

# 最近의 數學教育의 理論上의 問題點

金 應 泰

## 1. 諸 論

數學教育의 改革運動이 일어난지 이미 10餘年이 經過되어, 世界各國에서 그에 대한 數 많은 研究團體가 組織되어 教育課程 또는 教科書를 作成하여 現實情에 맞는 數學教育을 하려고 努力하고 있는 것은 周知의 事實이다. 그러나 아직껏 理想的인 教育을 위하여 남아 있는 많은 問題가 있음을 認定하지 않을 수 없다고 생각한다. 이 論文에서는 數學教育의 改革의 必要性에 對한 要因을 말하고, 그에 適應하는 教育內容의 方向 및 解決하지 않으면 안될 問題에 대하여 論하려고 한다.

## 2. 數學教育改革의 要因

우리는 數百年이라는 長期間에 걸쳐서 比較的 變化가 적었던 수학의 課程에 있어서의 重大하고 根本的인 轉換期에 들어 섰다고 본다. 이 轉換은 모든 科學文明의 發展을 위하여 本質的이기 때문에, 理想的인 數學教育을 위하여 充分한 想像力과 識別力에 依하여 慎重히 檢討되어야 할 줄 생각한다. 現代數學教育改革의 根本要因으로서는 다음 세 가지를 말할 수 있다.

### 제 1 要因: 數學의 發展

첫째 要因으로서는 數學의 急進的인 發展이라고 본다. 現代數學에 直面하는 一般人에게는 數學이 살아있고, 能動的이며, 成長해 가고있는 學問임에 놀랄 것이다. 그들은 數學은 이미 Newton에 依하여 完成된 死物化된 學問이라 생각하고, 大學 또는 大學院 課程의 數學은 언제나 變化하지 않으며, 그 以上 發展할 餘地가 없는 學問이라 생각하기 쉽다. 勿論 한 定理가 發見되면 그 定理自體는 變化하지 않는다. 그러나 飛行機가 發明된 後 그 原理 밑에서 새로운 發展된 飛行機가 생기는 것과 같이 發見된 定理는 發展하여 새로운 定理가 일마던지 新生하게 된다.

質的 量的으로 過去 100年間에 成取된 數學上의 發見은 그 以前의 人類歷

史에서 發見된 數學을 능가하고 있다. 그러나 大學보다 아래의 各級學校에서의 教育에 있어서는 이 發展된 數學의 影響을 거의 받지 못하고 있는 形便이다. 이 問題를 大學에 局限하여 생각하여 보아도 現代的인 概念 또는 觀點은 50年 以前, 경우에 따라서는 25年 以前과는 그 樣相을 全然달리하고 있다. 그럼에도 不拘하고 極히 小數의 大學이 이들 發展된 內容을 教育內容으로 擇하고 있는 것이 現實情이다. 特히 今世紀에 들어서서 抽象代數, 位相數學, 測度論, 積分法의 一般理論, 函數解析學, Hilbert 空間論 等の 純粹數學에서의 課程이 急進的으로 發展하였다. 이들 課程은 1930年前까지는 大學에서도 廣範圍하게는 다루어지지 않는다고, 따라서 大學教授들도 이들 課程에 대한 自己自身들의 再教育을 해야 할 形便이었다. 그러나 그들 數學者들의 非常한 助力에 의하여 現在에 있어서는 大學 또는 大學院에 있어서 이들 課程을 廣範圍하게 指導하고 있다.

이와 같이 大學院에서의 數學의 教育內容은 全般的이라고는 말할 수 없으나 相當히 넓게 現代數學의 發展된 內容을 指導하고 있고, 大學도 이에 步調를 맞추려고 하고 있다. 그러나 初中等學校의 數學教育에서는 이들 發展된 數學의 惠澤을 받지 못하고 있고 舊態 依然한 課程을 指導하고 있는 形便이다. 이 狀態로서는 初中等學校의 教學教育과 大學 以上の 數學教育과의 gap은 漸次로 커질뿐이다. 여기에서 初中等教育에 適合한 現代數學의 內容을 導入하는 것에 對한 根本的인 研究가 切實히 要求된다.

