論 文
17—1—1

分相型 單相誘導電動機의 特性計算의 新方案

A New Approach to Calculation of Running Characteristics of a Split Phase Type Single Phase Induction motor.

元 鍾 洙*
(Won Jong Swoo)

[Abstract]

The variation of the voltage has been known to be harmful in the sound operation of motors. It also results in the variation in slip. If the voltage and slip are known, every characteristics of motors can be determined.

This Paper, therefore, analyzed numerically the characteristics of motors by the formula expressed in the function of both slip and voltage, and then satisfactorily compared with the experimenental values.

A new per-unit method derived in this paper is shown to be easier and simpler than the conventnional one in determining the relative running characteristics.

It has also suggested the minimum allowable voltage when voltage below the rated value was applied to the motor. It is expected to apply to the determination of the characteristics under the voltage variation.

1. 序 論

家庭電化의 急速한 發達傾向에 비추어 小型電動工具, 小型冷凍機 等에 100V用 小動力利用이 많어지고 있으며 또한 利用되고 있는 電動機의 種類도 分相起動型, 콘덴서起動型, 反撥型, 限取線輪型 等, 負荷性質에 따라 各樣各色이다. 그러나 우리나라의 實情은 配電線路의 飽和, 電力事情의 不圓滑로 因하여 定格電壓下에서의 運轉이 困難한 實情이다. 따라서 筆者는 電壓變動에 따른 諸特性을 손쉽게 求하는 1方法을 per-unit 公式으로 提示하고 이 方法의 實用性을 實驗的으로 確認하였다. 그리고 本 方法에 依하여 特性을 考察하였다.

特性 決定方法으로는 在來方式에 依하면 實驗的으로 諸定數를 얻고 計算値와 實測値를 併用하여 諸特性을 얻는 解析的方法과 實驗的方法을 共用하는 方式과 純實驗的으로 求하는方式을 主로 使用하여 왔다. 그런데 本 方法은 다음과 같은 點에 그 特徵이 있다.

1) 諸定數를 알았을 때 純 解析的으로 諸特性을 求하는데 있으며

2) 實際에 있어서는 定格狀態에 對한 相對的인 變動量이 더 重要하므로 諸特性値는 per-unit로 表示하였고

3) 또 우리나라의 實情은 定格電壓 以下에서의 運轉이 一般的이라고 볼 수 있어 諸定數는 近似的으로 常數로 보아도 實用上 支障이 없을 것으로 生覺하여 이를 常數로 取扱하였다.

* 正會員 : 서울工大工業敎育科

記號說明

r_{1m} 主卷線抵抗
r_2 主卷線으로 換算된 補助卷線抵抗
$R_{f\alpha}$ 正相分임피이던스의 抵抗分
$R_{b\alpha}$ 逆相分임피이던스의 抵抗分
R_α 合成임피이던스의 抵抗分
r_{A1} 補助卷線의 抵抗
R' S_k=1에서의 正相分 또는 逆相分임피이던스의 抵抗
α 印加電壓과 定格電壓과의 比
S_k 스립프
x_{1m} 主卷線의 漏洩리액턴스
x_2 主卷線으로 換算된 補助卷線의 漏洩리액턴스
x_φ 交番磁束에 依한 一次卷線의 漏洩리액턴스
X_α 合成임피이던스의 리액턴스
X' S_k=1에서의 正相分 또는 逆相分리액턴스
$X_{f\alpha}$ 正相分 임피이던스의 리액턴스
$X_{b\alpha}$ 逆相分 임피이던스의 리액턴스
x_{A1} 補助卷線의 漏洩리액턴스
w_S 同期角速度
W_a 入力
W_{0r1} 無負荷一次銅損
W_0 無負荷入力
W_{0r2} 無負荷二次銅損
$W_{i\alpha}$ 鐵損
W_M 機械損
$Z_{f\alpha}$ 正相分 임피이던스 Z_α : 合成임피이던스
$Z_{b\alpha}$ 逆相分 임피이던스
$P_{f\alpha}$ 正相分 抵抗에 依하여 吸收된 電力
$P_{b\alpha}$ 逆相分 抵抗에 傳達된 電力
P_α 內部機械出力
$P_{L\alpha}$ 有効出力(軸出力)
T_α 發生톨크
$T_{L\alpha}$ 有効톨크(軸톨크)

