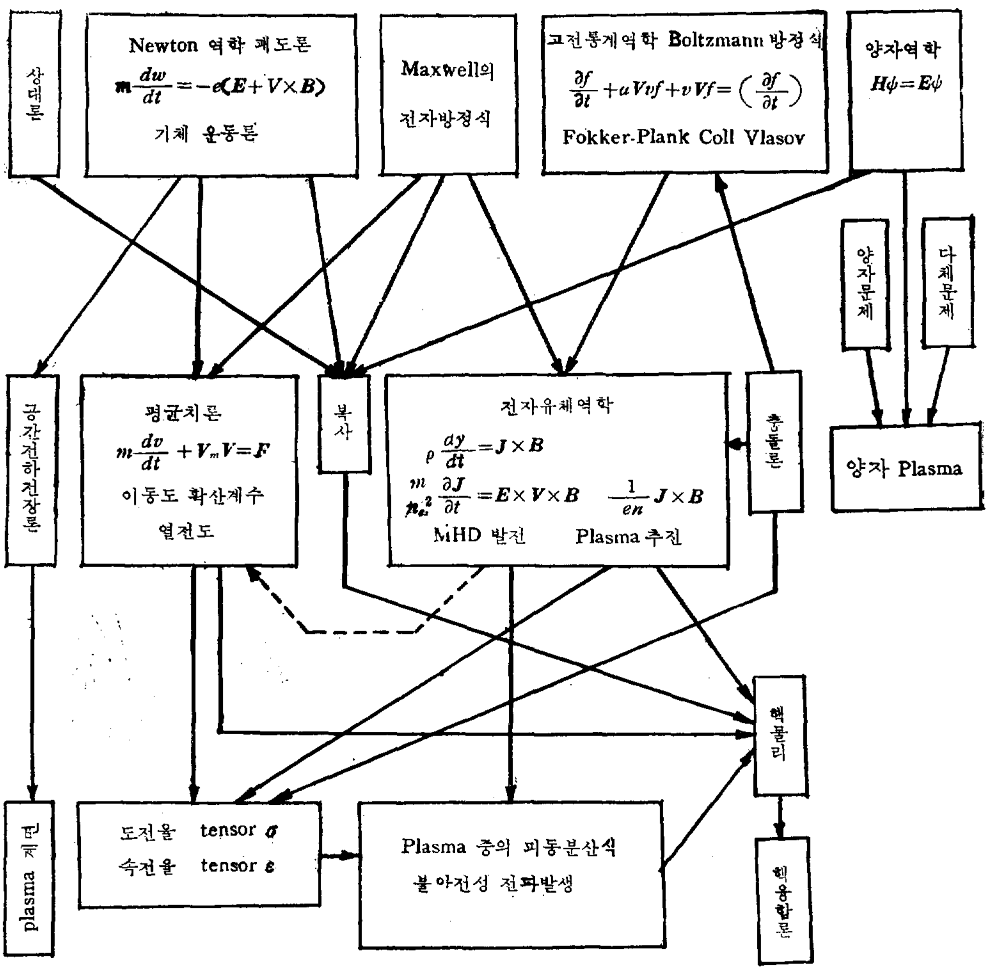

그림 1. Plasma의 이론

* 정회원 : 고대이공대학 전기공학과 교수

2.1 Plasma의 입자론

2.1.1 전자장속의 하전입자

(a) 전계, 자계속에서의 하전입자의 운동

전자장 $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$내에 있는 하전입자의 질량을 m, 하전을 Ze, 속도를 $\boldsymbol{V}$라고하면 이 입자의 운동은 다음식과 같이 Lorentz방정식으로 나타난다.

$$m\frac{d\boldsymbol{V}}{dt}=Ze(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{V}+\boldsymbol{B}) \qquad (1)$$

지금 전장이 없고 자장은 시간적으로 일정하다고 하면 위 식은

$$m\frac{d\boldsymbol{V}}{dt}=Ze(\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B}) \qquad (2)$$

로 된다.

이와 같은 자장속의 하전입자의 운동은 $\boldsymbol{B}$에 평행한 등속운동과 $\boldsymbol{B}$에 수직한 평면에의 사영이 등속원운동으로되는 두 운동의 합성으로 즉, Spiral motion으로 된다.