## 第 2의 要因 : automation의 發展

數學教育改革의 第 2의 要因으로서 automation의 急進的인 發展을 말할 수 있다. 여기에서 automation은 科學技術을 包含한다. automation의 革命은 機械를 調整하는 機械의 出現과 그와 같은 機械의 運用法의 發展에 起因한다고 본다. 長距離電話의 發展, 飛行機의 自動運轉, 誘導彈의 發展, 計算機의 出現 등은 automation의 發展의 한 例이다. 이와 같은 automation의 發展은 다음 두가지 方向에서 數學教育의 改革을 必要로 하게 하였다.

첫째로 automation의 發展은 방대하고 複雜하며, 高價인 機械의 製造와 運轉을 可能케 하였으며, 아울러 그와 같은 機械의 設計와 發展에 대한 必要性을 낳게하였다. 極히 最近까지는 한 機械를 設計하고 發展시키는 데는 主로 單純한 實驗에 依存하였었다. 그러나 現在에 있어서 飛行機 같은 機械를 製作하

는 네 그와 같은 實驗에 依存하여서는 莫大한 時間과 經費가 浪費되어 文明의 發展을 촉진시킬 수는 없다. 그와 같은 機械의 設計, 發展에 있어서는 精密한 分析이 必要하게 되며, 그 分析의 大部分을 차지하는 것이 數學의 힘이다. 이와같은 理由에서 學校數學教育에서의 改革이 必要하게 된다.

automation의 發展이 數學教育의 改革을 必要로 하게 한 또한 理由는 위와 같은 機械의 設計, 發展에 對한 必要性에서 뿐아니라, 그들 問題를 解決하는 重要한 道具로서의 計算機械의 出現이다. 이 計算機械에 對해서는 다음 요인에서 論한다.

### 第 3의 要因 : 電子計算機의 出現

大規模의 高速自動計算機의 出現은 數學教育의 改革의 또한 要因으로 된다. 이 計算機는 數學的인 理論과 結合해서 物理學者, 技術者等에 依하여 要求되는 解答을 解決해주는 重要한 役割을 한다.

約 100年前에 英國의 William Shanks는 鉛筆과 종이를 이용하여 20년을 걸러서  $\pi$ 의 값을 707자리까지 구하였었다. 1949년에 ENIAC라고 알려져 있는 計算機는 70시간에  $\pi$ 의 값을 2000자리까지 計算하였으며 아울러 Shanks의 計算이 제 528자리에서 틀렸음을 발견하였다. 그후 다른 計算機는 13분만에 3,000자리 以上까지 計算하였으며 그후에 다시 한 작은 計算機는 10,000자리까지 計算하여 1957년에 그 結果를 發表하였던 것이다.

電子計算機의 重要性은 過去의 計算을 더욱 신속히 할 수 있다는 것에 있을 뿐아니라, 過去에는 計算할 수 없었던 것을 신속히 正確하게 計算할 수 있게 한데에 있다.

### 3. 數學教育의 基本方針

이상의 세가지 要因에 基盤을 두어 教育組織에 있어서 一大改革이 必要함을 論할 必要도 없을 것이다. 傳統의 美名아래 殘在하고 있는 system을 打破하고, 數學教育의 現代化의 實行을 촉진하여야 할 것이다.

이에 따라 現代에 맞는 새로운 教育內容에 置重하여, 課程을 設定하여야 하며, 한편 大量의 數學者, 數學教育者의 養成 및 敎學敎師의 再敎育이 切實한 問題로 남게된다. 現代數學教育에 있어서는 다음과 같은 몇가지 基本方針 아래 組織되어야 할 줄 생각한다.

### (1) 現代的 精神의 必要性

數學이 現代人의 모든 思考의 分野에 깊이 뿌리 박고 있는 이 時代에 그들이 將來 數學者나 科學者로는 되지 않는다고 해서 200年 乃至 100年이나 뒤떨어진 數學 內容을 指導할 수는 없다. 이미 過去의 遺物로 되어 있음에도 不拘하고 傳統이란 美名아래 數學教育의 內容으로써 殘在하고 있는 部分을 삭제하고, 初中等數學教育에 現代的인 精神을 浸透시키고 새로운 內容을 curriculum에 插入할 必要가 있다.