$T_{S\alpha}$ 起動톨크

φ_α 主卷線電流와 起動卷線電流와의 相差角

a 補助卷線과 主卷線과의 卷數比

2. 本 論

電動機의 特性은 使用電壓과 負荷톨크에 依하여 決定되며 諸特性을 電壓과 톨크의 函數인 $F(\omega)=f(V\ T)$로 表示할 수 있으며 또한 負荷톨크는 電壓과 Slip와의 函數이므로로 $T=G(V.\ S)$로 表示할 수 있다.

따라서 $F(\omega)=f(V.T)=f\{V.G(V.S)\}=f(V.S)$로 된다. 故로 諸特性은 電壓 V와 스립프 S가 定하여지면 算出할 수 있게 된다.

(2—1) 諸特性式의 誘導

定格電壓 V인 分相起動型 單相誘導電動機의 供給電壓을 αV로 하였을때 Slip S_k에서 運轉이 繼續된다면 補助卷線은 電源으로부터 開放된 狀態이므로 그 等價回路는 그림 (1)과 같다

그림 1로부터 正相分回路는 $\frac{r_2}{S_k}+jx_2$와 jx_φ, 逆相分回路는 $\frac{r_2}{2-S_k}+jx_2$와 jx_φ와의 並列回路이므로 合成임피이던스는 各部分에 對하여

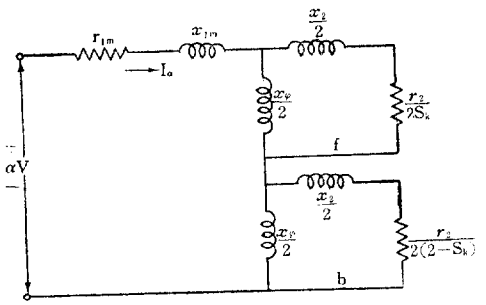

그림 1

$$Z_{f\alpha}=R_f+jX_{f\alpha}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$Z_{b\alpha}=R_{b\alpha}+jX_{b\alpha}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

여기서

$$\left.\begin{aligned}R_{f\alpha}&=\frac{x_\varphi^2}{x_{22}}\cdot\frac{1}{S_kQ_2+1/S_kQ_2}\\X_{f\alpha}&=\frac{x_2x_\varphi}{x_{22}}+\frac{R_{f\alpha}}{S_kQ_2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(1')$$

$$\left.\begin{aligned}R_{b\alpha}&=\frac{x_\varphi^2}{x_{22}}\cdot\frac{1}{(2-S_k)Q_2+\dfrac{1}{(2-S_k)Q_2}}\\&\fallingdotseq\left(\frac{x_\varphi}{x_{22}}\right)^2\frac{r_2}{2-S_k}\\X_{b\alpha}&=\frac{x_2x_\varphi}{x_{22}}+\frac{R_{b\alpha}}{(2-S_k)Q_2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(2')$$

$$x_{22}=x_2+x_\varphi\qquad Q_2=\frac{x_{22}}{r_2}$$

以上에서 그림 (1)을 바꾸어 그리면 等價回路는 그림 (2)와 같이 된다. 全 임피이던스는

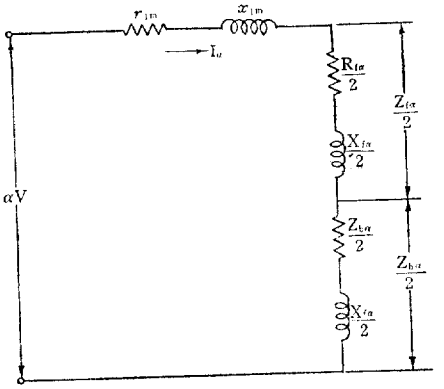

그림 2

$$\dot{Z}_\alpha=r_{1m}+jx_{1m}+\frac{Z_{f\alpha}}{2}+\frac{\dot{Z}_{b\alpha}}{2}$$

