

B-B 留分을 原料로 하는 새로운 「에폭시」 樹脂

1950年 가을에 「에폭시」樹脂가 日本에 처음 紹介되어 學界 業界에서 그 優秀한 性能에 注目한 以來 塗料, 電氣絶緣材料, 接着劑, 土木建築用 또는 FRP 製品等 많은 分野에 使用方法이 確立되어 年間 需要量도 增加하게 되었다. 그러나 一般의 熱硬化性樹脂에 比較하면 20年 가까운 歷史를 갖는데 比하여 아직까지 數量的으로 적으며 特殊樹脂로서의 性格을 打破하는데까지는 이르지 않았다고 말할 수 있을 것이다.

그 理由는 여러 가지 있으나 最大의 原因은 「에폭시」樹脂의 品種이 적고 自由스러운 應用이 限定되어 있는데 있다고 하겠다. 즉 「에폭시」樹脂라고 하면 「에폭시올리핀」과 「비스페놀A」로부터 만들어진 것으로 (에피·비스 타일) 單純히 分子量이 틀리는 몇 品種밖에 없다는 固定觀念이 定着하여 그 範圍內에서 使用者는 使用方法을 案出하고 있는 것이 現狀인 것 같이 생각된다. 더구나 數많은 應用特許가 存在하고 그 特許를 배경으로 한 生産·販賣體制가 確立되어 있는 것이 이와 같은 固定觀念을 더욱 助長하고 있다고 말할 수 있다.

그러나 最近에 이르러 環狀脂肪族系의 「에폭시」樹脂나 「노보락크·타일」의 「에폭시」樹脂와 같은 새로운 타일의 것에 대하여도 注目하게 된 것은 「에폭시」樹脂에 對한 좁은 固定觀念을 打破하는 움직임으로서 慶賀할 일이다.

「에피클론」은 「B-B 留分을 原料로 하는 에폭시樹脂」라는 「요코하마」(橫濱) 國立大學 「桐生」 助敎授의 「아이디어」를 新技術開發事業團이 採用하여 이것을 「大日本인코化學工業(株)」에 工業化의 委託研究를 시킨다는 官民共同體制로 開

發이 遂行되어 1966年 3月부터 研究를 始作하여 1947年 9月에 成功 認定을 얻어 誕生하였다.

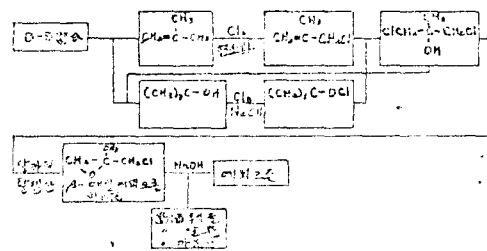


그림 1. 에피클론의 製造工程圖

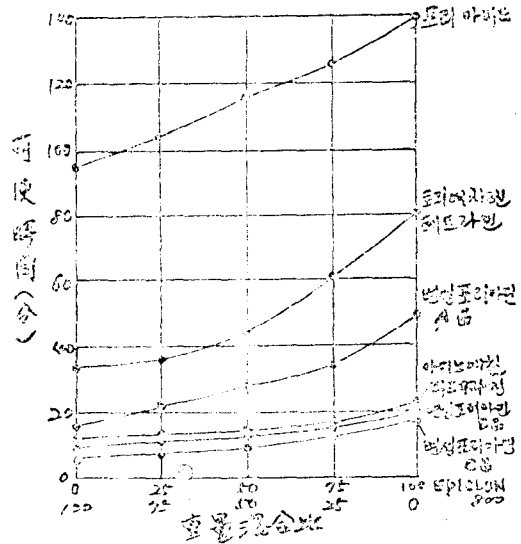


그림 2. EPICLON 800의 可使時間

이 開發研究의 目的은 從來 利用度가 낮았던 「나프사」分解時의 生成가스인 B-B 留分(부탄-부타렌留分)의 有効利用과 日本技術에 의한 「에폭시」樹脂의 製造라는데 있었으나 結果의 由로는 이 目的을 遂行하는 同時에 「에폭시」樹脂란 「에

피·비스타일」이라는 從來의 固定觀念을 打破하는 新型「에폭시」樹脂의 誕生이 이루어진 것이다.