원운동의 중심을 선회의중심(guiding center)라고하고, 입자의 평균운동을 살필 경우등에는 이것을 생각하면 편리하다. 여기서 $\boldsymbol{B}$에 수직한 Lorentz역과 원심역과의 평형관계를 생각해서 원운동의 각주파수를 ω_c, $\boldsymbol{B}$에 수직한 $\boldsymbol{V}$의 성분 $\boldsymbol{V}_L$의 크기를 $V_L(=a\omega_c)$, 원운동의 반경을 a, $\boldsymbol{B}$의 크기를 B라고 하면

$$ma\omega_c^2=|Z|eV_LB \qquad (3)$$

$$\therefore\ \omega_c=\frac{|Z|eB}{m} \qquad (4)$$

이 ω_c가 일반적으로 Cyclotron 진동수, 또는 Larmor 진동수라고 하고 입자의 종류와 자장의 세기만으로서 정해진다. 또 원운동의 반경 a는

$$a=\frac{V_2}{\omega_c}=\frac{mV_L}{|Z|eB} \qquad (5)$$

로 된다. 이것을 선회반경(Gyration radius), 또는 Larmor반경이라고 부른다. 선회하는 방향은 그림 2와 같이 자장의 방향을 윗쪽으로 하며 전자는 왼쪽으로 돌고 정이온은 오른쪽으로 돌게된다. 전자에 대한 Cyclotron진동수와 Larmor반경은 전자에너지를 V라고 하면 다음과 같이 나타난다.

$$\omega_{ce}=1.76\times10^7B\ (\text{rad/sec, gauss}) \qquad (6)$$

$$a_e=\frac{3.37\sqrt{V}}{B}\ (\text{cm, } eV\text{. gauss}) \qquad (7)$$

한 예로서 3,000 gauss의 자장속의 1eV의 전자는

$\omega_{ce}\doteqdot5.3\times10^{10}$(rad/sec) $(=8.4\times10^3$Mc/sec)

$a_e\doteqdot1.12\times10^{-3}$cm 이다.

같은 식으로 이온에 대해서는 하전수, 원자핵 질량수, 이온의 에너지등을 각각 Z, A, V_i라고 하면

$$\omega_{ci}=0.957\times10^4\frac{Z}{A}B\ (\text{rad/sec.gauss}) \qquad (8)$$

$$a_i=\frac{145\sqrt{A}}{Z}\ \frac{\sqrt{V_i}}{B}\ (\text{cm. } eV\text{ gauss}) \qquad (9)$$

한 예로서 0.05eV의 운동에너지를 가진 Ne^+가 3000 gauss의 자장속에 있는 경우

$\omega_{ci}\doteqdot1.44\times10^6$ rad/sec $(=250$kc/sec)

$a_i\doteqdot0.6$mm 이다.

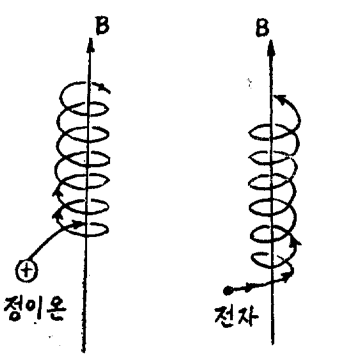

그림 2. 전자와 이온의 회전방향

(b) 이동운동(drift)

정상자장의 경우, 입자에 외부의 힘이 작용하지 않는 경우가 앞절에서 언급한 바와 같이 선회의 중심은 자력선에 따라서 운동을 하나 외부의 힘이 작용하는 경우에는 자력선에 직각인 방향에의 운동도 생긴다. 이와같이 자력선에 직각인 방향에의 선회중심의 운동을 이동운동(drift)라고 한다. 선회중심의 좌표 $\boldsymbol{r}_g$는 입자의 위치 $\boldsymbol{r}$와 (5)식으로부터

$$\boldsymbol{r}_g=\boldsymbol{r}+\frac{m}{ZeB^2}(\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B}) \qquad (10)$$

로 나타난다. drift속도 $\boldsymbol{V}_d$는 $d\boldsymbol{r}_g/dt$의 자장에 수직한 성분으로 $\boldsymbol{B}$가 균일하고 정상인 경우는 다음과 같이 된다.

$$\boldsymbol{V}_d=\boldsymbol{V}+\frac{m}{ZeB^2}\left(\frac{d\boldsymbol{V}}{dt}\times\boldsymbol{B}\right) \qquad (11)$$

외부력을 $\boldsymbol{f}$라고 하면 운동방정식은

$$m\frac{d\boldsymbol{V}}{dt}=Ze\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B}+\boldsymbol{f} \qquad (12)$$

이므로 이것을 (11)식에 대입해서 변형시키면

$$\boldsymbol{V}_d=\boldsymbol{V}+\frac{1}{B^2}(\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}+\frac{\boldsymbol{f}\times\boldsymbol{B}}{ZeB^2}$$
$$=\frac{1}{ZeB^2}\boldsymbol{f}\times\boldsymbol{B} \qquad (13)$$