### (2) 初中等學校의 水準에서의 大量教育의 問題

初中等教育의 義務化의 傾向은 數學科教育의 組織을 더욱 複雜하게 하고 있다. 이 傾向은 細分化하고 專門化해가고 있는 現代의 技術社會의 要求에 依한 것이다.

能力, 動機, 興味等の 여러가지 點에서 廣範圍하게 分散되어 있는 學生들을 初中等學校에서 效果의으로 教育한다는 것은 容易한 일이 아니다. 能力, 目的을 달리하고 있는 學生에 서로 다른 curriculum을 提供한다는 것은 더욱 至難한 일이다.

한편 將來의 大學生, 技術者, 科學者의 教育과 같이 熟練된 勞動者의 準備에 對해서도 考慮하여야 할 것이다. 또 보다 基本的인 數學, 이를테면 算數, 代數, 幾何, 統計等이 現代產業界에서의 熟練을 要하는 職業, 또는 納稅, 投票等の 日常生活에 어떻게 使用되는가를 생각하면, 大學에 진학하지 않는 初中等學校學生들에 對하여 어느 程度를 指導해야 한다는 것을 생각하지 않을 수 없다.

### (3) 教師에 대한 壓力의 增加

教師들에게는 모든 level에 있어서의 많은 男女들에게 보다 많은 量의 數學을 指導해야 한다는 壓力이 加하여지고 있다. 理想的으로 생각한다면 그 學生이 初等學校, 中等學校, 大學의 어떤 level에서 學校教育을 마치든간에 그에 對하여 適當하고 有利한 一貫된 學校 教育의 system을 만들어 주어야 할 것이다. 이와 같은 理想的인 system은 現代에 있어서는 어느 나라에서나 發見할 수 없다. 이에 對하여 美國의 Chicago 大學 教授 M. H. Stone은 다음과 같이 提案하고 있다.

初等教育의 段階에서의 (이것은 어느 程度까지는 中等教育의 段階에서도 말

할 수 있다고 보지만) 指導는 充分히 研究된 教育의 方法에 基礎를 두어 算數, 또는 初步의인 代數, 幾何에 關係서의 直觀的이고 實際的인 知識을 目標로 하여야 할 것이고, 數學 curriculum의 이 部分은 大量教育의 總合的인 部分으로서 計劃되는 것이 좋다. 다음에 中等校育의 段階에서는 大學進學을 豫定하는 學生들을 위한 것과 이 段階에서 學校教育을 마치는 學生들을 위한 것으로 區分하는 것이 좋다. 中等教育을 終着驛으로 하는 學生들에게는 數學의 實際的인 面에 置重하여서 指導하여, 이들을 完全히 理解活用하는 것을 主眼點으로 하는 反面에, 大學에의 進學을 目標로 하는 學生들에게는 代數, 幾何, 統計的 推測의 基礎等에 對한 繼續的인 學習을 생각하여 相當한 程度까지의 數學的 熟達을 주도록 하며, 보다 正確한 數學的 學習을 어느 程度의 速度를 加해서 進行할 수 있도록 計劃되어야 한다. 그 結果 그들은 代數, 幾何에서의 相當히 어려운 問題라도 이것을 解析하고 풀수 있는 能力을 가지도록 하여야 한다. 한편 그들에 對해서는 數量的 또는 幾何學的인 概念에 對하여 어느 種類의 感覺을 가지고 數學的인 言語로 表現할 수 있으며, 抽象的인 方法도 使用할 수 있도록 되어 있어야 한다. 또 그들에 對해서는 數學은 單純히 rule 또는 公式의 集積으로서가 아니라, 一般的인 論理的인 科學으로되어 되어야 한다.