「에피크론」은 아직까지 開發途上에 있는 「에폭시」樹脂이나 그 一端을 紹介하여 批判과 敎示를 얻고자 하는 것이다.

製造技術의 特徵

「에피크론」의 製造工程은 4段階로 大別된다.

第1段階는 出發原料의 B-B 留分中의 「이소부치렌」을 鹽素化하여 「메타릴크로라이드」를 만든다. 다음 第2段階에서는 「크롤히드린화」에 의하여 「이소부치렌·디·크롤히드린」으로 한다.

第3段階에서 脫鹽酸에 의한 閉環反應으로 「β-메칠·에피크롤·히드린」으로 만들어 最後로 「β-메칠·에피크롤·히드린」과 多價「휘놀」, 多價「알콜」 또는 多價「칼본酸」과의 反應에 의하여 「에폭시」樹脂로 만드는 것이다. (第1圖 參照)

基本的으로는 이 各工程은 「프로피렌」으로 부터 「아릴크로라이드」, 「프로피렌·디·크롤히드린」, 「에피크롤 히드린」을 만들어 「비스휘놀A」와 反應시켜서 「에피·비스타일」의 「에폭시」樹脂를 만드는 「프로세스」에 對應하는 것이다. 그러나 出發原料의 「이소부치렌」이 「프로피렌」에 比하여 炭素數가 하나 많기 때문에 副反應의 制御는 그만큼 困難하여져서 各 「프로세스」마다 그대로의 研究가 必要한 것이다.

즉 「이소부치렌」의 鹽素化는 低溫鹽素化를 하며 (프로피렌의 경우에는 高溫鹽素化) 「크롤히드린화」는 「아릴 크로라이드」의 경우에는 次鹽素酸에 의하여 하고 있으나 「메타릴크로라이드」에서는 이 方法으로는 低濃度反應이 되어 또 副生物도 많으므로 「타아샤리·부칠·하이포·크로라이드」를 使用한다.

「타아샤리·부칠·하이포·크로라이드」는 B-B 留分으로 부터 「이소부치렌」을 抽出할 때 副生

表 1-2

모 물 질	溫度	에 타 놀			無 溶 媒 50°C	活 性 化 에 너 지 (kcal/mol)
		40°C	50°C	60°C		
K ₁	PMGE	3.54×10 ⁻⁴	6.67×10 ⁻⁴	1.30×10 ⁻⁴	4.88×10 ⁻⁴	14.4
	PEG	4.25×10 ⁻⁴	8.50×10 ⁻⁴	—	6.00×10 ⁻⁴	13.7
K ₂	PMGE	1.62×10 ⁻⁴	3.34×10 ⁻⁴	7.00×10 ⁻⁴	2.34×10 ⁻⁴	14.9
	PGE	1.87×10 ⁻⁴	4.00×10 ⁻⁴	8.17×10 ⁻⁴	3.00×10 ⁻⁴	14.6

하는 「타아샤리·부칠·알코올」로 부터 製造하며 또한 「크롤 히드린화」의 경우 「타아샤리·부칠·알코올」이 生成하므로 循環使用을 할 수가 있다. 閉環反應은 「β-메칠·에피크롤·히드린」의 경우 「에피크롤히드린」보다도 容易하며 普通의 「알카리」로 處理한 수가 있다. 最後의 樹脂化의 工程은 「β-메칠·에피크롤·히드린」이 「에피크롤·히드린」에 比較하여 特異한 反應性을 가지고 있으므로 「비스휘놀A」뿐만 아니라 「칼본酸」이나 「알코올」과도 容易하게 「에폭시」樹脂를 만들 수 있어 用途에 따라서 여러 가지 品種을 製造하는 것이 可能하다.