$$=\left(r_{1m}+\frac{R_{f\alpha}}{2}+\frac{R_{b\alpha}}{2}\right)+j\left(x_{1m}+\frac{X_{f\alpha}}{2}+\frac{X_{b\alpha}}{2}\right)$$

$$=R_\alpha+jX_\alpha\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$$\left.\begin{aligned}R_\alpha&=r_{1m}+\frac{R_{f\alpha}}{2}+\frac{R_{b\alpha}}{2}\\X_\alpha&=x_{1m}+\frac{X_{f\alpha}}{2}+\frac{X_{b\alpha}}{2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(3')$$

1次電流(主卷線電流)는

$$\dot{I}_\alpha=\frac{\alpha\dot{V}}{\dot{Z}_\alpha}=\frac{\alpha\dot{V}}{\sqrt{R_\alpha^2+X_\alpha^2}}\angle\tan^{-1}\frac{X_\alpha}{R_\alpha}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

定格電壓일때 即 $\alpha=1$에서 電流 I_1, 임피이던스 Z_1, Slip S_1(以上 定格電壓時는 1의 係數를 使用키로함)이라 하면 定格電壓, 定格負荷運轉狀態와의 電流比는

$$\frac{I_\alpha}{I_1}=\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\Big/\frac{V}{Z_1}=\alpha\left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(4')$$

力率은 $\cos\theta_\alpha=\dfrac{R_\alpha}{\sqrt{R_\alpha^2+X_\alpha^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$

入力은 $W_\alpha=\alpha VI_\alpha\cos\theta_\alpha=\dfrac{(\alpha V)^2}{Z_\alpha}\cos\theta_\alpha=\left(\dfrac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2R_\alpha$

$$\frac{W_\alpha}{W_1}=\frac{(\alpha V)^2\cos\theta_\alpha}{Z_\alpha}\Big/\frac{V^2\cos\theta_1}{Z_1}=\alpha^2\left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)\frac{\cos\theta_\alpha}{\cos\theta_1}$$

$$=\alpha^2\left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)^2\frac{R_\alpha}{R_1}\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

勵磁임피이던스를 純誘導性으로 假定할때 正相分톨크는

$$T_{f\alpha}=\frac{1}{w_S}\ P_{f\alpha}=\frac{1}{w_S}\cdot\frac{1}{2}\ I_\alpha^2R_{f\alpha}=\frac{1}{2w_S}\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2R_{f\alpha}$$

여기서 勵磁임피이던스를 純誘導性으로 假定할 때 $P_{f\alpha}$는 임피이던스 $\frac{1}{2}Z_{f\alpha}$에 依하여 吸收되는 電力이다.

$$P_{f\alpha}=\frac{1}{2}I_\alpha^2R_{f\alpha}$$

逆相分톨크는

$$T_{b\alpha}=\frac{1}{w_S}\ P_{b\alpha}=\frac{1}{w_S}\cdot\frac{1}{2}\ I_\alpha^2R_{b\alpha}$$

$$=-\frac{1}{2w_S}\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2R_{b\alpha}\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

主卷線에 依하여 逆相分磁界에 傳達되는 電力은 $P_{b\alpha}=\frac{1}{2}I_\alpha^2R_{b\alpha}$

純 發生톨크는

$$T_\alpha = T_{f\alpha} - T_{b\alpha} = \frac{1}{w_S}(P_{gf} - P_{gb})$$
$$= \frac{1}{2w_S}\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2 (R_{f\alpha} - R_{b\alpha})$$
$$\frac{T_\alpha}{T_1} = \frac{\alpha^2 V^2 (R_{f\alpha} - R_{b\alpha})}{2w_S Z_\alpha^2} \Big/ \frac{V^2 (R_{f1} - R_{b1})}{2w_S Z_1^2}$$
$$= \alpha^2 \left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)^2 \left(\frac{R_{f\alpha} - R_{b\alpha}}{R_{f1} - R_{b1}}\right) = \left(\frac{I_\alpha}{I_1}\right)^2 \frac{R_{f\alpha} - R_{b\alpha}}{R_{f1} - R_{b1}} \cdots (8)$$