以上에서 말한 Stone의 提案은 大略 最近의 世界의 一部國家에서 實施하고 있는 教育方針이다. Stone이 말하는 代數, 幾何의 內容이 分明치 않으나 現代 數學에의 approach의 立場에서 大學課程에서의 效果的인 內容을 과감하게 選擇하여 이로 初中等學校의 教育內容으로서 取扱하는 것은 앞의 三大要因에 鑑하여 볼 때 重要한 일이라 생각한다.

#### (4) 科學教育과의 協同의 必要性

中等教育, 大學教育의 兩 level에 있어서 數學教育과 여러가지 科學의 教育과의 協同이 必要하다. 그러나 現段階에서는 本來의 數學의 分野에서의 改革이 가장 重要한 問題이고, 科學의 指導와의 協同關係를 合理的으로 하려는 試圖는 時期尙무라 할 수 있을지 모른다. 그러나 앞으로는 이와 같은 必要性이 생기게 될 것임을 미리부터 研究하여 두어야 할 것이다.

#### (5) 初等教育에 있어서는 特히 學生들에게 數學에 對한 嫌惡心을 일으키지 않도록 하여야 한다.

우리의 主된 關心事는 中等教育과 大學教育에 있지만 그것은 初等教育에 의

하여 制約되므로 初等數學教育의 改革에 全力을 기울여야 한다. 現在에서의 初等學校에서는 普通의 兒童들이 보이지 않는 能力 또는 興味를 效果的으로 發展시키는 일에 失敗하고 있는 것은 事實이다. 더욱이 좋지 않은 것은 永久히 數學의 學習에 對하여 嫌惡心을 이르게 하는 面이 많다. 이 缺陷을 除去하기 위한 方法을 發見하는 것이 急先務이다.

#### (6) 成長하려는 精神을 助長한다.

우리는 成長期의 學生의 精神의 本質과 그를 助長하는 有效한 方法에 對하여서는 無知인 것 같다. 底流로 되어 있는 心理學的 原理를 明白히 하고 그 結果를 指導의 組織에 應用한다는 基礎的 研究에 關해서, 우리는 數學者, 心理學者, 教師의 協同作業을 하여야 한다.

### 4. 數學教育의 全般的인 目標

學生들은 人類가 가지는 現在의 知識의 最先端에 接觸할 수 있는 곳까지 끌어 올릴 수 있을 程度의 能力을 가지고 있고, 그들은 우리가 常識的으로 想像하고 있는 以上の 能力을 가지고 있다고 믿어도 좋다. 다만 學生의 能力은 教育內容과 指導하는 側의 能力 如何에 따라서 制約된다는 것을 認定할 때, 教育內容의 效果的인 設定과 指導力의 強化는 重大한 課題라 아니할 수 없다. 이에 對應해서 여기에서 數學教育의 全般的인 目標로서 다음 다섯가지를 提案하고 싶다.

#### (1) 技術的인 熟練

現在 數學의 學習에 配當되어 있는 時間數를 大幅으로 增加시킨다는 것은 것이 不可能하다. 따라서 現在 以上の 學習內容을 增加시키려면 教材의 어떤 部分은 이를 省略할 수 밖에 없다. 動機的인 意味가 薄弱한 drill을 위한 drill을 中止하고, 適當한 技術練習은 새로운 概念을 理解시키는 過程에서 取扱하는 等으로 教材를 再編成하여야 한다. 다만 計算技術等に 있어서의 適當한 熟練은 數學의 學習을 위해서는 本質的인 것임을 強調한다. 그러나 單純히 形式的인 問題演習보다도 앞에서 말한 것과 같은 取扱方法이 보다 效果的이라 믿는다.

#### (2) 一般教養으로서의 數學教育

(i) 數學이란 그것을 直接 必要로하는 사람에게 重要할 뿐 아니라, 一般人에게도 人文的인 意味에서 價値를 가진다. 日常生活에서의 思考의 貧弱한 pattern

은 數學의 學習에 依하여 修正된다.

(ii) 數學은 成長하고 있는 學問이고 未解決인 많은 問題를 가지며, 이들은 徐徐히 解決되어 가고 있음을 認識시킴으로서 이 學問에 붙어있는 神秘的인 veil 을 베끼고 이 分野에서의 初等教育에 들어있는 權威主義를 打破해야 한다.