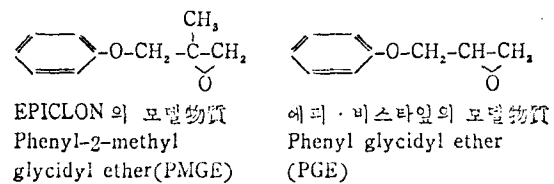
「β-메칠 에피크롤 히드린」은 未知의 化合物이며 그 反應性을 利用한 各種誘導體는 今後 興味 있는 分野라고 말할 수 있다.

B-B 留分은 現在는 거의 LPG 로서 使用되고 있는 것으로 出發原料는 安價한 것이나 「β-메칠 에피크롤 히드린」과 「에피크롤 히드린」과의 製造 「코스트」는 收率 「프렌트코스트」를 勘案하면 理論적으로 大差는 없는 것으로, 오히려 生産規模에 따라 價格이 決定된다고 豫想된다. 따라서 「에피·비스타일」의 「에폭시」樹脂는 樹脂化에 相對가 되는 化合物에 安價한 것을 使用함에 의하여 製造「코스트」의 有利點을 찾아 낼 수 있을 것이다.

樹脂의 特徵 및 用途

「에피크론」의 化學構造는 모델적으로 表示하면 다음과 같다.

表 1-1 第1아민(n-헥실아민)과의 反應



註) $K_1, K_2 : (l/mol \cdot sec)$

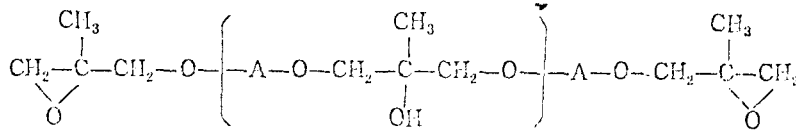
K_1 : 第一아민과의 二次反應速度定數

K_2 : 第一아민과 에폭시基와의 反應을 生成하는 第二아민과의 二次反應速度定數

表 2 第二아민(다-n-부틸아민)과의 反應

溶劑	溫度	에 타 놀			無 溶 媒	活性化에너지 (kcal/mol)
		40°C	50°C	60°C		
PMGE		1.18×10^{-4}	2.34×10^{-4}	4.50×10^{-4}	0.37×10^{-4}	14.0
PGE		3.12×10^{-4}	5.83×10^{-4}	11.33×10^{-4}	1.47×10^{-4}	13.9

註 : (l/mol sec)



여기에서 A는 「비스페놀 A」가 되거나 「이소부탈렌」이 되거나 여러 것으로 置換할 수 있다. 이樹脂를 特徵기우는 것은 A에 무엇을 가지코느냐 하는 점과 「에폭시」基의 β位의 炭素에 「메틸」基가 붙어 있는 것(메틸置換에폭시基)의 分子內的 水酸基가 3級水酸基인 것이다.

表 1 및 表 2에 「에피크론」과 現存의 「에피·비스타인」 에폭시樹脂의 模型物質과 「아민」과의 反應速度定數 및 活性化에너지를 보였다.

「β-메틸 에피크론 히드린」으로 부터 얻어진 「메틸置換에폭시基」는 「에피크론 히드린」에서 얻어진 「에폭시」基에 比하여 第一「아민」 第二「아민」

과의 反應의 이능 것에 있어서나 그 反應速度定數는 작고 또한 活性化「에너지」는 거의 同一하다는 結果를 얻고 있다.

여기에서부터 「메틸置換에폭시基」는 通常의 「에폭시基」에 比하여 同一溫度에서는 恒常「아민」과의 反應이 늦다고 말할 수 있다.