으로 되여 입자는 자장 $\boldsymbol{B}$와 외부력 $\boldsymbol{f}$에 수직한 속도를 가진다. 방향은 외부력이 하전에 관계없는 경우는(예를들면 중력등), 전자와 정이온은 역방향으로 전자와 이온을 분리시키겠금 작용한다. 그림 3은 전하가 ⊕⊖로 상이한 전자와 이온이 drift방향이 서로 역방향인 관계로 공간적으로 분리되는 상태를 나타낸 것으로 이와같

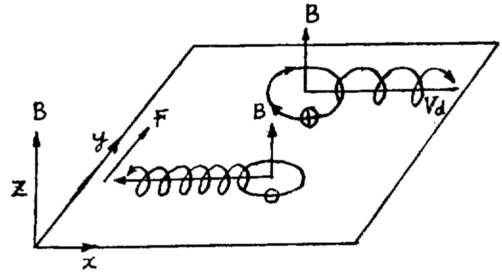

그림 3. 외부력 F가 가했을 때의 전자와 이온의 분리

은 현상을 plasma의 하전분리라고 한다. 이러한 plasma의 하전분리작용을 이용한 것이 바로 직접발전이다. 그림 4는 직접발전의 원리를 나타낸 것인데, plasma의 하전분리작용에 인해 ⊕⊖의 하전입자를 분리하여 plasma의 에너지를 직접 전기에너지로서 이용하는 것이다.

외부력이 전계E인 경우는 관계E에 인해 하전입자에 가해지는 힘은

$$f=ZeE \tag{14}$$

이기 때문에 (13)식부터

$$V_d=\frac{E\times B}{B^2} \tag{15}$$

로되여 drift속도 V_d는 가해진 전계와 자계의 크기 및

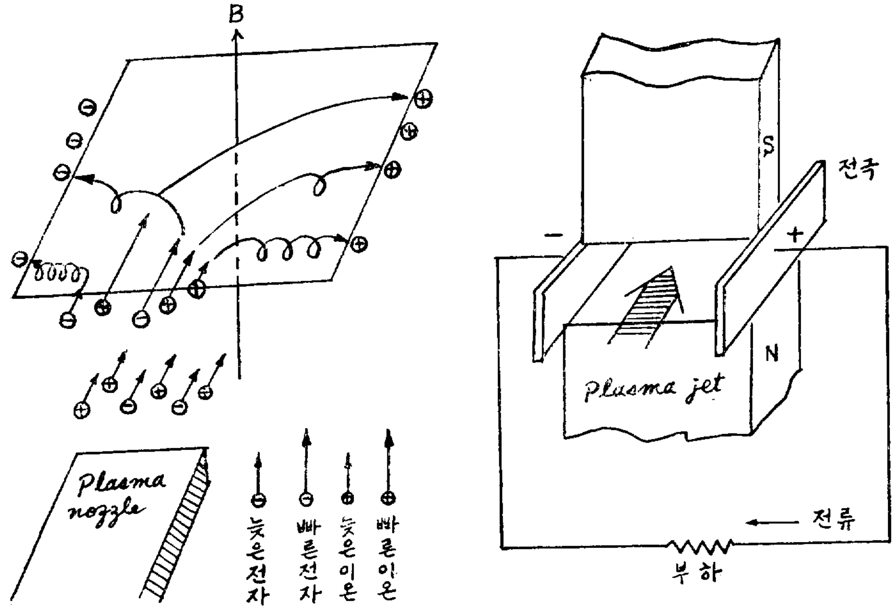

그림 4. 자계에 의한 Plasma의 하전분리

방향으로서 정해지고 하전입자의 부호에 관계없이 같은 방향, 같은 속도로 움직인다.(그림 5 참조)

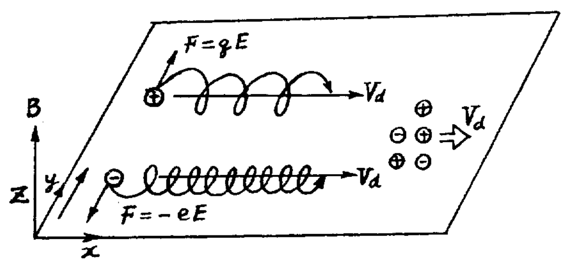

그림 5. 전계E가 가했을 때의 전자와 이온의 drift

(C) 자기 moment의 단열 불변성

앞서 말한바와 같이 자장속의 하전입자의 선회운동에 의해 생긴 원전류는 자기 moment μ를 나타나게 된다. 즉 (5)식으로부터 아랫식을 성립한다.