### (3) 創造力養成

學生의 創造力을 窒息시키는 指導法의 하나로서 “만일 公式을 잊어버리면 問題를 解決할 수 없다” 라는 思考方式이다. 普通 程度의 能力을 가지는 學生들에게는 基本的인 少數의 idea 만을 記憶하면 數學의 相當한 部分을 再現할 수 있는 것이 普通이다. 이 事實은 所謂 發見의 方法의 提唱者들에 의하여 屢번히 實證된 事實이다. 自己의 解析的인 思考力에 관해서 自信을 가지도록 하는 것은 數學 教育의 目的의 하나이다.

### (4) 現代數學의 役割

現代數學에 最短距離로 approach 할 수 있는 數學의 curriculum 을 構成해야 한다고 主張하는 意見이 있다. 現代數學의 成果는 數學的으로 思考를 構成하는 境遇에 새로운 생각을 提供하여 준다. 이를테면 集合, 函數, 變換群, 同型對應 等の 概念은 可能한 限 早期에 導入하여 되풀이해서 適用함으로써 論證化된 思考方式을 利用할 수 있도록 하는 것이 좋다. 그러나 이들 概念은 새롭다는 理由에서 導入한다는 것보다도 指導內容의 構成에 有用하므로 導入하는 것이다.

### (5) 純粹數學과 應用數學

純粹數學과 應用數學은 兩者擇一의 方法으로 指導해서는 않된다. 數學에 있어서 是 maker 보다 user 가 많다. 數學의 嚴密性에 魅惑된 學生이 그리 嚴密하지 않는 應用部門에 對하여 興味를 상실할 憂慮가 있지만 않을까 생각할 수도 있다. 그러나 만일 科學研究에 있어서의 數學的 model로서의 本質과 限界에 관해서 認識하고, 그 model 을 만들어가는 直觀的인 step 이 提示되면 自然의 秘密의 門을 열고 實際的인 問題를 解決한다는 興味는 論理的 嚴密性이 가지는 魅力에 뒤떨어지는 것은 아님을 認識시킬 수 있을 것이다.

## 5. 教育學의 原理와 技術

위에서 論한 目標을 達成하기 위하여 適切한 內容의 選擇과 그 取扱方法이

가장 重要하므로 그 概要를 다음에 論한다.

### (1) 嚴密性

數學的 學習에 있어서 새로운 過程을 導入하는 데에 있어서는 pre-mathematical 的인 생각을 充分히 活用하는 것이 좋다. 여기에서 pre-mathematics 라 함은 아직 數學으로서의 體裁를 具備하고 있지는 않지만, 學生의 各方面에서의 經驗에 即應해서 學生自身이 發見的 態度로 생각하려고 하는 一般的인 認識의 pattern 이라고 말할 수 있는 것이다. 이 pre-mathematical 的인 생각을 導入하는 데는, 그 取扱의 嚴密성에 있어서도 學生의 數學的인 能力의 發達 段階에 即應하는 여러가지 段階가 생각된다.

한 課程이 어떤 期間을 經過한 後에 되풀이해서 取扱되고 그때마다 嚴密性의 程度를 높여가는 curriculum 的 構成法, 即 spiral form 은 여러가지 利點을 가진다. 即 直觀的인 pre-mathematical 的인 approach 에 依하여 먼저 重要한 概念을 早期에 導入해 놓고, 그 概念이 學生들에게 漸次로 익숙하게 될 時期를 把握하여, 다시 그 課題를 取扱하여 보다더 嚴密性을 增加시킨다. 다만 數學에서는 直觀이 結局에 가서는 嚴密性에 代置될 수 있다는 印象을 學生들에게 주어서는 않된다. 創造的인 數學의 取扱에 있어서는 假設은 언제나 證明에 앞서야 한다. 學生은 그 自身에 依하여 만들어진 original 한 생각이 一定한 形態로 이루어져가고 있음을 發見하고 거기에는 어떤 公理系가 必要한 가를 發見한다. 많은 學生은 論理的인 關聯을 거기에 認識하고 그들이 말해온 事實에 對하여 明確한 idea 를 얻음으로써 깊은 滿足感을 느끼게 된다.

