

Conducting sheet rotor를 갖인 양측방식 3상 직선형 유도전동기의 특성해석

논 문
19~3~1

The Analysis on the Characteristics of the Double-Sided 3 Phase Linear Induction Motor with Conducting Sheet Rotor

이 윤 종*
(Yun Jong Lee)

[ABSTRACT]

In this paper, the equation for the generated force is introduced, on the basis of Maxwell's electromagnetic equations, by dividing the air-gap magnetic field into the region of the constant amplitude and the region of the pulsating field in the both ends of iron core, in the case that the typical 3 phase winding is employed in the double sided 3 phase linear induction motor with sheet rotor in accordance with the winding method of rotary induction machine.

With the effect of the overhang region being taken into account, the result, in which the equation is established, indicates that theoretical values nearly coincides with the measured values in the interval of slip $s=0\sim 0.8$.

I. 서 론

직선형 유도전동기는 1차의 多相卷線을 勵磁해서 만들어진 직선이동자계와 이로 말미암아 2차인 sheet rotor에 흐르는 전류사이에 推力을 발생시키는 동력장치이다. 기본적으로 직선형 유도전동기는 回轉機를 중심축을 지나서 一平面으로 잘라 직선상에 展開한 구조로 되어 있어 추력의 발생기구가 回轉機와 같다고 할수 있으나 철심에 端部가 있으므로 回轉機와는 달리 철심의 양단부에서는 一定振幅의 磁界를 얻기가 힘들다.

본 논문에서는 직선형 유도전동기의 일반적인 卷線이라고 할수 있는 Fig 2의 3相卷線에 의하여 발생하는 이동자계를 일정진폭의 자계부분과 양단부의 脈動磁界部分으로 나누어 sheet rotor가 鐵心이 없는 導體만의 平板移動子인 경우에 대하여 Maxwell의 電磁方程式에 기초를 두고 발생추력의 식을 유도하였고 overhang 부분이 추력에 어떠한 영향을 미치는가를 밝혔으며 추력-속도특성을 구명하는 데 중점을 두었다.

그리고 sheet rotor를 移動子로 한 3상직선형 유도전동기를 제작하여 유효주행거리 약 2[m]내에서 주행특성을 실측하여 이론식과 비교 검토하였다.

II. 空隙磁束分布 및 推力公式의 誘導

(1) 空隙磁束分布

직선형 유도전동기는 본질상 空隙이 크므로 다음의 假定을 두기로 한다.

- (i) 磁氣飽和을 무시한다.
- (ii) 鐵部分의 透磁率은 無限대이며 起磁力은 全部 空隙에 消費된다.
- (iii) 磁束의 fringing을 무시한다.

Fig 1에서 자계진행방향을 x , 空隙의 방향을 y , 卷線의 도체방향을 z 라 하자, 卷線이 x 방향으로 電機子表面에 촘촘히 배열되어 있다 하면 이 卷線에 일정 전류를

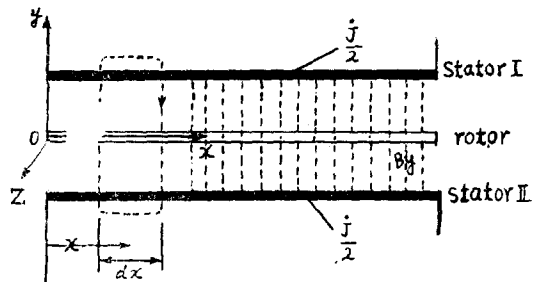


Fig 1. Elementary loop used in calculation of flux density

*정회원 : 한양공대 전기공학과 교수

홀렸을 때의 작용은 電機子表面上的 均일한 電流面(uniform current sheet)의 작용과 흡사하다⁽¹⁾. 그러므로 固定子卷線에 3상평형전류를 흘렸을 때 固定子 I과 II의 電流面密度가 같은 位相이라는 가정하에서 I과 II를 합한 固定子電流面密度는 다음과 같이 된다.

$$J = J_m \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x) \quad (1)$$

여기서 $\omega_0 = 2\pi f$: 電源角周波數, τ : 極間隔
 J_m : 電流面密度의 最大値

그러므로 空隙磁束의 y分力을 B_y 라 하면 Fig 1의 微小한 loop(x방향의 길이 dx)에서

$$\left(\frac{\partial B_y}{\partial x}\right) dx = \frac{\mu_0}{g} J dx \quad (2)$$

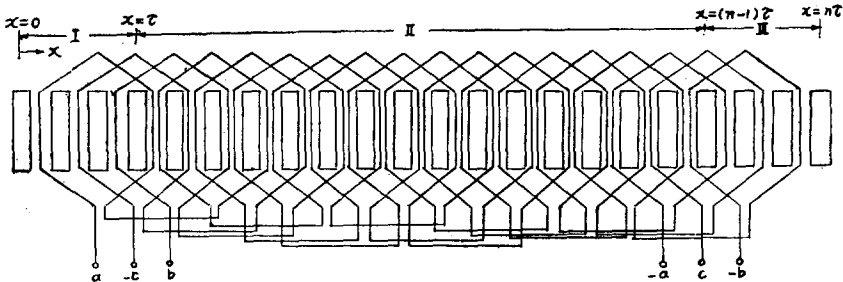


Fig 2. A typical winding of 3 phase linear induction motor with even poles $n-1=P$ (where n is odd number)

$$\therefore B_y = \frac{\mu_0 \tau}{\pi g} J_m \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x) + C \quad (2)$$

여기서 g 는 gap의 길이, μ_0 는 眞空의 透磁率,
 C 는 積分常數이다.