回轉子出力(內部機械出力)은

$$P_\alpha = (1 - S_k) w_S T_\alpha = \frac{(1 - S_k)}{2}\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2 (R_{f\alpha} - R_{b\alpha})$$
$$\frac{P_\alpha}{P_1} = \frac{(1 - S_k) w_S T_\alpha}{(1 - S_1) w_S T_1} = \left(\frac{1 - S_k}{1 - S_1}\right)\left(\frac{I_\alpha}{I_1}\right)^2 \left(\frac{R_{f\alpha} - R_{b\alpha}}{R_{f1} - R_{b1}}\right)$$
$$= \frac{1 - S_k}{1 - S_1} \cdot \alpha^2 \cdot \left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)^2 \left(\frac{R_{f\alpha} - R_{b\alpha}}{R_{f1} - R_{b1}}\right) \cdots\cdots (9)$$

以上에서는 鐵損과 機械損과를 加算하고 理論을 展開하였으나 出力 效率을 算出하려면 이러한 損失을 考慮하여야 한다.

鐵損과 機械損과를 分離키 爲하여 無負荷試驗을 하고 다음 數式에 依하여 各損失을 分離한다.

$$\left.\begin{aligned}
&\text{無負荷損失은} \quad W_0 = W_{0r1} + W_{0r2} + W_{i\alpha} + W_M \\
&\text{一次銅損은} \quad W_{0r1} = I_{0\alpha}{}^2 \, r_{1m} = \left(\frac{\alpha V}{Z_{\alpha_0}}\right)^2 r_{1m} \\
&\text{全回轉子銅損은} \quad W_{0r2} = I_{0\alpha}{}^2 S_{k0} P_{f\alpha_0} \\
&\qquad + I_{0\alpha}{}^2 (2 - S_{k0}) P_{b\alpha_0} \\
&= \frac{S_{k0}}{2} \, I_{0\alpha}{}^2 R_{f\alpha_0} + \frac{(2 - S_{k0})}{2} \, I_{0\alpha}{}^2 R_{b\alpha_0} \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha V}{Z_{\alpha_0}}\right)^2 [S_{k0} R_{f\alpha_0} + (2 - S_{k0}) R_{b\alpha_0}]
\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

따라서 鐵損과 機械損과의 合은

$$\left.\begin{aligned}
&W_{i\alpha} + W_M = W_0 - (W_{0r1} + W_{0r2}) \\
&= \left(\frac{\alpha V}{Z_{\alpha_0}}\right)^2 R_{\alpha_0} - \left(\frac{\alpha V}{Z_{\alpha_0}}\right)^2 r_{1m} - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha V}{Z_{\alpha_0}}\right)^2 \\
&\quad [S_{k0} \, R_{f\alpha_0} + (2 - S_{k0}) R_{b\alpha_0}] \\
&= \left(\frac{\alpha V}{Z_{\alpha_0}}\right)^2 \left\{R_{\alpha_0} - r_{1m} - \frac{1}{2}[S_{k0} R_{f\alpha_0} \right. \\
&\quad \left. + (2 - S_{k0}) R_{b\alpha_0}]\right\}
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (11)$$

誘導電動機의 鐵損中 主磁束에 依한 鐵損은 一次電源으로부터 供給되지만 回轉子의 回轉에 依하여 發生되는 鐵損은 回轉子에서 機械的으로 供給된다.

따라서 鐵損中 一部는 一次損失로 殘餘部分의 鐵損과 機械損과를 二次損失로 取扱하여야 하나 誘導電動機의 正常運轉範圍에서는 거이 定速度 定磁束으로 볼 수 있고 鐵損과 機械損과는 一定한 것으로 볼 수 있다.

