

遲延要素를 수반하는 一次系統의 패러미터 推定에 關한 研究

論 文
18-1-3

A Study of Parameter Estimation for First Order System with Dead Time

河 注 植*
(Joo Shik Ha)

[ABSTRACT]

A lot of recent researches have shown that a Pseudo Random Binary Signal is a quite effective test signal to measure the impulse response of a plant. Generally speaking, however, such a response itself is not satisfactory to determine the appropriate control parameters or control inputs.

Here, the author intends to estimate the unknown parameters of the First Order Plant with Dead Time by means of correlation method using M-sequence signal. The time constant T and the dead time L of the plant are estimated with one tracking loop by automatically adjusting delay time τ of M-sequence signal according to variations of T and L . In this paper, a three level M-sequence signal is used as a test signal in order to avoid troublesome operations to calculate partial derivatives of a given performance index with respect to the parameters which are usually required in the Model Method.

Several experiments with analogue computer using low pass filters as averaging circuits showed good results as expected.

序 論

最近 適應制御, 最適制御 등의 發展과 더불어 制御對象의 動特性을 正確히 認知함이 極히 重要한 問題로 擡頭되었다.

Plant(以下 制御對象을 Plant 라고 한다)의 動特性 認知라고 하면 그 範圍는 大端히 넓으며 그 手法도 多種多樣하지만 무엇을 求하느냐에 따라 다음의 두 가지로 大別할 수 있다.

- (a) 特定한 人力에 對한 出力 應答을 求하는 方法
- (b) 動特性에 關聯된 Parameter 를 求하는 方法(Parameter Estimation)

(a)의 경우는 Plant의 構造가 全혀 未知이어서(즉 Plant가 Black box) 特定한 入出力關係로서 그 Plant를 記述할 수 밖에 없는 경우로서 예를 들면 임펄스應答, 周波數應答, 스텝應答등을 求하는 것이다.

(b)의 경우는 Plant에 對한 事前情報(a priori information)에 의해 Plant의 構造가 大概 또는 完全히 알려져 있는 경우로서(즉 Plant가 Grey box) Plant의 數學的 모델 즉 微分方程式이나 傳達函數를 想定하여 그

未知係數를 求하는 方法이다.

一般的으로 우리는 制御對象인 Plant에 關해 어느程度 事前情報를 가지고 있는 경우가 많으며 또한 制御라는 立場에서 볼때는 Plant의 Parameter 를 直接 推定하는 것이 Control input 나 Control parameter 를 決定하는데 便利할 때가 많다.

여기에 筆者는 二個의 變動하는 Parameter 를 가지는 代表的인 Plant로서 Dead time 을 수반하는 一次系의 Plant에 對해 그 Dead time L 와 時定數 T 를 M系列信號(Maximum Length Null Sequence)를 檢査信號로 使用해서 相關法에 의해 自動적으로 連續 推定하는 一方案을 提示한다. 本 方法의 特徵은

- (1) M系列信號를 檢査信號로서 使用하기 때문에 적은 파워의 信號로서 正常運轉狀態의 Plant를 교란시키지 않고 測定 可能하다.
- (2) 相關法을 利用하기 때문에 雜音에 強하다.
- (3) 二個의 M系列信號를 適當히 組合한 것을 檢査信號로써 使用하여 普通 Parameter Estimation에서 要求되는 複雜한 極值探索問題를 零點을 찾는 簡單한 問題로 置換시킨다.
- (4) Dead time L 와 時定數 T 를 同一測度로 評價

* 正會員 : 韓國海洋大學

하여 相關을 取하는 M系列信號의 遲延時間을 自動 調整함으로써 一個의 루우푸로서 2個의 Parameter를 同時에 推定할 수 있다.

<記號說明>

- $x(t)$: 1과 0의 2值를 取하며 最少펄스幅이 Δ , 週期가 $N\Delta$, 次數가 n 인 M系列信號
- $x^\circ(t)$: $x(t)$ 의 線形結合으로 만드러지는 檢査信號
- $G(s)$: Plant의 傳達函數(線形系統)
- $F(s)$: 低域필터
- T, L : Plant의 時定數 및 Dead time
- T_f : 低域필터의 時定數
- $E_x(\cdot)$: 空間平均을 나타내는 Operator

理 論

線形定位性系統 $G(s)$ 에 入力 $x^\circ(t)$ 를 印加했을 때의 出力을 $y(t)$ 라고 하면, 入出力間에는 다음 關係式이 成立한다.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau)x^\circ(\tau)d\tau \dots\dots\dots(1)$$

$$\phi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau-\alpha)\phi_{xx}^\circ(\alpha)d\alpha \dots\dots\dots(2)$$

여기서

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}G(s) = \text{系統의 荷重函數(Weighting function)}$$

$$\phi_{uv}(\tau) \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t-\tau)v(t)dt \dots\dots\dots(3)$$

= $u(t)$ 와 $v(t)$ 間的 相互相關函數 (Cross correlation function)

이다.

지금 $x(t)$ 를 1과 0의 2值를 取하며 그 週期가 $N\Delta$, 最少펄스幅(즉 Clock pulse의 周期)이 Δ 인 M系列信號라고 하고

$$x_0(t) = a[x(t+\Delta) - (t-\Delta)] \quad (a: \text{常數}) \dots\dots\dots(4)$$

$$G(s) = \frac{e^{-Ls}}{1+Ts} \dots\dots\dots(5)$$

라고 하면 $\phi_{xx}^\circ(\tau)$ 및 $\phi_{xy}(\tau)$ 는 다음과 같이 된다.

$$\phi_{xx}^\circ(\tau) = \begin{cases} \frac{\Delta}{A}(\tau+2\Delta); & lN\Delta-2\Delta \leq \tau \leq lN\Delta-\Delta \\ \frac{\Delta}{A}\tau & ; lN\Delta-\Delta \leq \tau \leq lN\Delta+\Delta \\ \frac{\Delta}{A}(\tau-2\Delta); & lN\Delta+\Delta \leq \tau \leq lN\Delta+2\Delta \\ 0 & ; lN\Delta+2\Delta \leq \tau \leq (l+1)N\Delta-2\Delta \end{cases} \quad (6)$$