Fig 2의 3相卷線을 勵磁했을 때에는 固定子兩端의 1極間隔만큼은 다른 부분에 비하여 起磁力이 $\frac{1}{2}$ 로 되어 있으므로 철심을 다음과 같이 3영역으로 나누어 생각하는 것이 妥當하다.

$0 \leq x \leq \tau$ 의 제 I 영역에서는

$$J_{(I)} = \frac{1}{2} J_m \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x)$$

$\tau \leq x \leq (n-1)\tau$ 의 제 II 영역에서는

$$J_{(II)} = \frac{1}{2} J_m \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x)$$

$(n-1)\tau \leq x \leq n\tau$ 의 제 III 영역에서는

$$J_{(III)} = \frac{1}{2} J_m \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x)$$

따라서 식 (2)에 의하여 각 영역에서의 자속밀도는 다음과 같이 된다. 즉

제 I 영역에서는

$$B_{y(I)} = \frac{\mu_0 \tau}{2\pi g} J_m \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x) + C$$

경계조건 $B_{y(I)}(x=0) = 0$ 에 의하여

$$C = -\frac{\mu_0 \tau}{2\pi g} \cos \omega_0 t$$

$$\therefore B_{y(I)} = \frac{\mu_0 \tau}{2\pi g} J_m \{ \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x) - \cos \omega_0 t \} \quad (3)$$

제 II 영역에서는

$$B_{y(II)} = \frac{\mu_0 \tau}{\pi g} J_m \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x) + C$$

그런데 $B_{y(I)}(x=\tau)$ 이므로 $C = 0$

$$B_{y(II)} = \frac{\mu_0 \tau}{\pi g} J_m \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x) \quad (4)$$

단 $\tau \leq x \leq (n-1)\tau$

제 III 영역에서는

$$B_{y(III)} = \frac{\mu_0 \tau}{2\pi g} J_m \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x) + C$$

경계조건 $B_{y(III)}(x=n\tau) = 0$ 에서

$$C = \frac{\mu_0 \tau}{2\pi g} \cos \omega_0 t$$

$$\therefore B_{y(III)} = \frac{\mu_0 \tau}{2\pi g} J_m \{ \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x) + \cos \omega_0 t \} \quad (5)$$

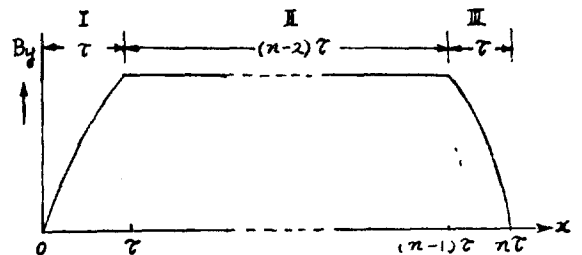


Fig 3. Flux distribution in the air gap due to the 3 phase travelling field when the winding of Fig 2 is excited.

단 $(n-1)\tau \leq x \leq n\tau$

(3)~(5)식을 보면 Fig 3과 같이 제 I과 제 III 영역에서는 자속밀도 B_x 에 $\cos \omega_0 t$ 의 항이 포함되어 있으므로脈動이 있는 이동자계가 형성되고 端部에서 零으로 收斂되며 제 II 영역에서는 振幅이 일정한 이동자계가 형성됨을 알 수 있다.

(3) Overhang을 무시하고 sheet rotor 중의 전류는 z 방향으로 만 흐른다고 가정한 경우의 발생추력 2차 도체중의 어떤 점에 성립하는 Maxwell의 電磁方程式은

$$\text{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{6}$$

$$\text{rot}H = i \tag{7}$$

그리고 Ohm의 법칙으로 부터

$$kE = i \tag{8}$$

자속밀도와 자계의 관계로 부터

$$B = \mu H \tag{9}$$

固定子 電流 面密度는 (1)式으로 부터

$$J = J_m \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{\tau} x) \text{로 주어지며 固定子電流는 } z \text{방}$$

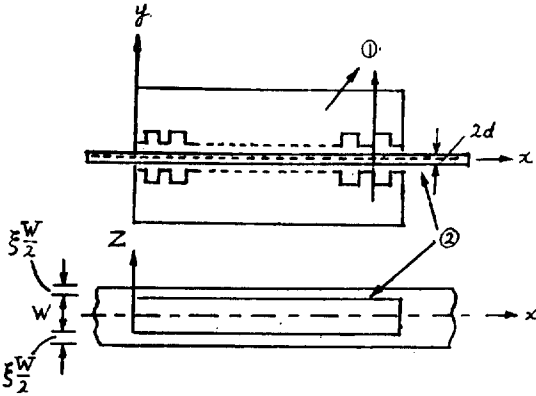


Fig 4. Idealized model & coordinate system

① stator ② rotor

향으로만 흐르므로 자계 H 는 x 와 y 성분, H_x, H_y 뿐이고 $H_z=0$ 이다.

이동자계에 대한 sheet rotor의 스트림플을 s 라 하면 (6), (7)식은

$$-j\omega\mu H_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} \tag{10}$$

$$-j\omega\mu H_y = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \tag{11}$$

$$kE_x = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \tag{12}$$

와 같이 된다. 여기서 E_z 는 sheet rotor 어떤 점의 전계의 z 분력, μ 는 sheet rotor의 透磁率, $\omega = s\omega_0$ ($\omega_0 = 2\pi f$, f 는 전원주파수), k 는 sheet rotor의 導電度이다.

空隙磁界 B 는 電機子反作用을 무시하여 負荷와는 관계없이 일정하다고 하고 空間的으로나 시간적으로 正弦波狀으로 변하는 y 방향의 이동자계를 형성한다면 rotor가 스트림플 s 로 이동할 때 스트림플주파수의 전류가 rotor에 誘起되므로 sheet rotor 표면($y = \pm d$)의 자계는 ω_0 대신 $s\omega_0 = \omega$ 라고 하여

$$B = (0, B_y, 0), \quad B_y = B_m e^{-j\frac{\pi}{\tau} x} e^{i\omega t} \tag{13}$$

여기서 B_m 은 자속밀도의 최대치이다.