鐵損과 機械損을 包含하는 回轉子出力 P_α로부터 軸出力 $P_{L\alpha}$는

$$P_{L\alpha} = P_\alpha - (W_{i\alpha} + W_M)$$
$$= \left(\frac{1 - S_k}{2}\right)\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2 (R_{f\alpha} - R_{b\alpha}) - \left(\frac{\alpha V}{Z_{\alpha_0}}\right)^2 \{R_{\alpha_0} - r_{1m}$$
$$- \frac{1}{2}[S_{k0} R_{f\alpha_0} + (2 - S_{k0}) R_{b\alpha_0}]\} \cdots\cdots (12)$$

軸톨크 $T_{L\alpha}$는

$$T_{L\alpha} = \frac{P_{L\alpha}}{(1 - S_k) w_S} = \frac{P_\alpha - (W_{i\alpha} + W_M)}{(1 - S_k) w_S}$$

定格狀態運轉時의 定格톨크에 對한 比는

$$\frac{T_{L\alpha}}{T_{L1}} = \frac{P_{L\alpha}}{(1 - S_k) w_S} \Big/ \frac{P_{L1}}{(1 - S_1) w_S}$$
$$= \left\{\frac{P_\alpha - (W_{i\alpha} + W_M)}{(1 - S_k) w_S}\right\} \left\{\frac{(1 - S_1) w_S}{P_1 - (W_{i1} + W_M)}\right\}$$
$$= \frac{(1 - S_1)}{(1 - S_k)} \cdot \frac{\{P_\alpha - (W_{i\alpha} + W_M)\}}{\{P_1 - (W_{i1} + W_M)\}} \cdots\cdots (13)$$

效率 η는

$$\eta = \frac{P_{L\alpha}}{W_\alpha} = \frac{P_\alpha - (W_{i\alpha} + W_M)}{\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2 R_\alpha}$$
$$= \frac{\left(\frac{1 - S_k}{2}\right)\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2 (R_{f\alpha} - R_{b\alpha}) - (W_{i\alpha} + W_M)}{\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2 R_\alpha} \quad (14)$$

起動後 定格速度의 約 75 % 에서 遠心力스위치가 動作하여 補助卷線을 開路하기까지는 主卷線과 補助卷線은 電源에 對하여 並列回路(2 重電壓電動機境遇를 除外함)를 形成한다. 따라서 起動瞬間인 $S_k = 1$에서

$$\left.\begin{aligned}
&R_{f\alpha}(S_k=1) = R_{b\alpha}(S_k=1) = R' = \frac{x_\varphi{}^2}{x_{22}} \frac{1}{Q_2 + \left(\frac{1}{Q_2}\right)} \\
&X_{f\alpha}(S_k=1) = X_{b\alpha}(S_k=1) = X' = \frac{x_2 x_\varphi}{x_{22}} + \frac{R'}{Q_2}
\end{aligned}\right\} \cdots (15)$$

主卷線電流는

$$\dot{I}_{M\alpha} = \frac{\alpha \dot{V}}{\dot{Z}_{M\alpha}} = \frac{\alpha \dot{V}}{(r_{1m} + R') + j(x_{1m} + X')}$$
$$= \frac{\alpha \dot{V}}{\sqrt{(r_{1m} + R')^2 + (x_{1m} + X')^2}} \angle \tan^{-1} \frac{x_{1m} + X'}{r_{1m} + R'} \quad (16)$$

起動卷線電流는

$$\dot{I}_{A\alpha} = \frac{\alpha \dot{V}}{\dot{Z}_{A\alpha}} = \frac{\alpha \dot{V}}{(r_{A1} + a^2 R') + j(x_{A1} + a^2 X')}$$
$$= \frac{\alpha \dot{V}}{\sqrt{(r_{A1} + a^2 R')^2 + (x_{A1} + a^2 X')^2}} \angle \tan^{-1} \frac{x_{A1} + a^2 X'}{r_{A1} + a^2 R'} \quad \cdots\cdots (17)$$