表 3-1

EPICLON 雙性알카이드樹脂와 에폭시樹脂 脂肪酸 에스테르와의 比較
 脫水피마자油 煤油 알카이드樹脂(油長 45%)
 150°C×80 分間 PWC=40%(R TiO₂)
 磷酸亞鉛處理銅板(0.4mm)
 EPICLON 4000, 4030에 의한 雙性効果

表 3-2

			에스틸	A	B	C	D	E
配合 (固形分比) %	未硬化 알카이드			80				
	4000 10% 雙性알카이드				80			
	4000 20% "					80		
	4030 10% "						80	
	4040 20% "							80
	에피·비스타인(4000 相當品)脂肪酸에스테르(아 45)		50					
	부틸화 메타일樹脂		20	20	20	20	20	20
硬 度	UNI	H	F	F	H B	F-H	F	
光 澤	60°	98	97	92	90	97	96	
紫 外 線	光 澤	72H	55	60	57	53	58	58
	黃 變 性		×	○	○	△	○	△~○

		에스넨	A	B	C	D	E
屈 曲 衝 擊 에 릭 선	2φ	◎	◎	◎	◎	◎	◎
	kg×cm	○~△	△	○~△	△	○~△	○~△
	mm	1×45	1×30	1×30	1×35	1×40	1×45
沸 水 비 눗 물 (82°C) 가 소 딘 테 레 핀 油 10% H ₂ SO ₄ 10% NaOH 솔 트 스 프 레이 브 라 스 라 크 하 크 라 크 하 크	6H	◎	△	◎	○	◎	◎
	4H	◎~◎	△	○	○	◎~◎	○
	72H	◎	◎	◎	◎	◎	◎
	72H	◎	△	◎	○	○	◎
	72H	◎	◎	◎	◎	◎	◎
	72H	◎	◎	◎	◎	◎	◎
	100hrs	○	×	△	△	△~○	△
	mm	1~2	5~6	2~3	2~3	1~2	2~2.5

表 4 EPICLON 300 硬化物の 諸性質
(注型物の 物理的 또는 化學的 性質, 充塡劑 없음, 에폭시樹脂와 硬化劑단의 透明注型品)

測定項目	單位 또는 條件	硬化劑 (添加量)		HHPA (72.5 PHR)		AEPn (20 PHR)		DDM (28 PHR)		DTA (10.7 PHR)	
		에폭시樹脂		에피크론에피·비스타일 (800 相當品)		에피크론에피·비스타일 (800 相當品)		에피크론에피·비스타일 (800 相當品)		에피크론에피·비스타일 (800 相當品)	
		800	800	800	800	800	800				
收 縮 率	%									0.7	1.69
熱 變 型 溫 度	°C	107	115	102	104	125	128	106	100		
로 쿠 엘 硬 度	M	98	97	94	89	102	101	114	110		
칩 強 度	kg/mm ²	12.9	11.4	12.1	11.0	14.0	11.8	13.5	12.2		
칩 彈 性 率	kg/mm ²	527	434	330	312	363	325	403	294		
引 張 強 度	kg/mm ²	4.1	3.7	7.8	7.2	8.0	6.9	7.6	7.7		
壓 縮 強 度	kg/mm ²	18.7	19.7	17.0	18.9	19.3	20.3	17.5	20.5		
接 着 強 度	kg/cm ²							260	280		
衝 擊 強 度	kgcm/mm ²	3.51	3.20	6.94	6.13	5.97	4.80	4.7	5.2		
耐 水	10 日	0.33	0.34	0.57	0.74	0.43	0.54	0.30	0.27		
耐 沸 水	33 時間							0.49	0.51		
耐 비 눗 물	10 日	0.37	0.32	0.52	0.75	0.42	0.56	0.39*	0.46*		
10% NaOH	10 日	0.34	0.31	0.52	0.63	0.37	0.51	0.56*	0.46*		
10% H ₂ SO ₄	10 日	0.38	0.33	3.46	1.80	0.41	0.59	0.58*	0.57*		
커 시 울	10 日	8.90	0.09	0.20	0.13	0.07	0.16	0.11	0.06		