(10), (11), (12)식의 $\frac{\partial}{\partial x}$ 대신에 $-j\frac{\pi}{\tau}$ 를 $\frac{\partial}{\partial t}$ 대

신에 $j\omega$ 를 넣어 H_y 를 없애면

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} + j\omega\mu k \right) E_z \tag{14}$$

따라서 sheet rotor의 電界는 다음의 미분방정식을 풀면 된다.

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \gamma^2 E_z \tag{15}$$

여기서 $\gamma^2 = \frac{\pi^2}{\tau^2} + j\omega\mu k = (\alpha + j\beta)^2$ (16)

(15)식의 解는

$$E_z = C_1 e^{r'y} + C_2 e^{-r'y} \tag{17}$$

또 $\text{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ 에서 $E_z = -\frac{\omega\tau}{\pi} B_y$ (18)

定數 C_1, C_2 를 정하기 위하여 sheet rotor의 두계를 $2d$ 라 하면

$$\left. \begin{aligned} y = +d \text{에서 } E_x = E_x(y=+d) &= -\frac{\omega\tau}{\pi} B_{y(+d)} \\ y = -d \text{에서 } E_x = E_x(y=-d) &= -\frac{\omega\tau}{\pi} B_{y(-d)} \end{aligned} \right\} \tag{19}$$

$$B_{y(+d)} = B_{y(-d)} = B_y \tag{20}$$

(19), (20)식을 (17)식에 대입하여

$$C_1 = C_2 = \frac{-\frac{\omega\tau}{\pi} B_y (e^{r'd} - e^{-r'd})}{e^{2r'd} - e^{-2r'd}}$$

$$\therefore E_z = -\frac{\omega\tau}{\pi} \frac{e^{r'd} - e^{-r'd}}{e^{2r'd} - e^{-2r'd}} (e^{r'y} + e^{-r'y}) B_y \tag{21}$$

따라서 (3)~(5)식의 자속밀도를 가진 제 I, II, III 영역에서의 E_z 는

$$E_z(I) = -\frac{\omega\tau}{\pi} \frac{e^{r'd} - e^{-r'd}}{e^{2r'd} - e^{-2r'd}} (e^{r'y} + e^{-r'y}) B_y \tag{22-1}$$

단 $0 \leq x \leq \tau$

$$E_z(II) = -\frac{\omega\tau}{\pi} \frac{e^{r'd} - e^{-r'd}}{e^{2r'd} - e^{-2r'd}} (e^{r'y} + e^{-r'y}) B_y \tag{22-2}$$

단 $\tau \leq x \leq (n-1)\tau$

$$E_z(III) = -\frac{\omega\tau}{\pi} \frac{e^{r'd} - e^{-r'd}}{e^{2r'd} - e^{-2r'd}} (e^{r'y} + e^{-r'y}) B_y \tag{22-3}$$

단 $(n-1)\tau \leq x \leq n\tau$

여기서 각 영역의 자속밀도를 複數形으로 나타내면

$$\left. \begin{aligned} B_{y(I)} &= \frac{1}{2} B_m (e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} - 1) \\ B_{y(II)} &= e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} \\ B_{y(III)} &= \frac{1}{2} B_m (e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} + 1) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

가 되므로 (23)식을 (22)식에 대입하여

$$E_{z(I)} = -\frac{\omega\tau B_m}{2\pi} \frac{e^{rd} - e^{-rd}}{e^{2rd} - e^{-2rd}} (e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} - 1) (e^{ry} + e^{-ry}) \quad (24-1)$$

$$E_{z(II)} = -\frac{\omega\tau B_m}{\pi} \frac{e^{rd} - e^{-rd}}{e^{2rd} - e^{-2rd}} e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} (e^{ry} + e^{-ry}) \quad (24-2)$$

$$E_{z(III)} = -\frac{\omega\tau B_m}{2\pi} \frac{e^{rd} - e^{-rd}}{e^{2rd} - e^{-2rd}} (e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} + 1) (e^{ry} + e^{-ry}) \quad (24-3)$$

따라서

$$E_{z(I)} = -\frac{\omega\tau B_m}{2\pi} \frac{\sinh \gamma d}{\sinh 2\gamma d} (e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} - 1) \times 2 \cosh \gamma y \quad (25-1)$$

$$E_{z(II)} = -\frac{\omega\tau B_m}{\pi} \frac{\sinh \gamma d}{\sinh 2\gamma d} (e^{-j\frac{\pi}{\tau}x}) \times 2 \cosh \gamma y \quad (15-2)$$

$$E_{z(III)} = -\frac{\omega\tau B_m}{2\pi} \frac{\sinh \gamma d}{\sinh 2\gamma d} (e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} + 1) \times 2 \cosh \gamma y \quad (25-3)$$

그러면 전계 E_z 에 의한 전류와 空隙磁界에 의하여 x 방향에 작용하는 sheet rotor 單位體積의 힘은 Lorenz 의 식으로 부터

$$f_x = -i_z B_y \quad (26)$$

그러면 (21)~(25)식에서 正弦波狀의 시간적 변화 $e^{j\omega t}$ 를 고려하여야 함으로 單位體積當 힘의 시간적 평균치 F_x 는

$$F_x = -R \left[\frac{1}{2} i_z B_y \right]^{(3)(4)} \quad (27)$$

여기서 \bar{B}_y 는 B_y 의 共轉複素數이다.

$$E_z = -\frac{\omega\tau}{\pi} B_y, \quad kE_z = i_z \text{이므로 (27)식은}$$

$$F_x = \frac{k\pi}{2\omega\tau} E_z \bar{E}_z \quad (28)$$

여기서 \bar{E}_z 는 E_z 의 共軛複素數이다.