起動電流는

$$\dot{I}_{S\alpha} = \dot{I}_{M\alpha} + \dot{I}_{A\alpha} = \frac{\alpha \dot{V}}{\dot{Z}_{M\alpha}} + \frac{\alpha \dot{V}}{\dot{Z}_{A\alpha}} = \alpha \dot{V}\left(\frac{\dot{Z}_{A\alpha} + \dot{Z}_{M\alpha}}{\dot{Z}_{M\alpha} \dot{Z}_{A\alpha}}\right) \quad \cdots\cdots (18)$$

定格狀態 運轉時와의 電流比는

$$\frac{\dot{I}_{S\alpha}}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_{M\alpha} + \dot{I}_{A\alpha}}{\dot{I}_1} = \alpha \dot{V}\left(\frac{\dot{Z}_{A\alpha} + \dot{Z}_{M\alpha}}{\dot{Z}_{M\alpha} \dot{Z}_{A\alpha}}\right) \Big/ \frac{\dot{V}}{\dot{Z}_1}$$
$$= \alpha \frac{\dot{Z}_1 (\dot{Z}_{A\alpha} + \dot{Z}_{M\alpha})}{\dot{Z}_{M\alpha} \dot{Z}_{A\alpha}} \cdots\cdots (19)$$

萬若 起動卷線이 開路된 狀態 即 $\dot{Z}_{A\alpha} = \infty$에서 運轉을 始作하였을 때 電流比는

$$\frac{\dot{I}_{S\alpha}}{\dot{I}_1} = \frac{\alpha \dot{V}}{\dot{Z}_{M\alpha}} \Big/ \frac{\dot{V}}{\dot{Z}_1} = \alpha \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_{M\alpha}} \quad \cdots\cdots (20)$$

主卷線電流와 起動卷線電流와의 相差角은

$$\varphi_\alpha = \varphi_{M\alpha} - \varphi_{A\alpha}, \quad \cdots\cdots (21)$$
$$\varphi_{M\alpha} = \tan^{-1} \frac{x_{1m} + X'}{r_{1m} + R'} \qquad \varphi_{A\alpha} = \tan^{-1} \frac{x_{A1} + a^2 X'}{r_{A1} + a^2 R'}$$

起動톨크는

$$T_{S\alpha} = 2 \, a I_{M\alpha} I_{A\alpha} R' \sin\varphi_\alpha = 2 \, a \cdot \frac{\alpha V}{Z_{M\alpha}} \cdot \frac{\alpha V}{Z_{A\alpha}} \cdot R' \sin\varphi_\alpha$$
$$\cdots\cdots (\text{syn watt})$$

定格負荷톨크와의 比는

$$\frac{T_{S\alpha}}{T_{L1}}=\frac{2\,a(\alpha V)^2R'\sin\varphi_\alpha}{Z_{M\alpha}Z_{A\alpha}(P_{L1}-W_{i\alpha}-W_M)} \quad \cdots\cdots(22)$$

(2—2) 誘導式 活用에 所要되는 諸定數의 決定

供試電動機로서 $\frac{1}{3}$ Hp, 115 V, 1725 RPM, 60 cycle, 4 極, 起動階級 L인 GE 製 分相起動型電動機 kit를 捲線한 것을 使用하였다.

無負荷試驗, 拘束試驗 및 抵抗測定結果 다음 定數를 얻었다(單位 ; Ohm).

$r_{1m}=1.723$ $x_{1m}=x_2=2.636$ $r_{A1}=8.748$

$r_2=1.97$ $x\varphi=46.285$ $x_{A1}=1.3$

鐵損은 電壓別로 (10)式에 依하여 分離하였으며 그림 (6)과 같다. $a=0.68$ 機械損 50 W를 別途 實驗에서 決定하였으며 電壓變動範圍를 85~135 V로 假定하고 $\alpha=0.74\sim1.174$ 사이에서 實施하였다.(機械損이 많은 것은 電動機Kit를 捲線組立한 것을 使用하였기 때문임)