註: 1) 耐製品의 數值吸收率(膨脹率)%, 2) * 60°C 29時間,
 硬化條件 { HHPA : 80°C/8hr + 120°C/8hr + 150°C/2hr + 200°C/3hr 促進劑 디·메틸벤질아민 1.0PHR 添加
 1.0PHR 加添
 AEPn : 室溫/24hr + 80°C/1hr + 120°C/4hr
 DDM : 80°C/1hr + 120°C/3hr + 150°C/4hr
 DTA : 室溫/24hr + 120°C/4hr

이 「아민」과의 反應性的 差異에 起因하여 1) 의 貯藏安定性이 優秀하다—「실라이프」가 甚
 可使時間이 길어진다(圖 2 參照) 2) 硬化 때의 發熱이 적다(圖 3 參照) 3) B「스테이지」化合物 다(圖 4 參照)는 實用面에서의 特徵이 發見되었
 다.

이러한 特徵을 살린 用途로서는 絶緣바닛슈, 含沒바닛슈, 注型, 土木建築用, 常溫乾燥型塗料의 可使時間의 調整用, 또 大型注型品 더 나아가 粉體塗料나 成形粉, 「프리플레크」等을 들 수 있다.

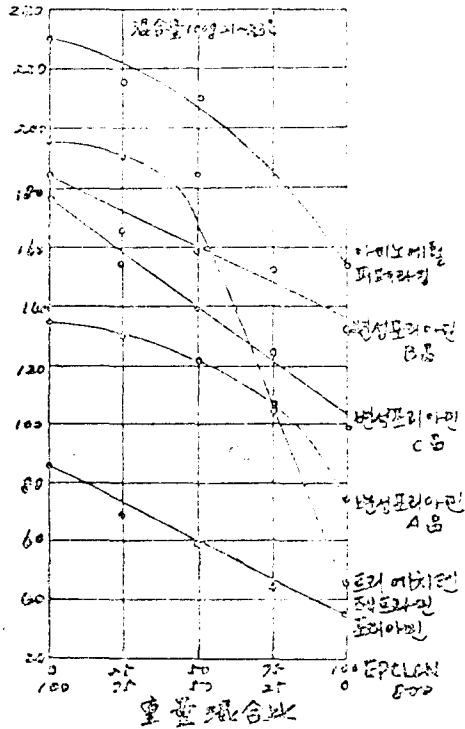


그림 3. 硬化 때의 最高發熱溫度

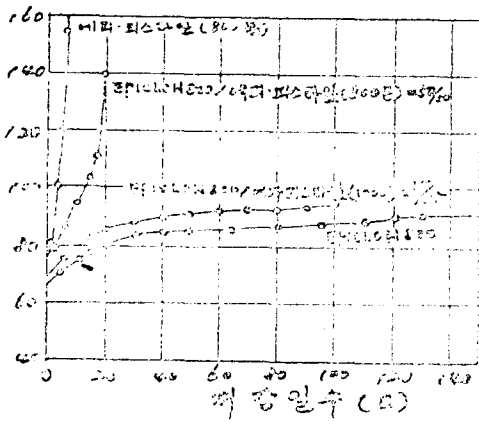


그림 4. EPICLON 800-DDM系 貯藏安定性

圖 5는 같은 모델物質에 對하여 酸과의 에스테르화反應에 對한 實驗結果이다. 이 圖示에서 明

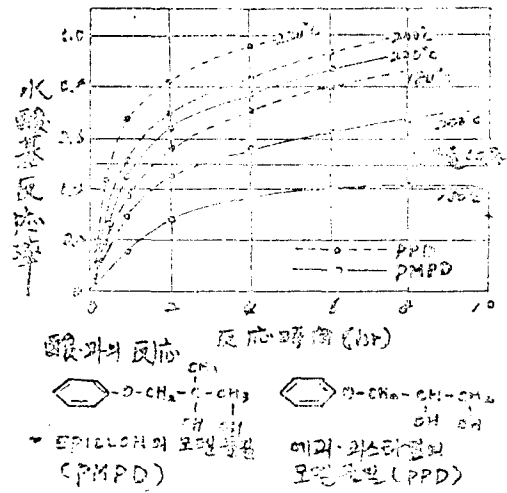


그림 5. 모델物質과 아지핀酸과의 모르니스텔화

백한 바와 같이 190°C 以下에서는, 「메틸置換에 특기基」는 50%밖에 「에스테르化」되어 있지 않다. 즉 末端의 一級水酸基만이 反應하여 β位의 三級水酸基는 反應에 關與하지 않음을 알 수 있다.

똑같은 일은 「에피크론」의 分子內의 三級水酸基에 對해서도 말할 수 있으며 結論으로서 「에피크론」은 分子量 如何에 不拘하고 「크리콜」로서의 反應性을 가지고 있다고 말할 수 있다. 따라서 從來 實行되고 있었던 바와 같은 「에폭시」樹脂 脂肪酸「에스테르」를 만드는 것은 困難하나 반대로 「알키드」樹脂나 「포리에스테르」樹脂에 「크리콜」成分으로서 容易하게 같이 含蓄시켜 接着性이나 耐藥品性을 向上시키는 것이 可能해진다. 表 3에 보인 바와 같이 「에피크론」을 10~20% 變性시킨 「알키드」樹脂가 「에폭시」樹脂를 55% 使用하고 있는 「에폭시」樹脂 脂肪酸 「에스테르」에 匹敵할만한 塗料로 쓰일 수 있음은 興味를 끄는 좋은 例이다.