### (2) 여러 가지 方向에서의 approach

spiral form 에 依하여 同一概念 또는 定理를 서로 다른 時期에 몇번이고 되풀이해서 取扱하는 경우에 각각 다른 approach 가 採用되어야 한다. 한 approach 에서 잘 理解하지 못한 學生이 다른 approach 에 依하여서는 理解할 수 있는 경우가 있다.

巨視的 立場에서 數學이란 統一的인 것이고 幾何, 代數, 函數의 理論은 解析幾何學에서 統一的으로 取扱된다. 그러나 幾何와 代數는 直觀的으로나 經驗的으로 보아, 서로 다른 基盤위에 서있는 課程이다. 이 事實은 公理系의 差異點으로서 나타난다. 그들은 다른 經路를 經過하면서 同一한 結果에 유도된다. 이 두 數學의 主流의 相互的인 發展은 curriculum 構成에서의 中心的인 主題인



것이다. 만일 代數的인 idea가 幾何的으로 翻譯되거나 그 逆이 實行될 수 있는 程度까지 이루어 된다면 이 兩者에 對한 學生의 理解가 깊게됨이 立證된다.

### (3) 獨創的인 思考力의 育成

(i) 發見의 方法은 많은 時間을 要하는 方法이다. 教師의 助言은 高姿勢이어서는 않되며, 學生이 自身이 發表하는 것을 주저하게하는 雰圍氣를 만들어서는 않된다. 틀린 答辯이라 하더라도 即席에서 否定해버린다거나 하지 말고 完全한 答辯이 아니더라도 正確한 結論에의 hint로서 利用하는 것이 좋다. 그러나 獨創的 思考의 習慣을 育成하는 데에 있어서 curriculum의 全部가 發見의 方法으로 取扱될 必要는 없다. 大略 中學 一年 程度까지는 授業의 大部分이 보다 直接的으로 指導하는 方法이 採用될 것이다. 그러나 上級學年에서는 創造的인 獨自의 思考態度가 授業에 있어서나 家庭學習에 있어서 廣範圍하게 育成될 必要가 있다.

(ii) 學生 相互間의 討論은 有用하다. 相對가 教師인 경우와 달라서 同僚들의 能力 또는 思考力이 自己自身과 같은 level에 있기 때문이다. 同僚들이 自己에 同意하지 않을 때에도 自己自身の 意見이 옳을 수도 있다는 것을 認定한다. 그리하여 學生들은 相互間에 同僚의 意見에는 언제나 批判的인 態度로 應할 수 있다.

(iii) 興味를 돕는다.

(a) 좋은 技巧에 依하여 複雜한 計算의 勞力을 덜게하는 方法을 일러 주는 것은 興味를 위해서나 計算技術을 위해서도 有効하다. (b) 數學의 topics에 關해서 그 歷史的인 背景을 紹介하는 것은 興味를 돕는 좋은 方法이다. 이에 依하여 數學的인 創造의 過程을 認識하게 하고, 現在의 數學도 모두 누구인가에 依하여 發見된 것임을 理解시킬 수 있다. 나아가서 未解決인 問題를 紹介하여 주는 것도 좋다. (c) 數學의 實驗 또는 實習을 위해서 時間을 割當하는 것도 興味를 북돋이주고 創造力을 育成시키는 데 有用하다.

### (4) 評 價

學生의 理解力 또는 創造力을 育成하는 教育을 하면서 한편에는 單純한 計算技術 또는 機械的인 問題 등에 依한 test를 課하는 것은 매우 졸렬한 方法이다. 그러나 이 缺陷을 克服할 수 있는 test를 考案해내는 것은 매우 어려운 일이다. 이 困難性은 受驗을 위한 授業에 對한 教師 또는 學校의 좋지 않은 態

도에 의하여 더욱 擴大된다.

