(연재 完)

初步者 를 爲한 Operations Research 講義

本學會 經營指導部長
田 萬 述

5. 輸 送 技 法

3. 計劃改善의 判定

(Simplex判定基準의 計算)

初期에 發見된 計劃이 더 輸送費를 줄일 수가 있는 餘地를 가지는가를 判定해서 輸送費를 더 減少시킬수 있다면 이러한 새로운 計劃을 發見해야 한다. 이러한 것을 發見하는 方法으로 징검다리法의 原理을 使用하여 보면 다음과 같다.

計劃에서 採用하지 않는 輸送費($X_{ij}=0$인 境遇)中에서 하나를 새로 採擇해서 X_{ij}를 0에서 1까지 增加시키면 이미 使用되고 있는 輸送路에 의한 輸送量의 增加까지를 考慮할때 얼마만큼 輸送費의 增減을 招來 하느냐를 判定해서 그 輸送路를 擇할 것인가를 決定하는 方法이다.

(Simplex基準의 原理와 같은 것을 알수 있다.)

A−F Route를 생각해보자. 이 Route의 輸送量은 물론 0이었다. 0에서 1로 輸送量을 增加시키기로 한다. A工場의 生產量은 16을 超過할수 없으므로 A−E Route의 5를 한 單位 줄이고 E市場의 需要는 13에서 떨어져서는 안되므로 B−E Route의 8을 한 單位 增加시켜주어야 한다. B−F Route에서는 生產量 13과 需要量 16을 생각하면 한 單位를 줄여야 할것이다. 이것을 表示한 것이 다음 第5-3表다. 이 一連의 作業을 表에서 點線으로 表示한 것과 같이 鎖封된 한 區廓을 나타낸다. 한 單位의 增減이 이 區廓의 各 Corner에서 交代로 나타난다.

工場＼市場	D	E	F	G	生產
A	⑪ 3	− 4 ⑤	+5 ▲	5	16
B	7	+ 9 ⑧	− 2 ⑤	8	13
C	7	5	9	10	21
需要	11	13	16	10	

表 5−3

이때 輸送費의 增減은

$A-F=+5$

$A-E=-4$

$B-E=+9$

$B-F=-2$

$\therefore 5-4+9-2=8$

이 된다. 이와같은 方法으로 $X_{ij}=0$인 Route를 全部計算한다. 다음 5-4表가 이것을 全部計算한 表다.

이 ○속에 들어 있지 않는 數値가 새 수송로를 採擇할때의 輸送量 한 單位에 대한 該當輸送路의 輸送費의 增減을 말해준다.

工場＼市場	D	E	F	G	生產
A	⑪ 3	⑤ 4	⑧ 5	7 5	16
B	−1 7	⑧ 9	⑤ 2	5 8	13
C	−8 7	−11 5	⑪ 9	⑩ 10	12
需要	11	13	16	10	

表5−4

正値는 費用의 增加이고 負値는 감소를 의미한다. 그러므로 負値로서 그絕對値가 제일 큰 Route가 費用을 제일 많이 節約하는 Route가 된다. 第 5-4表에서는 C−E Route이고 이Route를 採用하면 한 單位 11이

라는 費用이 節約된다. Simplex計算에 있어서 計劃을 改善하는 境遇에 새로이 代入하는 Vector를 決定하는 基準이 Vector의 $Y_j - C_j$의 絕對値가 제일 큰 負値였다는 것을 想起하면 輸送問題에 있어서의 計劃改善의 이러한 判定基準이 Simplex 判安基準과 같다는 것을 알수 있다.

4. 計劃의 改善

計劃의 改善은 새로 採擇되는 Route를 中心으로 해서 이 Route가 影響을 주는 從前 輸送路의 輸送量이 變更될뿐이다. 第 5-4表에 있어서는 C−E Route를 中心으로 해서 C−F, B−F, B−E Route의 輸送量만이 變更된다.

여기서 생각할 點은 두 가지다. 첫째 C−E Route의 輸送量을 0에서 얼마만큼 增加시킬수 있는가, 즉 增加의 한도다. 둘째는C−E Route 輸送量의 增加의 限度에 따라 C−F, B−F, B−E Route의 輸送量을 決定하는 點이다. 지금 C−E Route의 輸送量을 0에서 增加시키면 다른 Route는 다음과 같이 增減한다.