以上 「에피크론」의 反應性에서 본 特徵을 들었으나 한편 構造上의 差異에서의 特徵을 보면 「β-메틸 에피크롤히드린」과 「비스헥놀A」와의 反應에서 만들어진 「베이스레진」, 「에피크론 800」의 硬化物의 諸性質은 表 4 및 圖 6에 表示된 바와 같이 「에피·비스타일·에폭시」樹脂와 거의 같은 性能을 가지고 機械의 強度 및 電氣의 性能은 若干 優秀함을 알 수 있다.

또 「비스퀘놀」以外에 第三成分을 같이 함유시 킨 品種(에피크론 1030~HO 30)은 分子量 數萬 이라는 高分子量타입에 이르기까지 各種 溶劑에 對한 溶解性이나 各種 塗料用樹脂와의 相溶性 에 있어서 優秀하며(表 5 參照) 各種塗料用樹脂

와의 「플랜트」使用을 容易케 하고 있다. 特히 高分子量타입의 「에피크론」은 速乾性의 「우레탄」 塗料의 「포리오울」成分으로서 優秀한 性能을 가 지고 있다.(表 6 參照)

表 5 EPICLON 의 各種 塗料用樹脂 對 相溶性

	EPICLON					에피·비스타일	
	1030	4030	7030	9030	HO 30	1030 相當品	4030 相當品
大豆油短油아르카드	○	○	×	×	×	×	×
야자油短油 "	○	○	×	×	×	△	×
아마니油中油 "	○	○	×	×	×	×	×
大豆油長油 "	×	×	×	×	×	×	×
오일후릭 "	○	○	○	○	○	○	○
中溫燒付아크릴A	○	○	×	×	×	△	×
中溫燒付 " B	○	△	×	×	×	×	×
라카一用아크릴	○	○	○	○	×	○	○
高溫燒付 "	○	○	×	×	×	×	×
부칠化메라민樹脂	○	○	○	○	○	○	○
부칠化유리아樹脂	○	○	○	○	○	○	○
酸硬化우리아樹脂	○	○	○	○	○	○	○
퀴놀樹脂	○	○	○	○	○	○	○
포리아미드樹脂	○	○	○	○	○	○	○
포리이소시아네트	○	○	○	○	○	○	○
硝化綿	○	○	○	×	×	○	×
아민아탁트	○	○	○	○	×	○	○

이 品種은 또 그 單獨으로도 優秀한 接着性을 가진 塗膜을 形成하므로 一液性의 「에폭시」樹脂塗料나 接着劑로서의 用途를 가지며 「에폭시」樹脂의 새로운 分野를 形成함이 期待된다.