### (5) 用語와 記號

初期의 段階에 있어서는 學生은 말로서 表現할 수 있는 以上の 것을 理解할 수 있음이 밝혀져 있다. 卽 알고있는 事實을 完全히 表現할 能力을 갖추지 못하고 있다. 이때 教師는 그를 補完해 준 다든가 忍耐와 同情心을 가지고 學生이 表現하려고 하는 것을 理解해 주는 것이 좋다. 最初의 段階에서 부터 學生에게 嚴格한 表現을 強要하는 것은 좋지 않다. 그러나 될수 있는대로 早期에서부터 用語의 使用法을 納得시키는 것은 學生이 그를 利用하여 말할 수 있을 뿐 아니라, 그를 利用하여 생각할 수 있는 能力을 기르게 한다. 다만 皮相의 理解밖에 하지못하는 用語의 亂用을 警戒하여야 한다. 用語의 使用은 그에 의하여 明確性和 有用性을 完全히 理解할 수 있는 時期에 考慮되어야 한다. 記號에 對하여서도 마찬가지이다.

### (6) 應用이 가지는 役割

(i) 모든 數學的 idea 는 어떤 種類의 應用에 의하여 學習意慾을 刺戟한다. 따라서 數學의 內部에서의 應用, 또는 數學以外의 部門에서의 應用이 指導되어야 한다. 그에 의하여 學生은 科學的方法으로서의 數學의 힘과 같이 數學自體의 統一性을 理解할 수 있을 것이다.

(ii) 數學的인 概念을 導入하거나 概念의 一般化를 試圖할 때는 그 應用에 對해서도 指導하는 것이 重要하다. 모든 概念의 導入은 항상 學習意慾을 북돋아 주도록 하여야 한다.

(iii) 物理學等의 應用에 있어서는 그 事實에 特有한 關係의 理解가 必要하다. 그 問題特有의 內容의 困難性 때문에 應用에 있어서 오히려 混亂을 일으키게 하여서는 안된다.

(iv) 現實의 經驗的 事實의 記述을 위하여 數學的 model 을 利用하는 것은 複雜하고 微妙한 問題이다. 現實社會는 너무나 複雜하기 때문에 完全히 表現하는 것은 不可能하다. model 이 適當하고 不適當함은 그에 의한 豫測의 妥當性 또는 有用性에 의하여 判斷된다. 모든 model 에는 限界가 있는데, 應用에 있어서 그 限界를 아는 것은 簡單한 일이 아니다. 그것은 實驗, 豫想, 論理的 推論 등의 긴 連鎖에 의하여 發展된다. 그리고 model 이 完全히 構成된 後에는 數學에 依한 演繹的方法에 의하여 그 結果가 確立되어야 한다.

(v) 算數, 基本的인 代數 및 幾何等은 日常生活의 問題에 對한 手段으로서 要求된다. 그러나 많은 사람들이 確率論, 計算機理論, 微積分 等の 高度의 數學을 必要로 한다.

(vi) 數學의 應用은 特定の 狹義의 問題에 限定되지는 않는다. 數學的인 思考를 우리의 知的活動의 모든 面에 適用하는 것은 어떤 意味에서의 數學의 應用이다.

## 6. 結 論

以上에서 論한 現世界의 科學文明의 實情에 따른 數學教育改革의 要因과 그 教育學의 原理에 鑑하여 解決하여야 할 問題가 許多함을 認定하지 않을 수 없다. 그 몇 가지를 列舉하면 다음과 같다.

### (1) curriculum

初中等數學教育에서의 이 curriculum 問題에 대해서는, 世界各國의 여러가지 數學教育研究團體가 組織되어, 이들에 依하여 研究되고 그에 따른 教科書도 作成되고 있다. 그들 共通의인 特色의 몇가지를 적으면 다음과 같다고 본다.

- (i) 大學課程과 初中等課程사이의 gap 를 좁힌다.
- (ii) 集合의 概念을 敎材取扱의 土臺로 한다.
- (iii) 數學的 構造를 重要視한다.
- (iv) 論理的 嚴密性を 強調한다.
- (v) vector, 確率, 統計를 早期에 導入한다.
- (vi) 學生의 創造力 開發에 注意한다.