$L-\Delta \leq \tau \leq L+\Delta$ 일 때

$$\phi_{xy}(\tau) = \phi_0 + \frac{AT}{\Delta} \left[\left(e^{-\frac{2\Delta}{T}} - 2e^{-\frac{\Delta}{T}} \right) e^{-\frac{\tau-L}{T}} + 1 - \frac{\tau-L}{T} \right] \dots\dots\dots(7a)$$

$L+\Delta \leq \tau \leq L+2\Delta$ 일 때

$$\phi_{xy}(\tau) = \phi_0 + \frac{AT}{\Delta} \left[\left(e^{-\frac{2\Delta}{T}} - 2e^{-\frac{\Delta}{T}} + 2e^{\frac{\Delta}{T}} \right) e^{-\frac{\tau-L}{T}} + \frac{\tau-L-2\Delta}{T} - 1 \right] \dots\dots\dots(7b)$$

여기서

$$A = \frac{N+1}{4N} a, \quad l = \text{整數}$$

$$\phi_0 = \frac{2AT}{\Delta} \frac{e^{-\frac{\tau-L}{T}}}{e^{\frac{N\Delta}{T}} - 1} (2 \sin h \frac{\Delta}{T} - \sin h \frac{2\Delta}{T}) \dots\dots(8)$$

로서 이 ϕ_0 는 過去의 入力에 依한 出力을 나타내는 項으로서 $N\Delta$ 를 T 보다 充分이 크게 取하면 無視될 수 있는 項이므로 以下 省略한다. (1)式 (2)式에서 알 수 있듯이 $\phi_{xy}(\tau)$ 는 마치 $\phi_{xx}^\circ(\tau)$ 가 $G(s)$ 에 印加되었을 때의 出力과 같으며 이 $\phi_{xx}^\circ(\tau)$ 및 $\phi_{xy}(\tau)$ 의 一週期分을 圖示하면 그 概形은 그림 1과 같이 된다.

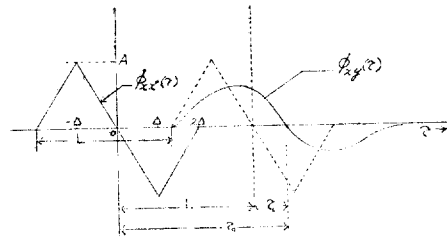


그림 1. $\phi_{xx}^\circ(\tau)$ 및 $\phi_{xy}(\tau)$ 의 波形
Fig. 1 Wave forms of $\phi_{xx}^\circ(\tau)$ and $\phi_{xy}(\tau)$

다음에 $\phi_{xy}(\tau)$ 가 0이 되는 τ 의 값을 τ_0 라고 하고 점 τ_0 에서의 $\phi_{xy}(\tau)$ 의 勾配를 等價의 入力 $\phi_{xx}^\circ(\tau)$ 의 勾配로서 基準化한 것을 Z 라고 하면 (7a)式, (7b)式을 微分하여 다음 式들을 얻는다.

$L-\Delta \leq \tau \leq L+\Delta$ 일 때

$$Z \triangleq -\frac{\Delta}{A} \frac{d\phi}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_0} = \frac{\tau_0-L}{T} \dots\dots\dots(9a)$$

$L+\Delta \leq \tau \leq L+2\Delta$ 일 때

$$Z \triangleq -\frac{\Delta}{A} \frac{d\phi}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_0} = \frac{2\Delta-\tau_0+L}{T} \dots\dots\dots(9b)$$

Dead time L 은 應答에 있어서 단지 時間軸을 L 만큼 移動시킬 뿐이므로 (그림 1參照)

$$\tau_c = \tau_0(T, L) - L \dots\dots\dots(10)$$

이라고 하면 이 τ_c 는 T 만의 函數가 되며 (9a)式 (9b)式에서 Z 도 T 만의 函數가 됨을 알 수 있다.

따라서 相關을 取하는 M系列信號의 遲延時間 τ 를 調整하여 $\phi_{xy}(\tau)$ 가 0이 되게 하고 그 點에서 Z 를 測定하

면 (9a)식 (9b)식에서 T 및 τ_c 를 구할 수 있고 (10)식에서 L 을 구할 수 있다.

(1) Z 와 T 및 τ_c 와의 관계

以上的 理論은 Plant의 時定數 T 및 Dead time L 이 不變常數일 때만 正確히 成立되는 것이나 T 및 L 의 變動이 M 系列信號의 週期 ND 에 비해 充分히 完滿할 경우에는 工學的으로 滿足할만한 精度로서 以上的 理論을 그대로 適用할 수 있다. 以下 이러한 狀態를 取扱하기로 한다. $\frac{T}{D}$ 가 $0 \sim \infty$ 사이를 變化할 때 $\frac{\tau_c}{D}$ 및 Z 의 變動範圍는 表 1과 같이 됨을 그림 2 및 (7b)식에서 알 수 있다.

$\frac{T}{D}$	$\frac{\tau_c}{D}$	Z
$0 \sim \infty$	$0 \sim 2$	$1 \sim 0$

表 1. $\frac{\tau_c}{D}$ 및 Z 의 變動範圍

Table 1. Variation range of $\frac{\tau_c}{D}$ and Z

또한 $\frac{T}{D}$ 가 2.38일 때 $\frac{\tau_c}{D}$ 는 1이 됨을 (7a)식에서 알 수 있으므로 $\frac{T}{D}$ 가 2.38 보다 클때와 적을때의 두가지 경우를 나누어서 생각해본다.

a) $\frac{T}{D} < 2.38$ 일 때

(7a)식에서

$$\frac{T}{D} = \frac{1}{\ln\left(\frac{1}{1-\sqrt{1-c}}\right)} \dots\dots\dots(11a)$$

단,

$$C = (1-Z)e^Z \quad Z = \frac{\tau_c}{T}$$

를 얻는다.

b) $\frac{T}{D} > 2.38$ 일 때

(7b)식에서

$$e^{-\frac{4d}{T}} - 2e^{-\frac{3d}{T}} + 2e^{-\frac{d}{T}} = (1+Z)e^{-Z} \dots\dots\dots(11b)$$

단, $Z = \frac{2d - \tau_c}{T}$

를 얻는다.