$$\mu=\frac{|Z|eV_2}{2\pi a}\pi a^2=\frac{mV_L^2}{2B} \tag{16}$$

윗식으로부터 우선 자장 B가 서서히 시간적으로 변화하는 경우의 μ의 변화를 생각해본다. 단, 장소적으로는 균일하다고한다. B의 변화에 의하여 하전입자의 계도상의 주위에 기전력(E.M.F.)가 유기된다. 즉,

$$\text{E.M.F.}=\oint Edl=-\int\frac{dB}{dt}dS \tag{17}$$

여기서 dl은 하전입자계도의 선소편, dS는 계도에 의해 둘러쌓이는 면의 면적소편이다. B의 변화에 의한 운

동에너지의 단위시간당의 변화는 E.M.F$\times Ze\omega_c/2\pi$(전류)와 같기 때문에 (17)식을 사용하여 (16)식부터

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mV_L^2\right)=\frac{|Z|e\omega_c}{2\pi}\pi a^2\frac{dB}{dt}=\mu\frac{dB}{dt} \quad (18)$$

(16)식의 양변에 B를 곱해서 시간적 변화율을 구하면

$$\frac{d(\mu B)}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{mV_L^2}{2}\right)\mu\frac{dB}{dt}+B\frac{d\mu}{dt} \quad (19)$$

(18), (19)의 두식부터 $d\mu/dt\equiv0$인것, 즉, B가 변화하여도 μ의 변화는 없다는 것을 알 수가 있다.

다음에 자장 B가 입자가 진행하는 방향에 장소적인 변화를 일으키는 경우의 μ의 변화를 생각해본다. 단, 입자는 자속밀도가 큰 쪽에 움지기고 있다고 가정한다. $V,B=0$이기 때문에

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r)+\frac{\partial B_z}{\partial Z}=0 \quad (20)$$

단, B_r는 B의 r방향분력, B_z는 Z방향분력이다. (그림 6 참조)

$\partial Bz/\partial z$가 r에 관하여일정하다고 하면 (20)식부터

$$B_r=-\frac{r}{2}\frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (21)$$

로 된다. 선회하는 하전입자의 속도의 절선성분V_L와 자장의 경방향성분 B_r로부터 Z방향에 Lorentz력이 생겨서, 입자는 Z방향에 가속도를 받는다. 또 r는 a와 같다고 하면 (16), (21)식부터

$$F_z=m\frac{dV_{11}}{dt}=|Z|eV_LB_{r=a}=-\mu\frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (22)$$

따라서 입자가 z방향에 ΔZ 진행하는 사이에 B에 평행한 운동에너지의 변화는

$$\Delta\left(\frac{1}{2}mV_{11}^2\right)=F_z\Delta Z=-\mu\Delta B_z$$

이다. 입자에 작용하는 힘으로서는 자장에 의한 것뿐이니까 입자의 전운동에너지는 변함이 없다. 따라서 B에 수직한 운동에너지의 변화는 (16)식을 사용해서

$$\Delta\left(\frac{1}{2}mV_L^2\right)=-\Delta\left(\frac{1}{2}mV_{11}^2\right)$$
$$=+\mu\Delta B_z=\Delta(\mu B) \quad (24)$$

로서 나타낼 수가 있다. 서서히 변화하는 B에서는 $\Delta B_z\equiv\Delta B$이기 때문에 (24)식부터 미루어 생각해보면 $\Delta\mu=0$ 즉, μ는 위치에 대해서도 하등의 변함이 없게 된다.

이와같이 자장이 장소적으로 서서히 변화하고 시간적으로는 입자의 선회운동의 주기에 대해서 충분히 완만하게 변화하는 경우는 μ는 시간적으로나 장소적으로 일정하고 자기 moment μ가 단열불변량으로 된다. 이 정리의 응용예로서 자기병(magnetic bottle)속의 하전입자의 운동을 살펴보기로 한다. 즉 그림 7과 같이 중앙에서 자계가 약하고 양끝이 강한 자기병속에서 Z축과 θ 방향에 V라는 속도를 가진 입자를 생각하면