이미 作成되어 있는 curriculum 中에 이를테면 美國의 UICSM 또는 SMSG 의 curriculum 및 教科書에 對하여서는 實驗을 통해서 教育的 效果가 어느 程度까지는 認定되고 있으나, 教育에 對한 效果는 긴 期間이 經過한 다음에야 評價할 수 있는 것이므로, 各國에서 制定된 curriculum 에 對한 教育的 效果에 對한 評價는 困難한 問題이고, 앞으로 많은 研究가 必要할 줄 생각한다.

### (2) 敎師養成

앞에서 말한 것과 같이 學生의 學習能力은 指導하는 敎師의 能力에 依하여 制約된다. 따라서 敎師의 指導能力 如何에 따라서 數學教育의 根本이 흔들리게 된다. 이러한 뜻에서 敎師養成의 問題는 數學教育에 있어서 至大한 問題이

다. 敎師養成機關의 大學에서는 다음 事項에 留意하여야 할 것이다.

(i) 敎師는 充分한 現代數學의 知識을 가져야 한다. 現代數學의 많은 部分이 初中等教育實物에 挿入되므로, 이들에 開通된 充分한 努力을 가추어야 함은 勿論이다.

(ii) 教育課程의 哲學을 完全히 理解하여야 한다.

(iii) 教育技術을 徹底하게 研究習得해야 한다.

(iv) 評價에 對한 理論을 研究해야 한다.

(v) 學生의 心理把握에 能해야 한다.

### (3) 敎師再教育

數學教育에 있어서 이 敎師再教育問題는 世界的으로 가장 큰 問題로 대두되고 있다. curriculum이 制定되고 그에 따른 敎科書가 作成되어있으나, 그의 指導力의 微弱性 때문에 數學教育에서의 非常한 難關에 逢着하고 있는 實情이다. 國家의인 事業中の 하나로 이 問題의 解決方途를 研究 實施하지 않으면 理想的인 數學教育은 到底히 바랄 수 없으며, 아울러 科學文明의 發展에 큰 文障을 초래하게 될 것이다.

### (4) 學校組織의 再編成

人間에게는 知能의 差異가 있는것과 같이 數學이란 課程에 對하여 能力의 差異가 있다고 본다. 이 能力의 差異를 早期에 發見하여, 學生들을 能力別로 分類하여서, 數學에 對한 能力을 가진 學生의 이 方面의 素養을 올바르게 길어야 한다. 또 進學하는 學生과 그렇지 않는 學生들도 區別하여 그 각각에게 原則적으로 서로 다른 curriculum을 提供하여야 한다. 이와 같은 分類를 위해서는 學校制度의 改編이 必要하고 또 班編成에 있어서도 格別한 注意가 必要하다고 생각한다.

### (6) 數學者의 大量養成

科學文明의 發展의 度가 심해감에 따라 數學者에 對한 必要性은 더욱 極甚해간다. 大學 또는 大學院에서는 充分히 訓練된 大量의 數學者를 養成하여야 할 줄 생각한다.

### (6) 大學에서의 數學教育

數學은 어느 時代에 있어서도 business 또는 物理的 科學에서의 諸問題의 解決에 있어서 重要한 道具였었다. 實際로 19世紀를 通해서 中等學校에서 指導

된 數學은 直接 business, 調査, 航海, 物理學 等の 研究에 關聯된 것들 뿐이었다. 그러나 20世紀에 들어서서는 前世紀와는 全然 그 樣相을 달리하는 數學이 또 새로운 形態의 問題의 解決에 對한 길을 만들게 하였다. 生物學, 醫學, 心理學, 政治學, 經濟學, 社會學等 거의 모든 學問이 數學을 必要로 하게 되었다. 따라서 그들 方面에 必要한 數學의 一部를 初中等學校에서 指導해야 함은 勿論이지만 大學에서 이 方面의 數學의 指導等에 對한 必要性은 切實하다고 본다. 大略 大學에서의 1, 2年 課程은 敎養課程이 大部分이므로 相當한 時間을 數學에 割當하여, 敎養面의 數學 以外에 各專攻分野에서 必要한 數學의 相當한 部分을 指導하여야 한다고 생각한다.

서울 大學 校