(11b)식은 解析的으로 풀기도 困難하고 또한 풀린다 하더라도 이러한 演算을 그대로 해주는 回路를 組立하기는 困難하므로 (11a)식 (11b)을 數值的으로 解析하여 Z 와 $\frac{T}{D}$ 및 $\frac{T}{D}$ 와 $\frac{\tau_c}{D}$ 와의 關係를 圖示하면 그림 2와 같이 된다.

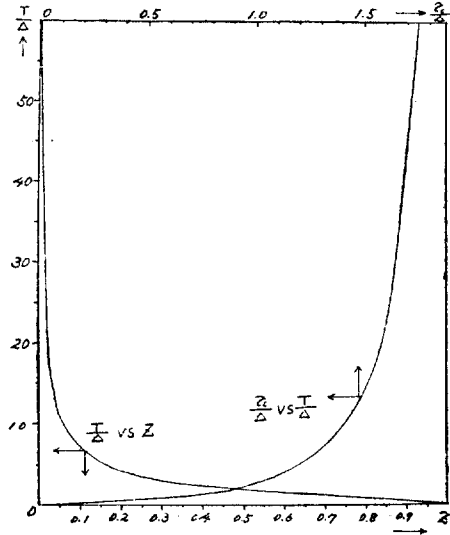
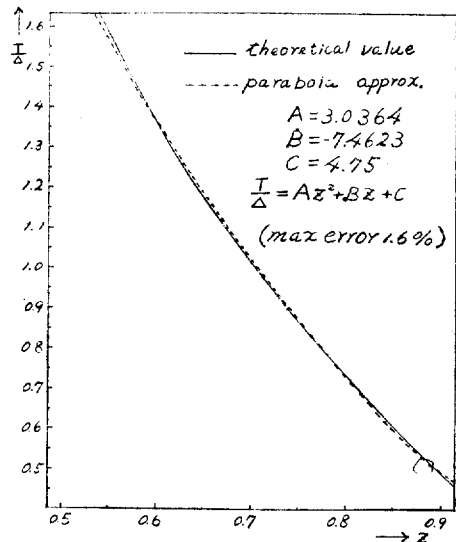


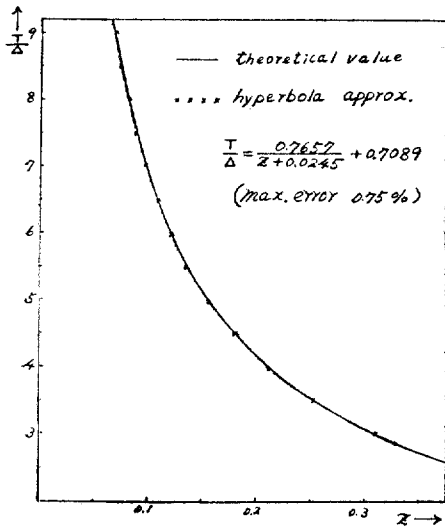
그림 2. Z 와 $\frac{T}{D}$ 및 $\frac{T}{D}$ 와 $\frac{\tau_c}{D}$ 의 關係

Fig. 2 Z vs. $\frac{T}{D}$, $\frac{T}{D}$ vs. $\frac{\tau_c}{D}$

다음에 Z 와 $\frac{T}{D}$ 와의 關係를 最少誤差 自乘法에 依해서 二次式으로 近似시키면 그림 3(a) 그림 3(b)와 같이 된다.



(a) $\frac{T}{D}$; 0.5~1.5



(b) $\frac{T}{D}$; 3~9

그림 3. $\frac{T}{D}$ 의 理論値와 近似値와의 比較
Fig. 3 Comparison of theoretical value and approximated value of $\frac{T}{D}$

(2) 自動追從裝置의 構成

Analog 信號를 理論的으로 完全히 平均化하는 回路는 Dead time 要素를 要求하므로 여기서는 二次系의 抵域 필터로서 相關計算에 있어서의 平均操作을 代行케 하고 $\phi_{xy}(\tau)$ 의 勾配 Z는 $\frac{D}{m}$ (m 은 適當히 크게 取함) 間隔의 差分으로서 求하기로 하여 T 와 L 의 自動追從裝置를 構成한다. 以下 그 演算順序를 說明한다.

a) $\tau = \alpha$, $\tau = \alpha + \frac{D}{m}$ 의 2點에 있어서의 $\phi_{xy}(\tau)$ 를 測

定하여, $\phi_{xy}(\alpha) = \phi_1$, $\phi_{xy}(\alpha + \frac{D}{m}) = \phi_2$ 라고 한다.

b) T 와 L 의 變動에 따라 M 系列信號 $x(t-\alpha)$ 의 α 의 값을 調整하여 $\phi_1 + \phi_2 = 0$ 이 되게 한다. 이 手法으로서는 通常의 Steepest descent method와 同一한 方法을 쓴다. 즉

$$\frac{d\alpha}{dt} = k_0(\phi_1 + \phi_2) \quad (k_0; \text{常數}) \dots\dots\dots(12)$$

c) 勾配 Z는 (13)式과 같이 差分으로서 求한다.

$$Z = \frac{m}{A}(\phi_1 + \phi_2) \dots\dots\dots(13)$$

d) 그림 2와 같은 特性을 가지는 近似的 演算回路에

依하여 Z로부터 $\frac{T}{D}$ 를 求한다. 本研究의 實驗에서는 그림 3(a), 3(b)와 같이 二次式 近似에 依해서 $\frac{T}{D}$ 를 求하기로 한다.