$$V_L=V\sin\theta \quad (25)$$

(16)식부터

$$m(V\sin\theta)^2/2B=\mu=\text{const} \quad (26)$$

이기 때문에 Z방향에 진행하여 B가 커지면 θ도 증가하여 V_{11}는 감소해서 드디어 $V_{11}=0$으로 되고 나중에는

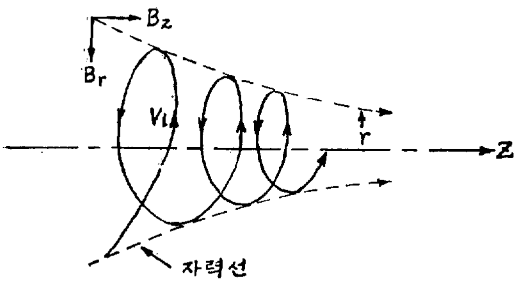

그림 6. 자계가 입자의 진행방향에 장소적으로 변화하는 경우

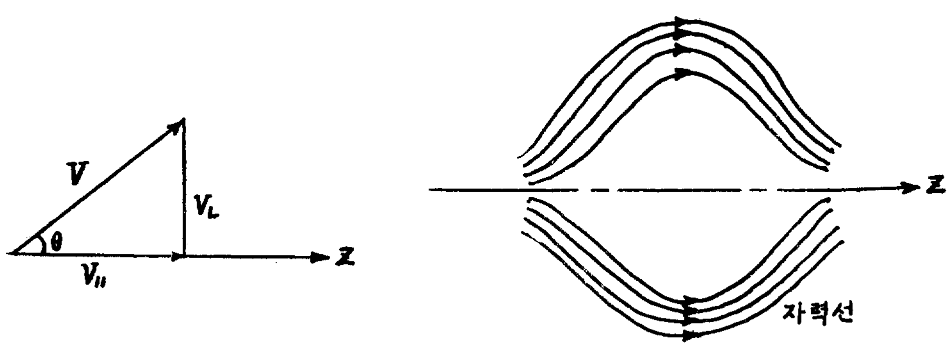

그림 7. 자 기 병

$V_{11}<0$로 되어서 역방향으로 V_{11}가 크게된다. 즉, 자기병끝의 B가 큰 부분에서 하전입자는 마치 면경에 빛이 부닫치면 반사되는 것처럼 반사된다. 따라서 이것을 자기경(magnetic mirror)라고도 부르며 plasma의 confinement 또는 pinching등에 이용되고 있다. 그림 8은 두개의 코일을 가지고 자계방향에 자력선의 밀도를 변화시켜서 만든 자기경의 원리도이다. 이와같이 자기경은 직선상의 plasma용기속에 고온 plasma를 confinement 하기 위한 한 방법으로 유용한 것으로 현재 그 응용이 널리 연구하고 있다.

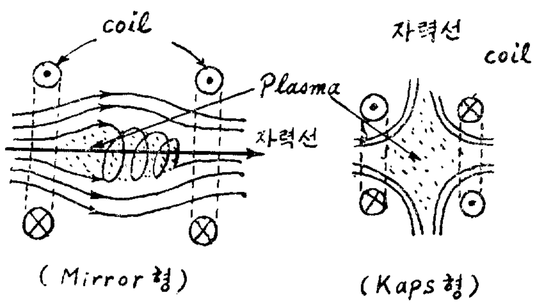

그림 8. 자기경에 의한 plasma의 confinement

2.1.2 정전계속의 하전입자의 평균운동과 전기전도도

질량 m, 전하 Ze의 입자는 전계 E로부터, 에너지로 얻어 단위시간당 평균으로서

$$\left(\frac{dP_d}{dt}\right)_E=ZeE \tag{27}$$

의 drift운동량 $P_d=mV_d$의 변화를 받는다. V_d는 입자의 평균속도이다. 일반적으로 plasma속의 입자는 불규칙적인 열운동을 하고 있어 다른 입자와 충돌해서 운동량P_d를 잃는다고 하면 충돌에 의한 운동량의 변화는

$$\left(\frac{dP_d}{dt}\right)_{coll}=-\frac{mV_d}{\tau_c}=-\nu_c P_d \tag{28}$$

여기서 τ_c, ν_c는 각각 충돌시간 및 충돌주파수이다. 정상상태에서는 P_d는 전계에 의한 증가와 충돌에 의한 감소가 균형을 이루게되니까 (27)식과 (28)식이 같다고 두면

$$V_d=\frac{Ze}{m}\tau_c E\equiv\mu E \tag{29}$$

V_d와 E와의 비례계수 μ를 이동도(mobility)라고 하고 아랫식으로 나타낸다.

$$\mu=\frac{|Z|e\tau_c}{m}=\frac{|Z|e}{m}\cdot\frac{L}{V_{th}}=\frac{|Z|eL}{\sqrt{mkT}} \tag{30}$$

여기서 L, V_{th}, T, k는 각각 입자의 평균자유행정(mean free path), 열운동속도, 온도 및 Boltzmann정수이다. (30)식에서 $\tau_c=L/V_{th}$가 이동도의 중요한 결정요소가 되기 때문에 기체나 고체의 전기전도론에서는 충돌론으로서, 이를 구하는 것이 하나의 주제로 된다. 일반적으로 평균자유행정 L는 하전입자의 에너지 $\varepsilon=\frac{1}{2}mV^2_{th}$의 함수이다. (30)식에서 가령 L가 입자에너지에 의하지 않는다고 하여도 전계 E와 더불어 입자의 열에너지 따라서 V_{th}가 증가하기 때문에 μ가 감소하고 drift속도 V_d는 전계 E에 비례하지 않는다. 반도체에서는 이것이 Ohm측부터의 shift라고 관측되고 Schockley에 의하여 hot electron의 문제로 제기되며 활발하게 연구되고 있다. 기체에서는 이와같은 효과는 옛날부터 알려지고 있다.