(28)식에 (25)식을 대입하면

$$\begin{aligned} F_{x(I)} &= \frac{k\omega\tau B_m^2}{2\pi} \frac{\sinh \gamma d}{\sinh 2\gamma d} \frac{\sinh \bar{\gamma} d}{\sinh 2\bar{\gamma} d} \\ &\quad (e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} - 1)(e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} - 1) \times \cosh \gamma y \cosh \bar{\gamma} y \\ &= \frac{k\omega\tau B_m^2}{2\pi} \frac{\cosh 2\alpha d - \cos 2\beta d}{\cosh 4\alpha d - \cos 4\beta d} \\ &\quad \times (2 - 2\cos \frac{\pi}{\tau}x) \times \frac{1}{2} (\cosh 2\alpha y + \cos 2\beta y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore F_{x(I)} &= \frac{k\omega\tau B_m^2}{2\pi} \frac{\cosh 2\alpha d - \cos 2\beta d}{\cosh 4\alpha d - \cos 4\beta d} (1 - \cos \frac{\pi}{\tau}x) \\ &\quad \times (\cosh 2\alpha y + \cos 2\beta y) \quad (29-1) \end{aligned}$$

단 $0 \leq x \leq \tau$

$$\begin{aligned} F_{x(II)} &= \frac{k\omega\tau B_m^2}{\pi} \frac{\cosh 2\alpha d - \cos 2\beta d}{\cosh 4\alpha d - \cos 4\beta d} (\cosh 2\alpha y \\ &\quad + \cos 2\beta y) \quad (29-2) \end{aligned}$$

단 $\tau \leq x \leq (n-1)\tau$

$$\begin{aligned} F_{x(III)} &= \frac{k\omega\tau B_m^2}{2\pi} \frac{\cosh 2\alpha d - \cos 2\beta d}{\cosh 4\alpha d - \cos 4\beta d} (1 + \cos \frac{\pi}{\tau}x) \\ &\quad \times (\cosh 2\alpha y + \cos 2\beta y) \quad (29-3) \end{aligned}$$

단 $(n-1)\tau \leq x \leq n\tau$

active zone에서 sheet rotor로 부터 발생하는 추력은 sheet rotor의 有效幅을 W 라 하면

$$\begin{aligned} F_0' &= W \int_0^{n\tau} \int_{-d}^{+d} F_x dy dx \\ &= W \int_{-d}^{+d} \left[\int_0^{\tau} F_{x(I)} dx + \int_{\tau}^{(n-1)\tau} F_{x(II)} dx + \int_{(n-1)\tau}^{n\tau} F_{x(III)} dx \right] dy \\ &= \frac{k\omega(n-1)\tau^2 B_m^2 W}{\pi} \frac{\cosh 2\alpha d - \cos 2\beta d}{\cosh 4\alpha d - \cos 4\beta d} \\ &\quad \left(\frac{1}{\alpha} \sinh 2\alpha d + \frac{1}{\beta} \sin 2\beta d \right) \end{aligned}$$

그러면 $(n-1)\tau = p\tau$ (p 는 極數)이므로

$$\begin{aligned} F_0' &= \frac{pk\omega\tau^2 B_m^2 W}{\pi} \frac{\cosh 2\alpha d - \cos 2\beta d}{\cosh 4\alpha d - \cos 4\beta d} \\ &\quad \left(\frac{1}{\alpha} \sinh 2\alpha d + \frac{1}{\beta} \sin 2\beta d \right) \quad (30) \end{aligned}$$

실제로 직선형 유도전동기에서는 sheet rotor의 두께가 매우 얇아 $\alpha d, \beta d$ 는 매우 적은 값이 되므로

$$\cosh 4\alpha d - \cos 4\beta d \doteq \frac{1}{2} \{ (4\alpha d)^2 + (4\beta d)^2 \}$$

$$\cosh 2\alpha d - \cos 2\beta d \doteq \frac{1}{2} \{ 2\alpha d \}^2 + \{ 2\beta \}^2$$

$$\frac{1}{\alpha} \sinh 2\alpha d + \frac{1}{\beta} \sin 2\beta d \doteq 4d$$

$$\begin{aligned} \therefore F_0' &\doteq \frac{pk\omega\tau^2 B_m^2 W d}{\pi} \\ &= \frac{pk\omega\tau^2 B_m^2 W d}{\pi} \quad (31) \end{aligned}$$

sheet rotor의 等價 두께 $d' = \frac{\cosh 2\alpha d - \cos 2\beta d}{\cosh 4\alpha d - \cos 4\beta d}$

$\times \left(\frac{1}{\alpha} \sinh 2\alpha d + \frac{1}{\beta} \sin 2\beta d \right)$ 는 두께 數 mm 정도의 導體板이면 거의 길보기의 두께와 같게 된다.

(3) Overhang을 고려한 경우

앞에서 논한 바와 같이 추력의 y 방향의 변화는 거의 무시할 수 있다. 즉 sheet rotor가 얇기 때문에 $\alpha d, \beta d$ 는 매우 적은 값이 되어 추력은 sheet rotor의 두께에 거의 비례한다. 따라서 발생추력을 산출하기에 앞서

sheet rotor의 전류밀도의 변화를 따질 때 $\frac{\partial}{\partial y}=0$ 이라고 해도 좋다.

그러므로 overhang의 영향을 고려함에 있어서는 x 와 z 의 2次元問題로 다루기로 한다.