e) 그림 2와 같은 特性을 가지는 近似的 演算回路에 依하여 Z 또는 $\frac{T}{D}$ 로부터 $\frac{\tau_c}{D}$ 를 求한다. 本研究의 實驗에서는 (14)式과 같이 $\frac{\tau_c}{D}$ 를 求한다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau_c}{D} &= Z \cdot \frac{T}{D} & \frac{T}{D} &\leq 2.38 \\ \frac{\tau_c}{D} &= 2 - Z \cdot \frac{T}{D} & \frac{T}{D} &> 2.38 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

f) 最後로 L은 (15)式과 같이 求해진다.

$$\frac{L}{D} = \frac{\alpha}{D} + \frac{1}{2m} - \frac{\tau_c}{D} \dots\dots\dots(15)$$

이 追從裝置의 Block diagram을 表示하면 그림 4와 같다.

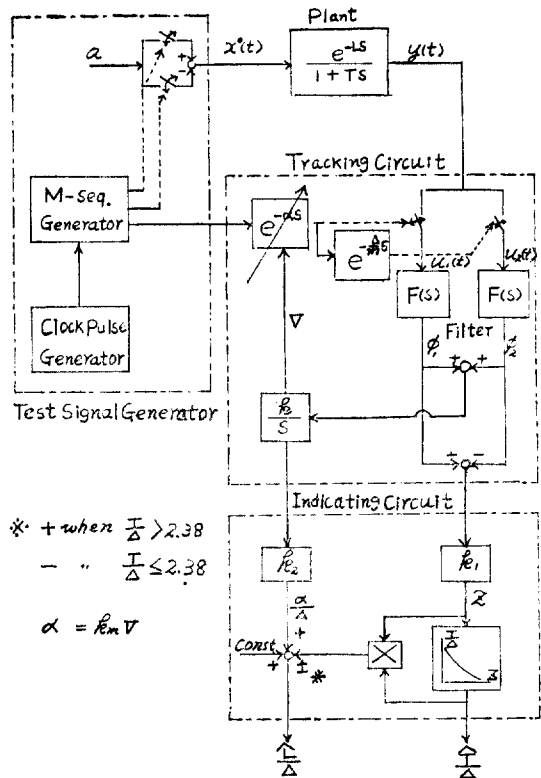


그림 4. T 와 L 의 自動追從裝置의 Block diagram
Fig. 4 Block diagram of the system estimating T and L

(3) 系의 安定性

그림 5에서 並列의 필터를 綜合해서 한個로 생각하고 V 에서 $u_1 + u_2$ 까지의 非線形性을 τ_0 近傍에서 線形化해

서 그 等價利得을 $K(T)$ 로 表示하면 그림 4의 一부분은 그림 5와 같이 近似化할 수가 있다. 따라서, T 가 變動 Parameter 이므로 이 系統은 可變利得 一個를 가지는 線形時變數系로 생각할 수 있다. 그러므로 所謂 Circle criterion 이라고 불려지는 安定性理論을 適用해서 이 系統의 安定性을 論할 수 있다(參考文獻 7, 8, 9參照)

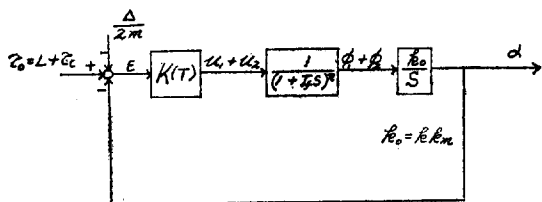


그림 5. 線形化된 系統의 Block diagram
Fig. 5 Block diagram of the linearized system

그림 5에서 $\frac{1}{(1+Ts)^n}$ 은 低域필터이며 이것이 一次系 및 二次系일 때 系가 安定하기 위한 充分條件을 求해 보면 다음과 같이 된다.

- a) $n=1$ 일 때
 $0 \leq K < (\sqrt{K(T)_{max}} - \sqrt{K(T)_{min}})^2$ 이면 系는 安定하다.
- b) $n=2$ 일 때
 點(K_1, K_2)가 그림 6의 斜線部分內에 들어오면 系는 安定하다.

여기서,

$$K = k_0 T_f, \quad K_1 = \frac{K(T)_{min}}{K(T)_{max}}, \quad K_2 = K K(T)_{max}$$

이다.

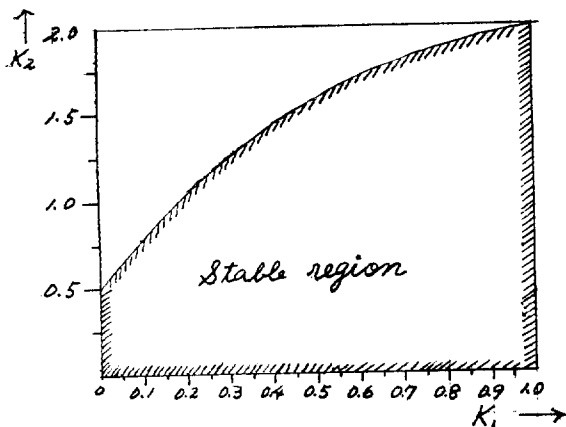


그림 6. 二次系, 필터를 썼을 때의 系의 安定領域
Fig. 6 Stable region of the system with the second order filter

(4) 雜音의 影響 및 誤差

a) ϕ_0 의 影響

앞에서 (8)式과 같이 表示되는 ϕ_0 를 無視하였으나 여기서 이의 影響을 檢討해 보기로 한다. (8)式에서 ϕ_0 는 항상 負의 값을 取함을 알 수 있으므로 實際의 τ_0 는 ϕ_0 의 影響으로 若干 적어지나 $\phi_{xy}(\tau)$ 의 勾配 Z 는 거의 變하지 않으므로 Z 로부터 求한 $\frac{T}{\Delta}$ 에 미치는 ϕ_0 의 影響은 無視될 수 있을 程度로 적다. 그러나 α 는 ϕ_0 에 依해서 若干 적은 값에 收斂되므로 L 의 推定值에 바이아스가 생긴다. ϕ_0 에 依한 α 의 誤差를 $\delta\alpha$ L 의 誤差를 δL 라 하면