C−E 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 增加
C−F 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 減少
B−F 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 增加
B−E 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 減少

이때 C−E Route의 增加의 限度는 8까지다. x_j의 非負의 條件을 滿足시키기 위해서다. 수송량이 減少되는 Route중에서 가장 적은 値가 그 限界가 된다. 이 경우는 B−E, C−F가 負値로 되는 Route이므로 8과 11중에서 적은 것, 즉 8를 C−E 輸送量으로 定한다. 다른Route는

市場 / 工場	D	E	F	G	生產
A	3 ⑪	4 ⑤	5 −3	5 [−4]	16
B	10	11	2 ⑬	8 5	13
C	7 3	5 ⑧	9 ③	10 ⑩	21
重要	11	13	16	10	

表 5—5

C−F……11−8=3
B−F……5+8=13
B−E……8−8=0 이된다.

다음 第5-5表는 이러한 計算을 한 [illegible]된 計劃의 表다.

이때 輸送費 Y 는

$$Y=11\times3+5\times4+8\times5+3\times9+10\times10+13\times2=246$$

또는

$$Y=334-11\times8=246$$

이 方法은 한 單位 增加하는데 11씩 費用이 減少되므로 8單位의 增加에 대해서는 88이 減少될 것이다. 그러므로 原計劃의 費用에서 이 減少額을 빼면 改善된 計劃의 輸送費가 나올것이다. 이 두가지 節次 즉 計劃改善의 判定計算과 改劃改善의 計算을 判決計算에서 負値가 나오지 않을때까지 거듭하면 最適計劃에 到達한다. 다음에 이 例에 依한 最適計劃까지의 表를 보면 表5-6과 같다

表5—6

市場 / 工場	D	E	F	G	生產
A	⑪	4	1	⑤	16
B	6	11	⑬	5	13
C	[−1]	⑬	③	⑤	21
需要	11	13	16	10	

表5—7

市場 / 工場	D	E	F	G	生產
A	3 ⑥	4	5 ⑩	5 ⑩	16
B	7	9	2 ⑬	8	13
C	7 ⑤	5 ⑬	9 ③	10	21
需要	11	13	16	10	

6×3=18　10×5=50　13×2=26
5×7=35　13×5=65　3×9=27
計 221

表15—8

市場 / 工場	D	E	F	G	生產
A		3	0		16
B	7	11		16	13
C				1	21
需要	11	13	16	10	

表 5-8을 보면 判定計算에서 負値가 하나도 없다. 따라서 第5-7表의 計劃이 最適計劃이 된다. 이때 最小의 輸送費와 各 輸送路의 輸送量은 다음과 같다.

A-D 6, A-G 10, B-F 13

C-D 5, C-E 13, C-F 3

$Y=6\times3+10\times5+13\times2+5\times7+13\times5+3\times9=221$

最適解의 改善의 判定計算을 해서 負値가 없는 것으로 判斷하는 것은 Simplex計算에서 最適解의 判定을 各列 Vector의 Y_j-C_j의 符號에 의하는 것에 對應하는 것이다. 그리고 表 Simplex에서 基에서 除外된 X_j-C_j에 0이 나타나면 그 計劃은 하나뿐이 아니고 無數한 計劃이 있다는 것을 알았는데 輸送解法에 있어서도 判定計算에 0이 나오면 그 Route를 使用해도 費用에는 增減이 없다. 즉, Simplex表에서와 같이 計劃이 있다는 것을 意味한다. 表5-8를 보면 A-F Route에 0이 나타나 있다. 이 뜻은 第 5-7表로 주어진 最適計劃에 있어서 A-F Route를 使用해도 費用에 增減이 생기지 않는다는 것이다. 시험적으로 다음에 이 Route를 使用한 計劃을 表示해 보겠다.

工場＼市場	D	E	F	G	生產
A	3 ③	4	5 ③	5 ⑩	16
B	7	9 ⑬	2	8	13
C	7 ⑧	5 ⑬	9	10	21
需要	11	13	16	10	

表 5-9

總費用은

$3\times3+3\times5+10\times5+18\times2+8\times7+13\times5=221$

費用의 變動은 없다.