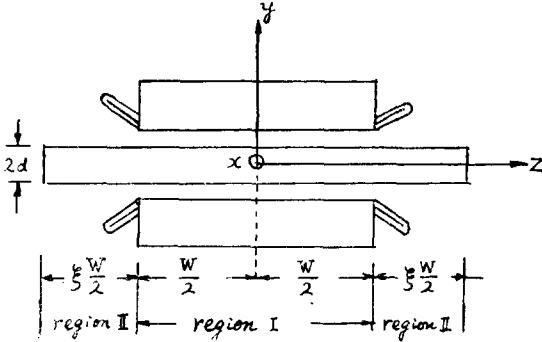


Fig 5. Sheet rotor with symmetrical over hang

여기서 overhang 부분의 폭은 Fig 5와 같이 左右對稱이며 $\xi \frac{W}{2}$ 라 하자.

$$B_y = B_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right), \quad B_x = B_z = 0 \text{ 이므로}$$

Maxwell의 방정식 $\text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 에 의하여

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (32)$$

Ohm의 법칙에 의하여

$$i_x = kE_x, \quad i_z = kE_z \quad (33)$$

(33)식을 (32)식에 대입하면

$$\frac{1}{k} \left(\frac{\partial i_x}{\partial x} - \frac{\partial i_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (34)$$

그리고 전류밀도 i 는 $\text{div} i = 0$ 을 만족하여야 하므로

$$\frac{\partial i_x}{\partial x} + \frac{\partial i_z}{\partial z} = 0 \quad (35)$$

(34)와 (35)식에서 Fig 5의 region I에서는

$$\frac{1}{k} \left(\frac{\partial^2 i_{z1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_{x1}}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial t} \quad (36)$$

$$\frac{1}{k} \left(\frac{\partial^2 i_{x1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_{z1}}{\partial z^2} \right) = -\frac{\partial^2 B_y}{\partial z \partial t} \quad (37)$$

$$\therefore \frac{\partial^2 i_{z1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_{x1}}{\partial z^2} = k B_m \omega \frac{\pi}{\tau} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \quad (38)$$

$$\frac{\partial^2 i_{z1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_{x1}}{\partial z^2} = 0 \quad (39)$$

磁束은 철심부분에만 존재하므로

region II 즉 overhang 부분에서는 $B_y = 0$

$$\therefore \frac{\partial^2 i_{z2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_{x2}}{\partial z^2} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial^2 i_{x2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_{z2}}{\partial z^2} = 0 \quad (41)$$

region I과 region II의 界面에서 전체의 接線成分이 같고 전류밀도의 法線成分이 같어야 하므로⁽⁵⁾

$$E_{x1} = E_{x2} \quad \text{또는} \quad \frac{i_{x1}}{k} = \frac{i_{x2}}{k}$$

$$\text{즉} \quad i_{x1} = i_{x2} \quad (42)$$

$$\text{그리고} \quad i_{z1} = i_{z2} \quad (43)$$

(38)식을 풀면

$$i_{z1} = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \left\{ -\frac{\tau \omega k B_m}{\pi} + G \cosh\left(\frac{\pi}{\tau} z + \delta\right) \right\} \quad (44)$$

그런데 i_{z1} 의 對稱性으로 부터 $z=0$ 에서 i_{z1} 은 최대이고 z 의 부호에는 무관계하기 때문에⁽⁶⁾ $\delta=0$

그러므로

$$i_{z1} = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \left\{ -\frac{\tau \omega k B_m}{\pi} + G \cosh\left(\frac{\pi}{\tau} z\right) \right\} \quad (45)$$

그리고 (39)식의 解는

$$i_{z1} = F \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \sinh \frac{\pi}{\tau} z \quad (46)$$

(45), (46)식은 (35)식을 만족하여야 하므로

$$G = F$$

$$\therefore i_{z1} = G \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \sinh \frac{\pi}{\tau} z \quad (47)$$

region II에서는

$$i_{z2} = G' \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \sinh\left(\frac{\pi}{\tau} z + \delta'\right)$$

그런데 $z = (1+\xi) \frac{W}{2}$ 에서 $i_{z2} = 0$ 이므로

$$\delta' = -\frac{\pi}{\tau} (1+\xi) \frac{W}{2}$$

$$\therefore i_{z2} = G' \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \sinh\left[\frac{\pi}{\tau} \left\{ z - (1+\xi) \frac{W}{2} \right\}\right] \quad (48)$$

다음에 두 region의 界面에서 (43)식이 성립한다.

즉 $z = \frac{W}{2}$ 에서 $i_{z1} = i_{z2}$ 이므로

$$\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \left\{ -\frac{\tau \omega k B_m}{\pi} + G \cosh\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{W}{2}\right) \right\} = -G' \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \sinh\left(\xi \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{W}{2}\right)$$

$$\therefore G \cosh\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{W}{2}\right) + G' \sinh\left(\xi \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{W}{2}\right) = \frac{\tau \omega k B_m}{\pi} \quad (49)$$

$$\text{또} \quad i_{x2} = F' \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \cosh\left(\frac{\pi}{\tau} z + \delta'\right)$$

여기서 (35)식을 적용해서

$$F' = G'$$

$$\text{또} \quad \delta = -(1+\xi) \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{W}{2}$$

$$\therefore i_{x2} = G' \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \cosh\left[\frac{\pi}{\tau} \left\{ z - (1+\xi) \frac{W}{2} \right\}\right] \quad (50)$$

界面에서 (42)식 즉 $z = \frac{W}{2}$ 에서 $i_{x1} = i_{x2}$ 가 되어야 하므로

$$G \sin(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x) \sinh(\frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{W}{2}) = G' \sin(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x) \cosh(\xi \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{W}{2})$$

$$\therefore G \sinh(\frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{W}{2}) - G' \cosh(\xi \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{W}{2}) = 0 \quad (51)$$