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\delta\alpha}{\alpha} = \frac{\phi_0(\tau_0)}{AZ} = \frac{2Te^{-\frac{\tau_0}{T}}}{\Delta(e^{\frac{N\Delta}{T}} - 1)Z} (2 \sin h \frac{\Delta}{T} - \sin h \frac{2\Delta}{T}) \dots \dots \dots (16)$$

를 얻는다. (16)式으로부터 種種의 N 의 값과 $\frac{T}{\Delta}$ 의 값에 對해서 $\frac{\delta L}{L}$ 을 計算하면 表 2와 같이 된다.

N	7			15		
$\frac{T}{\Delta}$	0.5	1.0	1.5	0.5	1.0	1.5
$ \frac{\delta L}{L} \times 100$	7.6×10^{-4}	1.58×10^{-1}	9.7×10^{-1}	8.64×10^{-11}	5.36×10^{-5}	4.64×10^{-3}
N	31			63		
$\frac{T}{\Delta}$	3	6	9	3	6	9
$ \frac{\delta L}{L} \times 100$	1.57×10^{-3}	2.34×10^{-1}	1.06	3.34×10^{-8}	1.75×10^{-3}	2.91×10^{-2}

表 2. ϕ_0 의 L 에 미치는 影響
Table 2. Error in L caused by neglecting ϕ_0

表 2에서 $N\Delta$ 를 크게 할수록 誤差는 적어지며 또한 $N\Delta > 4T$ 이면 $\frac{\delta L}{L}$ 은 大略 1% 以內로 됨을 알 수 있다.

b) 雜音의 影響

實際로 Plant의 出力에는 入力 $x_0(t)$ 에 依한 出力 $y(t)$ 以外에 各種計器의 雜音 및 Plant의 物理모델化에 수반되는 雜音등이 包含되는 경우가 많은데 이러한 雜音을 $n_1(t)$ 로 表示하면 實際의 出力 $y'(t)$ 는

$$y'(t) = y(t) + n_1(t) \dots \dots \dots (17)$$

와 같이 쓸 수 있고 實際로 測定된 $x(t)$ 와 $y'(t)$ 와의 $N\Delta$ 間의 相互相關函數 $\phi'_{xy}(\tau, t)$ 는 (18)式과 같이 된다.

$$\phi'_{xy}(\tau, t) = \phi_{xy}(\tau, t) + n_2(t)$$

$$= \phi_{xy}(\tau) + \frac{1}{N\Delta} \int_{t-N\Delta}^t x(t-\tau)n_1(t)d\tau + n_2(t) \dots \dots \dots (18)$$

여기서 $n_2(t)$ 는 相關演算에 있어서 수반되는 雜音으로 完全한 平均操作을 하지 못했기 때문에 나타나는 殘留 이 그 大部分이라고 생각할 수 있다. 여기서 雜音 $n_1(t)$ 및 $n_2(t)$ 는 그 期待値가 各各 0 이고 또한 統計的으로 서로 獨立일 뿐만 아니라 $x(t)$ 와도 서로 獨立이라 하면 $\phi'_{xy}'(\tau, t)$ 의 期待値는 (19)式과 같이 된다.

$$E_a[\phi'_{xy}'(\tau, t)] = \phi_{xy}(\tau) \dots \dots \dots (19)$$

즉, $\phi'_{xy}'(\tau, t)$ 는 $\phi_{xy}(\tau)$ 의 不偏奇된 推定値가 된다. 다음에 더 나아가서 이들 雜音 $n_1(t)$ 및 $n_2(t)$ 가 M 系列信號보다 더욱 넓은 帶域幅을 가지는 定常性不規則信號이며 또한 그 파우워가 各各 有限하다고 하면

$$\left. \begin{aligned} E_a[n_1(t_1)n_1(t_2)] &= \phi_{n_1n_1}(t_1-t_2) = K_{1n}\delta(t_1-t_2) \\ E_a[n_2(t_1)n_2(t_2)] &= \phi_{n_2n_2}(t_1-t_2) = K_{2n}\delta(t_1-t_2) \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서 $\delta(t)$ 는 Dirac 의 Delta function 이다. 이때 $\phi'_{xy}'(\tau, t)$ 의 分散은 (21)式과 같이 된다.

$$\begin{aligned} E_a[\phi'_{xy}'(\tau, t) - \phi_{xy}(\tau)]^2 &= \frac{K_{1n}}{N\Delta} \phi_{xx}(0) + K_{2n} \\ &= \frac{K_{1n}}{N\Delta} \frac{N+1}{2N} + K_{2n} \dots (21) \end{aligned}$$

(21)式의 右邊 第一項은 $N\Delta$ 를 크게 하면 적어진다. $N\Delta$ 를 크게 함은 필터의 時定數 T_f 를 크게 해야 함을 意味하고 T_f 를 크게 하면 (21)式의 右邊 第二項도 적어지므로 結局 $N\Delta$ 를 크게 하면 $\phi_{xy}(\tau)$ 의 推定値의 分散은 적어진다. 한편 필터의 時定數를 크게 하면信號의 位相遲延이 크지며 이는 實時間演算이 要求되는 경우에 있어서는 더욱기 避해야 할 問題이다. 따라서 $N\Delta$ 및 T_f 는 目的에 따라 適當히 妥協點을 찾아서 決定해야 될 것으로 生覺된다. 本研究에서는 以上과 같이 求한 相關函數로부터 Z 를 求하고 다시 非線形回路를 通하여 T 와 L 을 推定하고 있으므로 Z 에 包含된 期待値가 0인 雜音이라도 T 와 L 의 推定値에 바이아스를 생기게 한다. 지금 Z 에 包含된 雜音을 n_Z 라고 하고 이에 依해서 T 에 나타나는 雜音을 n_T 라고 하면 n_T 는 近似的으로 다음과 같이 表示된다.