한편 「β-메칠 에피크론 히드린」과 無水「푸탈

酸이나 「이소푸탈酸」, 「헥사하이드로푸탈酸」, 또 는 「트리메리트酸」과 같은 各種 多鹽基酸과의 反應에 依하여 만들어지는 「비스퀘놀A」를 包含하 지 않는 「에스텔타일」의 「에피크론」은 原料의 種 類에 依하여 各各 特徵있는 性質을 나타낸다.

表 6 EPICLON 의 우레탄 塗料에의 應用

포리이소시아네트 高分子量 에폭시樹脂二液式系
 常溫乾燥 48hr
 프리키板
 EPICLON 9030, HO 30인 플랜트

樹脂의 種	單 位	A	B	C	D
		포리에스틴 포리올	9030	HO 30	에피·비스타일 (HO30 相當品)
配合比	과목코 D-750				
	포리이소시아네트	58	50	50	65
	各樹脂	42	50	50	47

			A	B 9030	C HO 30	D
포 트 라 이 프 (hr)		23°C	10~12	3~4	6~8	18~24
乾 燥 性	指 硬 度		: 15 3 : 20	: 10 2 : 30	: 10 2 : 20	: 15 3 : 30
	D. R.	1	: 10	: 10	: 10	: 10
		3	1 : 20	: 30	: 45	: 20
	3	4 : 10	3 : 20	3 : 45	4 : 20	
스 와 트 硬 度		24H 48H	32 58	29 54	28 55	27 52
屈 曲 強 度	曲 撓 擊	2φ	×	×	×	×
	kg×cm		×	⊙	⊙	⊙
			0.3×10	0.3×10	0.3×10	0.3×10
沸 水 浴 試 驗	水	2	△	○	○	×
	水 (82°C)	2	○	⊙	⊙	×
	煤 油	96H	⊙	⊙	⊙	⊙
	10% H ₂ SO ₄	96H	○	○	○	××
	10% NaOH	96H	△	△	○	△

「에피·비스타일」 「에폭시」樹脂의 缺點이었던 耐紫外線性, 耐아크性, 耐트락킹性等に 있어서 優秀한 「에피크론」이 이러한 타입에서 얻어지고 있다.

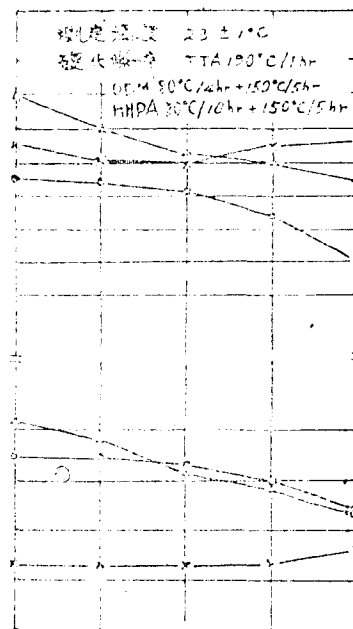
今後の 課題

「β-메틸 에피크론히드린」 및 그로부터 만들어진 「에폭시」樹脂 「에피크론」은 日本에서 世界初有로 開發한 製品이며 그 意味에 있어서 國際商品이 될 수 있는 性格을 가지고 있다. 以上 말한 바와 같은 特徵은 日本 뿐만 아니라 全世界의 使用者가 「에폭시」樹脂에 求하고 있었던 性能의 몇 가지를 滿足시킬 수 있다고 생각되므로 製品輸出이나 技術輸出을 通하여 널리 世界에 普及시켜 合成樹脂中에서 하나의 地位를 構築하는 것이 今後の 最大의 課題가 될 것이다.