(49), (51)식으로 부터

$$G = \frac{\tau \omega k B_m}{\pi} \frac{1}{\cosh(\frac{\pi W}{2\tau})(1+\lambda)}$$

$$G' = \frac{\tau \omega k B_m}{x} \frac{1}{\sinh(\xi \frac{\pi W}{2\tau})(1+\frac{1}{\lambda})}$$

$$\text{단 } \lambda = \tanh(\frac{\pi W}{2\tau}) \tanh(\xi \frac{\pi W}{2\tau})$$

$$\therefore i_{x1} = -\frac{\tau \omega k B_m}{\pi} \cos(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x) \left(1 - \frac{\cosh(\frac{\pi}{\tau} z)}{(1+\lambda) \cosh(\frac{\pi W}{2\tau})} \right) \quad (52)$$

$$\text{단 } 0 \leq z \leq \frac{W}{2}$$

複素數로 표시하면

$$i_{x1} = -\frac{\tau \omega k B_m}{\pi} \left(1 - \frac{\cosh(\frac{\pi}{\tau} z)}{(1+\lambda) \cosh(\frac{\pi W}{2\tau})} \right) e^{-j \frac{\pi}{\tau} x} \quad (53)$$

따라서 (27)식에 의하여 單位體積當 힘의 시간적 평균치 F_x 는

$$F_x = \frac{\tau \omega k B_m^2}{2\pi} \left(1 - \frac{\cosh(\frac{\pi}{\tau} z)}{(1+\lambda) \cosh(\frac{\pi W}{2\tau})} \right) \quad (54)$$

(30)식에서 알 수 있는 바와 같이 Fig 2의 卷線을 施行하였을 때에는 최대자속밀도 B_m 이 균일한 철심의 全長 $p\tau$ 되는 직선형 전동기의 발생추력과 等價가 되므로

$$F = 4d \int_0^{\frac{W}{2}} \int_0^{p\tau} F_x dx dz$$

$$= \frac{pk\omega\tau^2 B_m^2 W d}{\pi} \left(1 - \frac{2\tau \tanh(\frac{\pi W}{2\tau})}{W(1+\lambda)} \right)$$

$$= F_0 \left(1 - \frac{2\tau \tanh(\frac{\pi W}{2\tau})}{W(1+\lambda)} \right) = F_0(1-\sigma) \quad (55)$$

$$\text{단 } \sigma = \frac{2\tau \tanh(\frac{\pi W}{2\tau})}{W(1+\lambda)}$$

$\tau = 6 \times 10^{-2}$ [m], $W = 9 \times 10^{-2}$ [m]로 하고 (55)식의 (1-σ)의 값을 ξ의 여러 값에 대하여 계산한 것을 Fig 6에

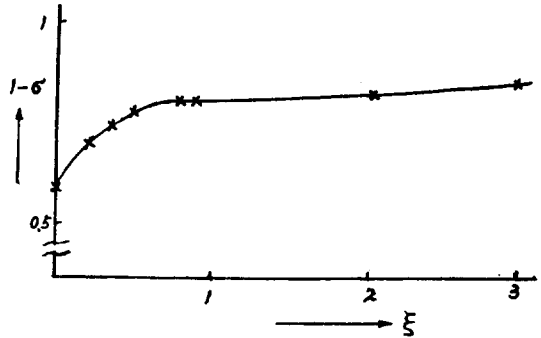


Fig 6. Characteristic of (1-σ)VSξ

표시하였다. 이 graph를 보면 overhang이 없을 때 추력이 가장 적으며 overhang 부분의 폭이 자속을 끊고 있는 sheet rotor 유도부분의 약 0.5배까지는 overhang 부분의 폭이 길수록 (1-σ)는 크게 증가하여 발생추력을 증가시킨다. 그러나 ξ의 값이 0.5를 초과하면 약간 추력을 증가시킬 뿐이다. ξ의 값이 2를 넘어서면 overhang 부분의 폭이 늘어나도 추력은 증가하지 않는다. 이 결과는 sheet rotor의 overhang 부분의 폭결정에 유익한 자료가 될 것이다.

overhang을 무시하고 sheet rotor에 z 방향으로만 흐른다고 가정하여 유도된 발생추력의 식 (31)과 (55)식을 비교하여 보면 차이가 심하다. 이것은 (31)식이 overhang을 무시하고 x 방향의 電流分力을 고려에 넣지 않은 것에 기인한다.

III. 실험용 3상 직선형 유도전동기의 제작 및 실험방법

(1) 실험용 전동기의 개요

특성을 구명하기 위한 직선형 유도전동기는 double sided short stator형이며 界磁測을 固定子로 하고 2次 導體板(아루미늄판)을 移動子로 한 구조의 것이다.

실험기의 定格은 固定子側이 3상, 6극, 60[%], 極間隔 $\tau = 6 \times 10^{-2}$ [m]이며 rotor의 定數 및 치수는 導電度 $k = 3.46 \times 10^7$ [v/m] 質量 $m = 7.6$ [kg], 두께 $2d = 4 \times 10^{-3}$ [m], 導體板의 유효폭 $W = 9 \times 10^{-2}$ [m], overhang 부분의 폭은 좌우 對稱이며 각각 8×10^{-3} [m]이다.

Fig 7은 실험기의 외관을 표시하는 사진이다.

(2) 실험방법

(i) 空隙磁束密度的 측정에는 YEW계, type 3251 Gauss meter를 사용하였다.