$$n_T = f_1 n_Z + f_2 n_Z^2 \dots \dots \dots (22)$$

여기서,

$$f_1 = -\frac{dT_n}{dZ}, \quad f_2 = \frac{1}{2} \frac{d^2T_n}{dZ^2} \quad \left(T_n = \frac{T}{\Delta} \right)$$

이며

$$T_n = \frac{C_2}{Z+C_1} + C_3 \quad (\text{그림 3(b)參照})$$

라고 하면

$$f_1 = -\frac{(T_n - C_3)^2}{C_2}, \quad f_2 = \frac{(T_n - C_3)^3}{C_2^2}$$

이 된다. 지금 n_Z 의 期待値를 0, 그 分散을 σ_z^2 이라 하고 하면 n_T 의 期待値 μ_T 는

$$\mu_T = E_a(n_T) = \frac{(T_n - C_3)^3}{C_2^2} \sigma_z^2 \dots \dots \dots (23)$$

이 된다. (23)式에서 $T_n > C_3$ 임을 생각하면 μ_T 는 T_n 가 增加할때 冪級數로 增加됨을 알 수 있다. 따라서 時定數가 큰 Plant에서는 Δ 도 크게 하여 可及的 T_n 을 적게 함이 雜音의 면에서 有利하다. 그러나 이 Δ 는 Clock pulse의 週期임으로 Δ 의 크기는 Clock pulse Generator의 RC 時定數에 依해서 制限되며 또한 Δ 를 크게 하면 M 系列信號의 帶域幅이 넓어져 相關計算에 있어서의 필터의 時定數를 크게 해야 한다. 그러므로 結局 $N\Delta$ 는信號의 遲延과 雜音 兩者를 잘 考慮하여 그 目的에 따라 兩者의 웨이트를 適當히 調整해서 決定해야 한다.

實 驗

本實驗을 行하기 위해서는 그림 4에서 나타낸 것처럼 M 系列信號를 Analog 信號 V에 比例해서 遲延시키는 裝置가 必要하다. 必要되는 遲延時間의 範圍는 T와 L의 變動範圍에 따라 決定되는 것이겠으나 可及的 廣範圍를 리니아로 카-바하는 回路가 要求된다. 本實驗에서는 薄膜集積回路의 Shift Register를 利用한 汎用 M 系列信號發生器를 製作하여 使用하였으므로(文獻 12參照) Δ 單位의 遲延信號를 얻기는 容易하나 任意的 遲延된 M 系列信號를 얻기는 困難하다. 그러므로 本實驗에서는 遲延時間의 範圍를 Δ 以內로 限定해서 그림 7과 같은 回路를 組立했다.

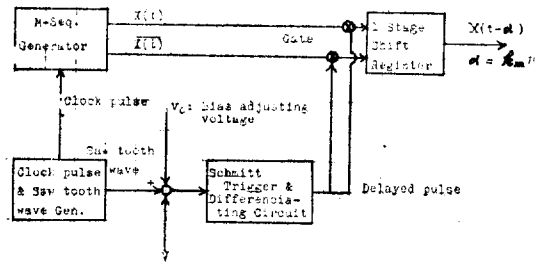


그림 7. M 系列信號의 遲延回路
Fig. 7 Delay circuit of M-sequence signal

여기서 Analog 信號 V를 堀니波와 比較하여 Schmitt trigger 回路와 微分回路를 通하여 V에 比例해서 遲延된 脈스를 얻고 이 脈스로서 一段 Shift Register의 게이트를 Triggering 하여 V에 比例해서 遲延된 M 系列信號를 얻었다. 그리고 差分을 取하기 위한 $\frac{\Delta}{m}$ 遲延回路와 Plant의 Dead time 要素는 콘덴사 記憶方式의 Dead

time 裝置를 利用했다. 그 外의 各種演算要素는 Analog Computer를 利用해서 實驗을 行하였다. T와 L이 階段狀 또는 正弦波狀으로 變化될 때의 實驗結果는 그림 10~13과 같다. 그림 8은 本實驗에 使用된 M 系列信號들을 나타내며 그림 9는 出力 $y(t)$ 의 波形을 나타낸다.

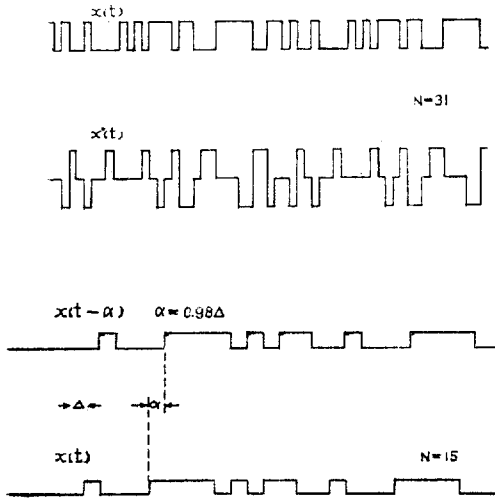


그림 8. 各種 M 系列信號의 波形
Fig. 8 Wave forms of various M-sequence signals

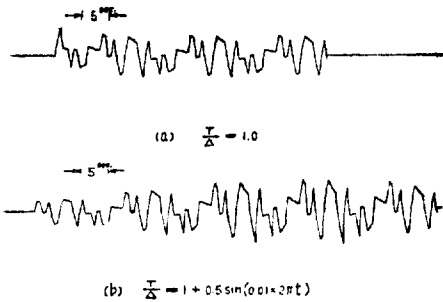


그림 9. 入力 $x^0(t)$ 에 對한 $\frac{1}{1+TS}$ 의 出力 $y(t)$ 의 波形($N=31, \Delta=0.5 \text{ sec}$)
Fig. 9 Wave form of output $y(t)$ of $\frac{1}{1+TS}$ corresponding to input $x^0(t)$