5. 計算의 短縮方法

지금까지 解한 方法은 初期計劃發見에 西北法을 利用했고 計劃改善의 判定算에는 징검다리法를 利用했다. 그러나 初期計劃發見에 있어서 西北法 보다는 다음에 說明하는 Houthakker法이 計劃의 出發點에 있어서 最適計劃에 더 가까운것이 된다. 즉 初期計劃發見에 있어서 Houthakker法을 利用하면 最適計劃에 이르는 計劃改善의 數을 短縮시킬수 있다.

Houthakker法 : 이 方法은 初期計劃을 세우는데 있어서 制約條件을 滿足시키는 限度內에서 輸送費의 적은 Route를 採擇하는 것이다.

이때 輸送量을 決定하는 方法은 西北法과같다. 즉 生產量의 나머지와 需要量의 不及을 比較해서 그 적은 値를 取하며 그 方法은 表 5-10과 같이된다.

	D	E	F	G	生產
A	3 ⑪	4 ⑤	5	5	16
B	7	9 ⑬	2	8	13
C	7 ⑧	5 ③	9 ⑩	10	21
需要	11	13	16	10	

表 5-10

제일 적은 輸送費 2:

B-F Route의 輸送量 min (13, 16) = 13

두번째로 적은 輸送費 3:

A-D Route의 輸送量 min (11, 16) = 11

세번째로 적은 輸送費 4:

A-E Route의 輸送量 min (13, 16-11) = 5

네번째로 적은 輸送費 5:

C-E Route의 輸送量min(13-5, 21) = 8

다섯번째로 적은 輸送費 9:

C-F Route의 輸送量 min (16-13, 21) = 3

여섯번째로 적은 輸送費 10:

C-G Route의 輸送量 min (10, 21-8-3) = 10

輸送費 5가 되는 Route는 A-F, A-G, C-E의 3개가 되나 A-F와 A-G는 이미 A-D에 11, A-E, 5를 配定하였음으로 生產量이 完全히 使用되어 버렸고 C-E만이 選擇을 갖게된다. 輸送費 7이 되는Route는 B-D, C-D이지만, 이미 A-D에 11을 配定하여서 D市場의 需要가 充足 되었으므로 兩者 가 고려할 必要는 없다. B-E, B-G Route에 대해서도

마찬가지로 取扱할 수 있다. 그러므로 表5-10과 같은 初期計劃이 된다. 이 計劃은 西北法과 징검다리法으로 計算한 第 2段階表인 表5-7과 같다. 즉 西北法보다 한段階만큼 最適解에 가까운 計劃인 것이다.

6. 結　論

以上에서 說明하여 온 輸送技法을 一般的인 形態로 말하면 다음과 같다.

記號說明

Z ; 總輸送費

A_i ; 供給地의 最大許容量

b_j ; 需給地의 所要量

C_{ij} ; a_i에서 b_j에 單位量을 輸送하는데 所要되는 輸送費用(C_{ij})는

경우에 따라 鐵道, 트럭, 선박, 등의 費用으로 導出될수 있기 때문에 一律的으로 換算하기 위하여 各境遇의 기회費用(Opportunity Cost)를 計算해야한다.

D_i ; 供給地

O_i ; 需給地

目的函數 : $Z_{min}=\sum_{i}^{m}\sum_{j}^{n} C_{ij}X_{ij}$

條件變數 : $\sum_{j=1}^{n} X_{ij}=A_i \quad A_i>0$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij}=b_j \quad b_j>0$$

	D_1	D_2	D_j	D_n	a_i
O_1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	C_{1j} X_{1j}	C_{1n} X_{in}	a_1
O_2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	C_{2j} X_{2j}	C_{2n} X_{2n}	a_2
O_i	C_{i1} X_{i1}	C_{i2} X_{i2}	C_{ij} X_{ij}	C_{in} X_{in}	a_i
O_m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	C_{mj} X_{mj}	C_{mn} X_{mn}	a_m
b_j	b_1	b_2	b_j	b_n	$\Sigma a_i \geqq \Sigma b_i$

表 5—11

지금까지 第 6回를 通하여 Operations Research에 對하여 基礎的인 面에서 論하여 왔는데 좀 더 實際的인 事例를 다루면서 産業上에 適用을 시도하기에는 不足하며 개념적이기 때문에 次後에 이와 같은 기회가 마련 된다면 未賤한 知識으로 나마 執筆할 것을 約束하면서 이제까지 筆者의 연재를 읽어 주신분에게 감사 드리는 바입니다.