從來 「에폭시」樹脂는 主로 相對가 되는 硬化劑에 依하여 그 性能을 調整하고 있었으나 「β-메틸 에피크론히드린」을 原料로 함으로서 「에폭시」樹脂의 構造自體를 容易하게 變化시킬 수 있으므로 今後 더욱 各種 要求에 副應하는 新品種의 開發 또 그 新品種에 依한 新用途開發이라는 段階를 밟아갈 必要가 있다고 생각한다.

이와 같은 多角的 開發이 熱硬化性樹脂에는

꼭 必要하지 않을까 생각하고 있다. 가령 安價原料를 使用한 低價格 「에폭시」樹脂, 耐熱성이 優秀한 「에폭시」樹脂等은 當장의 開發目標가 될 것이다.



二圖 6. 硬化物の 誘電率(ε)과 誘電力率(tan δ)

한편 「β-메틸 에피크론히드린」의 「에피크론」以外的 誘導體의 開發도 間接的으로 「에피크론」의

「코스트」低減에 貢獻하는 것이기 때문에 今後 남은 課題인 것이다.

또 「β-메칠에피클로히드린」의 製造까지에 相當量의 鹽素가 必要한은 日本에서의 鹽素事情으로 좋은 製法이라고는 말할 수 없어 過酢酸法이

나 「타샤리부칠하이드로·파·옥시드」法(하루킨法)과 같은 鹽素의 使用量이 적은 製法에로의 轉換이 要望되어 「프로세스」合理化의 方向으로 나아가야 할 것으로 생각하고 있다.

EPICLON 의 代表的品種

EPICLON	800	1000	4000
外觀	淡黃色粘液	淡黃色 후레크 64~76	淡黃色 후레크 95~105
軟化點 (°C)	—	—	—
色數(가아트나)	4 以下	* 4 以下	* 4 以下
粘度(포에스)	250~750	—	—
에폭시當量	Zb~Z8	* F~J	* Q~U
平均分子량	195~225	450~525	800~950
	370~420	900~1000	1400~1500

註) * 50% 디·메칠스트로키트 溶液 測定

EPICLON	1030	4030	7030	9030	H030
不揮發分(%)	100	100	50±1	50±1	50±1
軟化點(°C)	66~78	93~103	—	—	—
에폭시當量	480~550	800~950	1550~1900	2400~3400	17000~25000
粘度	** C-G	** G-K	N-R	Q-V	W-Z
色數	** 4 以下	** 4 以下	4 以下	4 以下	4 以下
溶劑	—	—	MIBK	MIBK	MIBK

註) ** 40% 부칠칼비틀 溶液 測定
에폭시當量 100% 에폭시 樹脂의 值

<27 P 에서 繼續>

$$v(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-2a\tau} \cos \tau \lambda d\tau - \frac{2}{\pi} \frac{2a}{4a^2 + \lambda^2}$$

다음에 確率系列에 對하여도

$$\rho(\tau) = \int_0^{\infty} \cos \tau \lambda dV(\lambda) \text{ 式에 對應해서}$$

$$\rho_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos k\lambda dW(\lambda)$$

逆變化는 $V(\lambda) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \rho(\tau) \frac{\sin \tau \lambda}{\tau} d\tau$ 에 對應

해서

$$W(\lambda) = \lambda + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k \frac{\sin k\lambda}{k}$$

특히 $\sum_{k=0}^{\infty} |\rho_k| < \infty$ 일때

$$v(\lambda) = V'(\lambda)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \rho(\tau) \cos \tau \lambda d\tau$$

에 對應해서

$$w(\lambda) = W'(\lambda)$$

$$= 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k \cos k\lambda$$

로 된다.

<次號繼續>