〈實驗條件〉

- a) $\frac{T}{\Delta} = 0.5 \sim 1.5$ 인 경우
 $a = 5 \text{ volt}$
 $\Delta = 0.5 \text{ sec}$
 $N = 15 (n=4)$
 $k_m = \frac{\Delta}{8.2}$

- $m=5$
 필터; $G(s) = \frac{1}{(1+10s)^2}$
 $A = \frac{N+1}{4N} = \frac{4}{3}$
- b) $\frac{T}{\Delta} = 6 \sim 9$ 인 경우
 $a = 5 \text{ volt}$
 $\Delta = 1 \text{ sec}$
 $N = 31 (n=5)$
 $k_m = \frac{\Delta}{8.2}, \quad m=5$
 필터; $F(s) = \frac{1}{(1+30s)^2}$

이때 $\frac{T}{\Delta}$ 와 Z, V와의 理論的 關係는 表 3과 같다.

$\frac{T}{\Delta}$	0.5	1.0	1.5	6	9
Z	0.90	0.70	0.57	0.12	0.068
V	2.88	4.92	6.21	1.52	2.30

表 3 $\frac{T}{\Delta}$ 와 V, Z와의 理論的 關係

Table 3 The theoretical values of Z and V vs $\frac{T}{\Delta}$

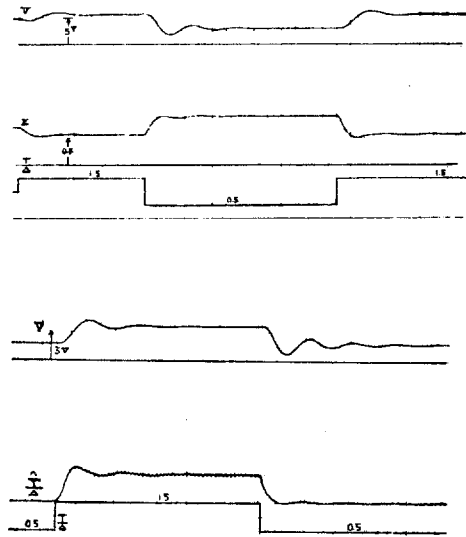
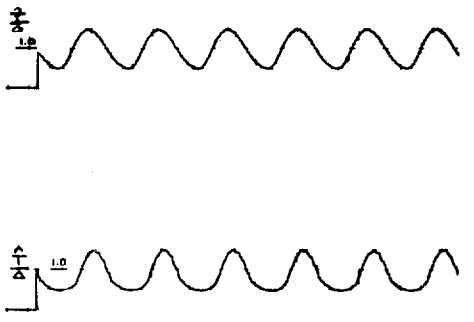
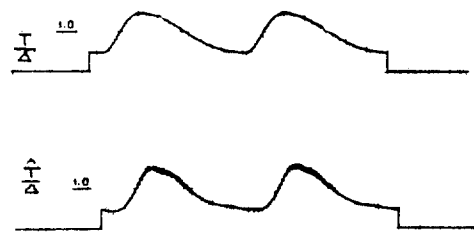


그림 10. 階段狀으로 變化하는 T의 推定(1)
 $(\frac{T}{\Delta}: 0.5 \sim 1.5, \frac{L}{\Delta} = 0, k = 0.3, \text{ time mark period; 1 min.})$
 Fig. 10 Estimation of time constant T changing stepwise(1)

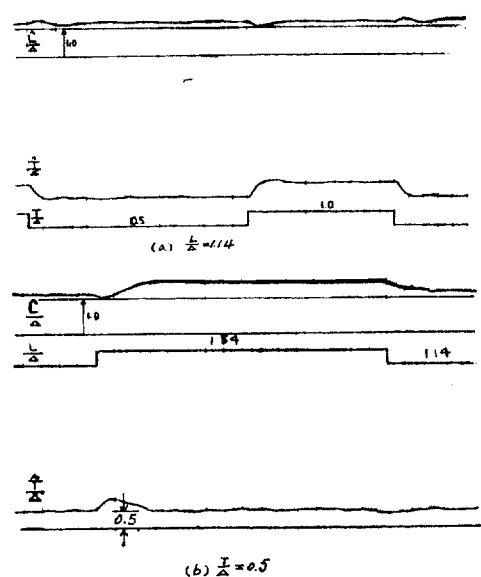


(a) $\frac{T}{\Delta} = 1.0 + 0.5 \sin 0.01 \times 2\pi t$



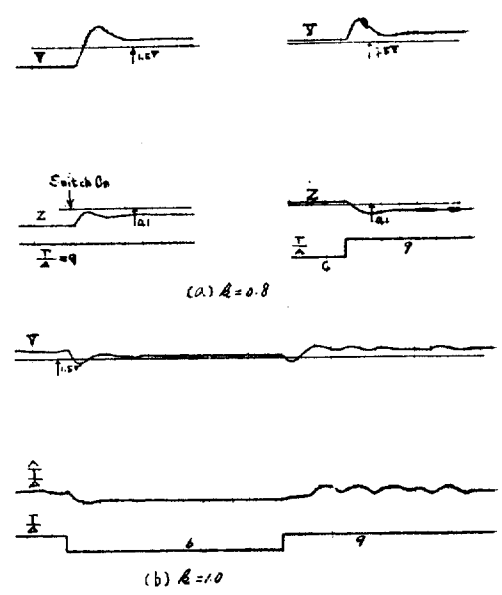
(b) $\frac{T}{\Delta} = 1.0 + 0.5 \sin 0.0024 \times 2\pi t$

그림 11. 正弦波狀으로 變하는 T의 推定
($\frac{L}{\Delta} = 0$ $k = 0.3$, time mark period: 1 min.)
Fig. 11 Estimation of time constant T changing sinusoidally