(ii) 주행실험에서 속도, 加速度를 알아내고 발생추력

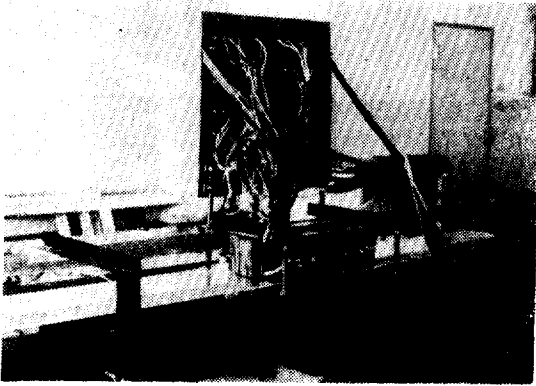


Fig 7. Stator and sheet rotor of linear induction motor

을 산출하기 위하여 Fig 8과 같이 micro switch를 15[cm] 간격을 두고 나무자에 10개 붙혀 sheet rotor를 주행시키면 이에 따라 micro switch를 차례차례 닫혀지게 하였다. 이 signal을 YEW계 type EMO-1, 12 Channels, Electromagnetic Oscillograph에 넣어서 일정거리(15 cm)를 주행하는데 걸리는 시간을 측정하여 속도와 加速度를 산출하는 방법을 택하였다.

실험기의 定數는 다음과 같다.

$$\tau=6 \times 10^{-2}[\text{m}], p=6, \omega_0=377 \text{ B}_m=0.106$$

$$[Wb/m^2], W=9 \times 10^{-2}[\text{m}], d=2 \times 10^{-2}[\text{m}],$$

$$k=3.46 \times 10^7[v/m], \xi=1.78$$

따라서 同期速度 $v_0=2\tau f=7.2[\text{m/s}]$

$$\lambda=0.9817$$

$$\sigma=0.2105$$

그러므로 (55)식의 발생추력의 계산치는 표 1과 같다.

Table 1. The theoretical value of force based on the formula

$v[\text{m/s}]$	스립스	$F_0[N]$	$F=F_0(1-\sigma)$	等價 무게를 취한 F 의 計算值
7.2	0	0	0	0
6.48	0.1	18	14	14
5.76	0.2	35	28	29
5.04	0.3	53	42	43
4.32	0.4	71	56	53
3.6	0.5	89	70	68
2.88	0.6	106	84	80
2.16	0.7	124	98	96
1.44	0.8	142	112	121
0.72	0.9	159	126	119
0	1.0	197	140	134

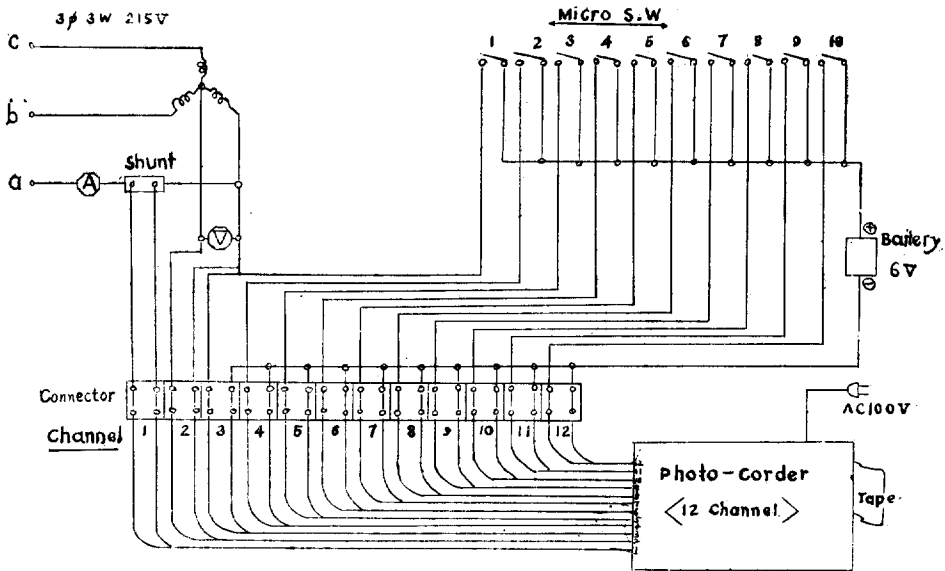


Fig 8. The circuit diagram employed detecting the primary currents, voltage, & the speed.

IV. 이론식에 의한 계산치의 실험적 검토

(1) 이론식에 의한 추력 계산치

(2) 추력의 실측치

Electromagnetic Oscillograph의 recording paper로

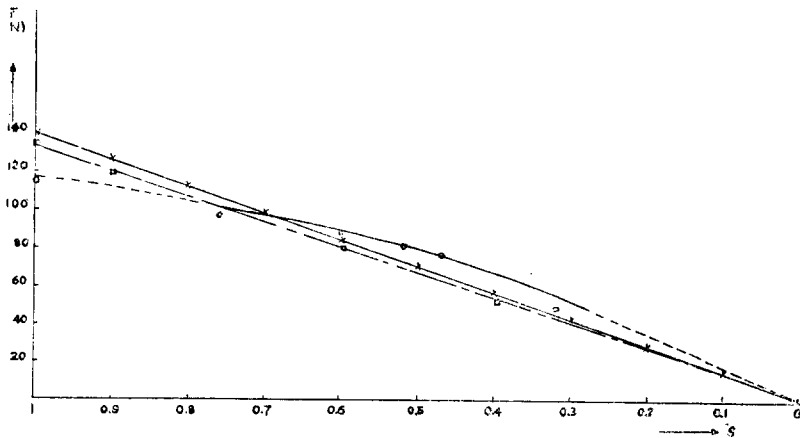


Fig 9. Characteristics of forces VS speed

- × : theoretical value
- : theoretical value calculated on the basis of the equivalent thickness
- : the measured value

부터 解析한 結果는 다음과 같다.