다음에 plasma의 전기전도도를 구해보기로 한다. plasma 속에서는 보통 $\mu_e\gg\mu_i$이기 때문에 밀도 n_e의 전자가 전기전도의 주역으로 등장해서 전류밀도 i는

$$i\cong en_e\mu_e E=\sigma E \tag{31}$$

로서 주어진다. 따라서 plasma의 전기전도도 σ는

$$\sigma=en_e\mu_e=\frac{n_e e^2}{m}\cdot\frac{L}{V_{th}} \tag{32}$$

로서 나타낸다. 열 평형상태의 경우 plasma의 전리도 $X=n_e/N$는 밀도 N, 압력 P, 온도 T의 함수로서 Saha의 식

$$\frac{X^2}{1-X^2P}=2.4\times10^{-4}T^{\frac{5}{2}}\exp\left(-\frac{eV_i}{kT}\right) \tag{33}$$

으로서 주어진다. V_i는 원자의 이온화 에너지이다. 따라서 (33)식부터 낮은 온도에서는 plasma의 전기전도도는 전리도에 비례하고, 전자온도와 더불어 지수함수적으로 상승한다. 그림 9는 (33)식으로부터 온도와 전리

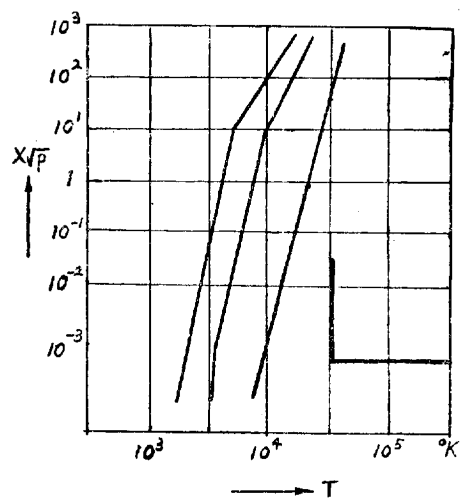

그림 9. T와 $X\sqrt{P}$와의 관계

도와의 관계를 나타낸 것이다. 핵융합에 사용되는 완전 전리, 고온 plasma에선 (32)식의 L는 하전입자사이의 Colomb scattering로서 결정된다. Spitzen의 계산에 의하면 이런 경우는

$$\sigma=(1.65\times10^{-9}\ Z\ln\ \Lambda/T^{3/2})^{-1}(\mho/m) \qquad (34)$$

로 된다. 여기서 Λ는 아랫식으로 주어져 Deby length 속에 포함되는 전자수의 약 9배이다.

$$\Lambda=12\pi(\varepsilon_0 kT/e^2)^{3/2}/n^{1/2} \qquad (35)$$

가령 $T_e=1KeV$라고 하면 (34)식의 σ는 동(copper)의 전기전도도 정도로되고 $T_e=50KeV$인 경우는 350배로도 된다.

고체에서는 이와같은 Coulomb acattering은 전리된 불순물 때문에 낮은 밀도의 plasma라도 저온에서 우세하게된다. (Conwell-Weisskopf의 불순물산란식)

여기서 앞서 언급한 Debye length에 대해서 간단히 해설코저 한다. Plasma는 거시적인 거리의 척도에서는 전기적인 중성을 지니는 성질이 강하기 때문에 선자와 ⊕이온의 밀도가 같고 공간전하밀도도 0으로 볼 수 있다. 그러나 plasma가 전자, 이온등의 하전입자로서 구성된 이상 가령 하나의 ⊕이온의 근방을 둘러싼 미소체적을 생각하면 국부적으로는 미시적인 전기적 불균형상태가 존재하여 그 주위에는 반듯이 전계를 수반한다. 이 전계가 입자주위의 좁은 공간에 제한되는 것은 반대 극성의 입자에 의해 차폐되기 때문이다. 이와같이 plasma에 있어서 전자나 이온에 수반되는 미시적인 전계를 micro전계라고 하고 그 전계의 공간적인 넓이의 값을 Debye거리, 또는 반경(Debye length 또는 radius)이라고 한다. Debye length내에서는 전기적인 중성이 깨트려지고 있는 셈이다. 그림 10과 같이 어떤 점에 이