(b) $\frac{T}{\Delta} = 0.5$

그림 12. 階段狀으로 變하는 T와 L의 推定($k = 0.3$, time mark period: 1min.)
Fig. 12 Estimations of T and L changing stepwise



(a) $k = 0.8$

(b) $k = 1.0$

그림 13. 階段狀으로 變하는 T의 推定(2)
 $\frac{T}{\Delta} 6 \sim 9$, $\frac{L}{\Delta} = 0$, time mark period: 1min
Fig. 13 Estimation of T changing stepwise (2)

그림 10에서 V와 Z에 있어서의 리플은 微少한데 反하여 $\frac{T}{\Delta}$ 의 推定值 $\frac{T}{\Delta}$ 에는 比較的 큰 리플이 날아난 것은 非線形演等要素에서 雜音이 增幅된 데다가 記錄計 自體의 雜音이 若干 첨가 된 것으로 생각된다. 그림 11에 있어서 波形이 若干 찌그러진 것은 電子管式 乘算器의 非線形性에서 오는 것으로 생각되며 그림 12에서는 過渡的으로는 T와 L間的 相互干涉이 나타나 있으나 定常的으로는 Parameter間的 相互干涉의 影響은 없음을 알 수 있다. 또한 그림 13에서 리플 및 바이아스가 크게 나타난 것은 앞서 雜音의 影響에서 言及한 것처럼 $\frac{T}{\Delta}$ 의 값이 큰 때문에 起因된 것으로 생각한다.

다음에 系의 安定限界에 있어서의 積分器의 利得 k의 理論値와 實驗値를 比較하면 表 4와 같다. 여기서 理論値는 Circle criterion에 依한 것이다.

$\frac{T}{\Delta}$	k	
	Theoretical value	Experimental value
0.5~1.5	0.59	0.71
6~9	0.99	1.20

表 4. 積分器의 利得 k의 理論値와 實驗値와의 比較
Table 4 Comparisons of theoretical values and experimental values of integrator gain, k

表 4에서 k 의 實驗值가 理論值보다 큰 것은 Circle criterion에 依한 安定性條件이 充分條件이기 때문인 것으로 생각된다.

結 論

本來 M 系列信號란 擬亂덤=二值信號의 代表的인 것으로 프로세스의 임펄스應答을 求하는데 極히 有效한信號이다. 그러나 測定된 임펄스 應答 曲線上的 各點의 값으로부터 直接 制御動作을 決定하는 것은 現在로서는 大端히 困難한 問題이기 때문에 結局에는 Parameter 推定機構를 일단 通하는 것이 普通이다. 本研究는 M 系列信號를 利用하여 直接 프로세스의 Parameter 推定을 試圖했으나 Dead time을 수반하는 一次系의 Plant에 對해 非線形要素를 包含하는 Analog 演算에서 수반되는 若干의 誤差는 不可避하나 大體로 良好한 結果를 보았다. 特히 相關計算에 있어 低域 필터는 大端히 重要하며 時定數가 큰 적은 次數보다 時定數가 比較的 적드레도 높은 次數의 필터가 ripple 및 位相遲延의 兩面에 있어서 有利함을 나타냈다. 또한 UJT에 依한 Clock pulse Generator는 그 周期가 數秒程度가 限度이므로 時定數가 큰 Plant에 對해서는 Timer 등을 利用해서 큰 Δ 를 얻어 $\frac{T}{4}$ 의 값을 可及的 적게함이 雜音의 면에서 有利함을 나타냈다. Plant가 귀환루-루에 들어 있는 경우와 같이 Plant의 出力中에 M 系列信號와 相關을 가지는 雜音과 드리프트가 包含될때의 問題點은 適應制御系에의 應用과 더불어 앞으로의 檢討를 要한다. 그리고 Plant의 定常利得이 0 dB가 아닌 경우 및 Plant와 모델間에 若干의 差異가 有할때 등의 문제에 對해서는 다음 機會에 報告하기로 한다.

끝으로 本研究中 여러가지로 指導해준 東京工業大學의 伊澤計介 教授에게 深心한 謝意를 表한다.

參 考 文 獻

- 1) P. Eykhoff, Some Fundamental Aspects of Process Parameter Estimation, IEEE Trans. on AC, Vol. AC-8, pp. 347-357, 1963.
- 2) K. Furuta, A study of Process Identifications, Doctorate Thesis to Tokyo Institute of Technology, 1967.
- 3) R. Krtolica, Some Applications of Pseudo-Random Signal, IFAC Prague Symp. Prepaper 3-11, 1967.
- 4) R.C.K. Lee, Optimal Estimation, Identification and control, M.I.T. Press, 1964.
- 5) J.J. Spilker, Delay-Lock Tracking of Binary Signal, IEEE Trans. on S.E. & T, pp. 1-8, 1963.
- 6) S.W. Colomb (ed.), Digital communications with Space Applications, Prentice-Hall, Chapter 3, 5, 1964.
- 7) W. Brockett, The Status of Stability Theory for Deterministic System, IEEE Trans. on AC, Vol. AC-11, (Survey) pp. 596-605, 1966.
- 8) G. Zames, On the Input-Output Stability of Time-Varying Nonlinear Feed back System Part II, IEEE Trans. on AC, Vol. AC-11, pp. 465-476, 1966.
- 9) L. Zadeh et al, Linear System Theory, McGraw-Hill, pp. 385-392, 1963.
- 10) 茅陽一, 프로세스動特性의 統計的推定, 計測と制御 Vol. 6, No. 4, pp. 42-55, 1967.
- 11) 伊澤計介外 2人, おく水 測定の一方法, 第9回 自動制御 連合講演會前刷, pp. 117-118, 1966.
- 12) 河津植, M-Sequence Generator의 試作과 그 應用, 韓國海洋大學論文集, 第二輯, 1968.