Table 2. The measured value of force

속도 v [m/s]	1.76	2.89	3.43	3.85	4.66	4.9
스립프 s	0.76	0.60	0.52	0.47	0.35	0.32
加速度 α [m/s ²]	12.7	11.2	10.5	10	9	6.2
推力 F (N)	97	85	80	76	68	47

단 $F=ma$

(3) 발생추력의 이론치와 실측치의 비교검토

앞에서 얻은 발생추력의 계산치와 실측치를 graph로 나타내면 Fig 9와 같다.

Fig 9에서 $s=1$ 의 경우 약 24[%], $s=0.5$ 에서 12.5 [%], $s=0.3$ 에서 10[%]의 '오차'가 생겼다.

일반적으로 직선형 유도전동기뿐만 아니라渦電流가 흐르는 回轉子를 가진 回轉機에 있어서도渦電流의 정확한 이론적 구멍이 힘들어 실측치와의 오차가 많이 발생함을 감안할 때 본 논문의 이론식의 결과는 대략 $s=0$ 에서 $s=0.8$ 정도까지는 妥當性을 인정할 수 있지 않을까 한다.

그러나 이 속도범위에서도 약 10[%]의 오차가 생기는데 이의 원인은 철심 緣部에서 자속이 철심 밖으로 퍼지는 것을 이론식에 고려할 수 없었다는 점에 있다.

起動推力($s=1$ 일 때의 추력)은 주행 실험에서는 얻을 수 없었으므로 全電壓 구속시험에서 spring balance로 잰 값이다.

따라서 구속기간동안 sheet rotor의 온도가 상승하여 導電度가 떨어졌으나 이 점을 고려할 수 없었던 이론식의 계산치 사이에 비교적 큰 오차가 생겼으리라고 생각된다.

V. 결 론

1. 직선형 유도전동기는 구조상으로 보아 고정자와 회전자 사이의 空隙이 회전 유도기보다는 크고 철심에 端部가 있으므로 Heyland 圓線圖 등 종래의 유도전동기의 해석방법으로 특성을 구명하려면 몇 가지의 문제점이 있다. 따라서 Maxwell의 電磁方程式을 써서 overhang 부분을 고려한 추력을 해석하여 추력-속도 특성을 구명해 본 결과 $s=0\sim0.8$ 까지의 범위에서는 이론식이 실측결과와 대체로 일치하였다.

2. 이론식의 결과로부터 알 수 있는 바와 같이 직선형 유도전동기의 각 속도에 대한 추력의 값은 起動時 가장 크고 가속되어 속도가 증가할 수록 거의 직선적으로 변한다. 그리고 직선형 유도전동기의 추력이 sheet rotor의 導電度에 비례하므로 발생추력이 sheet rotor의 사용재료(銅, 알루미늄, 炭素鋼 등)에 따라 변할 것이다.

참고 문헌

- (1) Samuel Seely "Electromechanical Energy Conversion" (book) McGraw-hill p145
- (2) E.R. Laithwaite" Induction Machines for Special Purposes" (book) 1966. p48.
- (3) S.A. Nasar "Electromagnetic Theory of Electrical Machines" Proc. I.E.E. Vol III. 1964, p1123~1131
- (4) A.L. Cullen and T.H. Barton "A Simplified Electromagnetic Theory of the Induction Motor, Using the Concept of Wave Impedance" Proc. I.E. E. Vol 105, Part C. No. 8, September 1958, p331~336
- (5) Kraus "Electromagnetics" (book) p 131
- (6) Von Michel Poloujadoff" Theorie des Linearen Induktionsmotors in Vereinfachter Darstellung" E.T.Z. A. Bd 90 (1969) H.21. p545~548

부 록

$$\frac{\partial^2 i_{z1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_{z1}}{\partial z^2} = k B_m \omega \cdot \frac{\pi}{\tau} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \text{의 解}$$

$$k B_m \omega \cdot \frac{\pi}{\tau} = C \text{라고 놓면}$$

$$\frac{\partial^2 i_{z1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_{z1}}{\partial z^2} = C \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right)$$

여기서 구하는 解를 $i_{z1} = i_1 + i_2$ 라고 놓고

$$\frac{\partial^2 i_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_1}{\partial z^2} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 i_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i_2}{\partial z^2} = C \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \tag{2}$$

를 풀면 된다.

우선 i_1 을 구한다

$$i_1 = X(x), Z(z), T(t)$$

라고 놓고 (1)에 대입하면

$$ZT \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + XT \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}$$

좌변의 x 의 함수와 우변의 z 의 함수가 같으려면 양변 모두 x, z 에 무관한 定數가 될 수 밖에 없다. 이 定數를 $-\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2$ 라고 놓으면

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 \tag{3}$$

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 \tag{4}$$

(3), (4)식을 풀어서

$$X = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \text{ 또는 } \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right)$$

$$Z = G \cosh\left(\frac{\pi}{\tau} z + \delta\right) \text{ 또는 } G \sin\left(\frac{\pi}{\tau} z + \delta\right)$$

$$\therefore i_1 = G \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \cosh\left(\frac{\pi}{\tau} z + \delta\right)$$

$$(2) \text{식은 } \frac{d^2 i_2}{dz^2} = C \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right)$$

이것을 풀어서

$$i_2 = -\frac{\tau^2}{\pi^2} C \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right)$$

$$\therefore i_{z1} = i_1 + i_2 = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \left\{ -\frac{\tau^2}{\pi^2} C + G \cosh\left(\frac{\pi}{\tau} z + \delta\right) \right\}$$

$$= \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \left\{ -\frac{\tau \omega k B_m}{\pi} + G \cosh\left(\frac{\pi}{\tau} z + \delta\right) \right\}$$