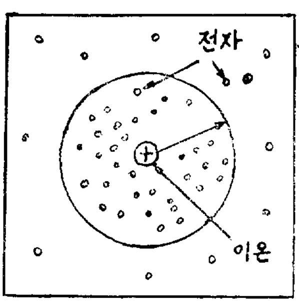

그림 10. Plasma의 Debye length

온이 정지하고 있고 그 주위가 많은 전자로서 둘러쌓이고 있다고 하면 중심부터 Debye length λ_D까지는 Coulomb역이 작용하고 λ_D의 외측에는 전자의 차폐효과에 의해 Coulomb력이 작용하지 않는 거리를 나타낸다. 따라서 λ_D보다 외측에서는 균일한 plasma라고 볼 수 있다. λ_D는 간단한 1차원 모델에 의해 공간전하에 의한 입자의 potential에너지$(n_e^2/2\varepsilon_0)\lambda_D^2$가 1차원의 평균열운동 에너지 $kT/2$와 같다고 두면

$$\lambda_D=\sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT_e}{e^2 n_e}}=69\sqrt{\frac{T_e}{n_e}} \qquad (36)$$

로서 주어진다. Debye length내에 포함되는 전자수 $n_{\lambda D}$는

$$n_{\lambda D}=\frac{3n}{4}\lambda_D^3 n_e=\frac{4\pi}{3e^3}\sqrt{\frac{(\varepsilon_0 kT_e)^3}{n_e}}$$

$$\fallingdotseq 1.4\times10^6\sqrt{\frac{T_e^3}{n_e}} \qquad (37)$$

그림 11은 각 물질에 있어서 Debye length내의 전자수에 대한 온도특성을 나타낸 것으로 보통의 plasma에서는 $n_{\lambda D}$이나 고체에서는 $n_{\lambda D}$이다.

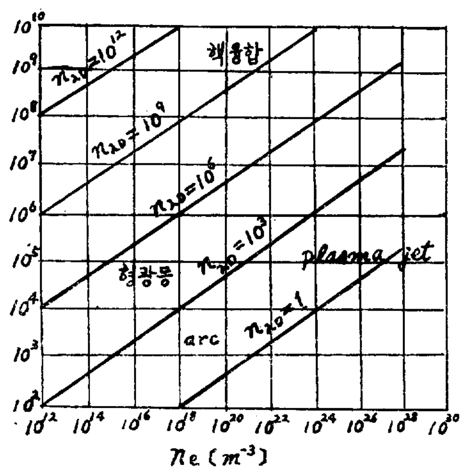

그림 11. Debye length의 전자수n_e

2.1.3 Plasma의 고주파 전기전도도

고주파 전계가 작용한 경우의 균일한 자장속에서의 하전입자운동을 생각해본다. 하전입자의 질량, 평균속도, 충돌주파수를 각각 m, $V\nu$라고 하면 평균치 운동방정식은

$$m\frac{dV}{dt}+m\nu V=e(E+V\times B) \qquad (38)$$

이다. 단, B는 상수이고 $E=E_0\exp(j\omega t)$이다. 여기서 자장 B가 Z방향에 존재하고 E의 성분을 E_X, E_Y, E_Z V의 성분을 V_X, V_Y, V_Z라고 하고 $\omega_c=\frac{e}{m}B$라고 하면 (38)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left.\begin{aligned}(\nu+j\omega)V_X-\omega_C V_Y&=\frac{e}{m}E_X\\ \omega_C V_X+(\nu+j\omega)V_Y&=\frac{e}{m}E_Y\\ (\nu+j\omega)V_Z&=\frac{e}{m}E_Z\end{aligned}\right\} \qquad (39)$$

(39)식을 V_X, V_Y, V_Z에 대해서 풀면

$$\left.\begin{aligned} V_X&=\frac{e}{m}\cdot\frac{1}{\Delta}(\Delta_{11}E_X-\Delta_{12}E_Y)\\ V_Y&=\frac{e}{m}\cdot\frac{1}{\Delta}(-\Delta_{21}E_X-\Delta_{22}E_Y)\\ V_Z&=\frac{e}{m}\cdot\frac{1}{\Delta}(\Delta_{33}E_Z)\end{aligned}\right\}\tag{40}$$

단

$$\Delta=\begin{pmatrix}\nu+j\omega & -\omega_c & 0\\ \omega_c & \nu+j\omega & 0\\ 0 & 0 & \nu+j\omega\end{pmatrix}$$

$$=j(j\nu-\omega)\{(j\nu-\omega)^2-\omega_c^2\}\tag{41}$$

여기서 하전입자의 이동도를 μ_e라고 하면

$$V=\mu_e E$$

로서 나타내고 V와 E는 같은 방향이 아니기 때문에 μ_e는 tensor로 된다. 즉

$$V=(\mu)\begin{pmatrix}E_X\\ E_Y\\ E_Z\end{pmatrix}\tag{42}$$

이 μ는 (40)식부터 구해진다.

$$\mu=\frac{e}{m}\cdot\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix}-\Delta_{11}, & -\Delta_{12}, & 0\\ \Delta_{21}, & \Delta_{22}, & 0\\ 0, & 0, & \Delta_{33}\end{pmatrix}\tag{43}$$

단 Δ_{mm}는 m행열, n열을 제한 소행열이다. 따라서 복소전도도 tensor $\sigma(=n_e e\mu)$가 구해진다. (n_e는 입자밀도)

$$\sigma=\frac{n_e e^2}{m}\cdot\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix}\Delta_{11}, & -\Delta_{12}, & 0\\ \Delta_{21}, & \Delta_{22}, & 0\\ 0, & 0, & \Delta_{33}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}\sigma_{XX}, & \sigma_{XY}, & 0\\ \sigma_{YX}, & \sigma_{YY}, & 0\\ 0, & 0, & \sigma_{ZZ}\end{pmatrix}\tag{44}$$

σ의 tensor요소부터 전자파의 진행방향, 편파면과 B 방향과의 관계에 의한 σ를 구할 수가 있다. tensor요소는 계산결과 아래와 같이 된다.

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{XX}&=\frac{\eta(\nu+j\omega)}{(\nu+j\omega)^2+\omega_c^2}\omega^2\varepsilon_0=\sigma_{YY}\\ \sigma_{XY}&=\frac{-\eta\omega_c}{(\nu+j\omega)^2\omega_c^2}\omega^2\varepsilon_0=-\sigma_{YX}\\ \sigma_{ZZ}&=\frac{\eta}{\nu+j\omega}\omega^2\varepsilon_0\end{aligned}\right\}\tag{45}$$

단,

$$\eta=\left(\frac{(\omega_p)}{\omega}\right)^2=\frac{n_e e^2}{m\varepsilon_0\omega^2}$$

이다. 또 plasma의 등가유전율을 ε라고 하면

$$\varepsilon=\varepsilon_0\left(1+\frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0}\right)\tag{46}$$

으로 되기 때문에 ε도 복소 tensor로 된다.

지금 전파의 파동벡터를 K라고 하면

(i) $K\perp B$, $E/\!/B$의 경우

자장이 없는 경우와 같이 전도도는 아래와 같고,

$$\left.\begin{aligned} \sigma&=\frac{\eta}{\nu+j\omega}\omega^2\varepsilon_0\\ \varepsilon&=\varepsilon_0\left(1-\frac{\eta}{1-j\dfrac{\nu}{\omega}}\right)\end{aligned}\right\}\tag{47}$$

(ii) $K/\!/B$, $E\perp B$의 경우

E벡터의 회전방향에 따라 $\sigma_{XX}\pm j\sigma_{XY}$로서 주어진다.

$$\left.\begin{aligned} \sigma&=\frac{\eta(\nu+j\omega\mp j\omega_c)}{(\nu+j\omega)^2+\omega_c^2}\omega^2\varepsilon_0\\ \varepsilon&=\varepsilon_0(1-j\omega)\frac{\eta(\nu+j\omega\mp j\omega_c)}{(\nu+j\omega)^2+\omega_c^2}\end{aligned}\right\}\tag{48}$$

윗식에서 분자의 제3항의 복호는 편파의 회전방향에 의한 것으로 ⊕이온의 선회방향에 도는 편파(정상파—Ordinary wave)에 대해서는 (+)를 또 전자의 선회방향에 도는 편파(이상파—Extraordinary wave)에 대해서는 (−)를 취한다.

여기서 충돌이 없는 $\nu=0$의 경우에 대해서 생각해 보면 각각

(ㄱ) $K\perp B$, $E/\!/B$의 경우

(47)식에 대해서

$$\left.\begin{aligned} \sigma&=j\eta\omega\varepsilon_0,\\ \varepsilon&=\varepsilon_0(1-\eta)=\varepsilon_0\left(1-\frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)\end{aligned}\right\}\tag{49}$$

(ㄴ) $K/\!/B$, $E\perp B$의 경우

(48)식에 대해서

$$\left.\begin{aligned} \sigma&=-j\frac{\eta}{1\pm(\omega_c/\omega)}\omega\varepsilon_0\\ \varepsilon&=\varepsilon_0\left(1-\frac{\eta}{1\pm(\omega_c/\omega)}\right)\end{aligned}\right\}\tag{50}$$