表 1 無負荷損失分離

α	%slip	W_0	I_0	W_{0r1}	W_{0r2}	$W_{i\alpha}$	W_M
0.739	1.61	98	2.94	14.91	8.31	24.68	50
0.826	1.44	110	3.3	18.8	10.77	30.52	50
0.913	1.33	130	3.66	23.1	13	43.9	50
1	1.22	157.5	4.16	29.82	18.7	59.98	50
1,087	1.11	178	4.7	38.1	20.4	69.5	50
1,117	1	208	5.28	48	26.7	83.3	50

表 2 各定數計算値

$\%S_k$	$R_{f\alpha}$	$X_{f\alpha}$	$R_{b\alpha}$	$X_{b\alpha}$	$Z_{b\alpha}$
0	0	2,497	0.885	0.382	5.95/69.8
1.61	15.12	40.4	0.894	2.515	25.95/67.7
2.44	18.2	35.3	0.892	2.515	24.7/62.38
3.72	21.85	26.72	0.9	2.515	21.64/52.8
4.22	21.95	23.467	0.905	2.515	20.8/49.98
7.22	18.62	12.9	0.92	2.516	15.42/42.02
9.55	15.8	9.13	0.925	2.516	13.12/40.18
12.22	13.32	6.8	0.963	2.518	11.46/39.42

註 $r_1=1.723$ $x_1=2.57$

(2—3) 誘導式에 依한 計算實例

供試電動機에 對하여 上記 諸式을 利用한 計算實例를 表示하면 다음과 같다.

$\alpha=0.826$, 負荷톨크 約 80 % 일때 그림 (3)으로부터 $S_k=58.3$ % 를 얻는다(計算例에 引用된 部分은 各 特性曲線에서 △點으로 表示하였음).

式 (1′) (2′) (3) (3′) (15)에 依하여

$$R_{f\alpha}=\frac{(x_\varphi)^2}{x_{22}}\cdot\frac{S_kQ_2}{(S_kQ_2)^2+1}$$

$$=\frac{(46.285)^2}{48.92}\times\frac{0.0583\times24.8}{(0.0583\times24.8)^2+1}=20.61\ (\Omega)$$

$$X_{f\alpha}=\frac{x_2x_\varphi}{x_{22}}+\frac{R_{f\alpha}}{S_kQ_2}=\frac{2.635\times46.285}{48.92}$$

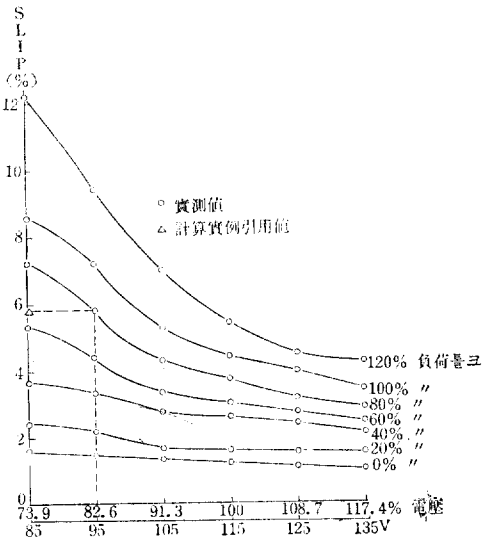

그림 3. α-Slip 特性曲線

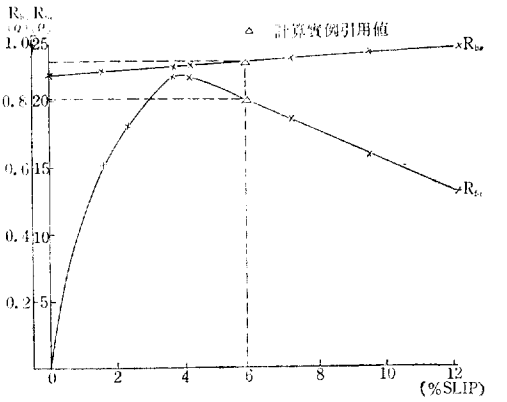

그림 4. Slip-$R_{f\alpha}$, $R_{b\alpha}$ 特性曲線

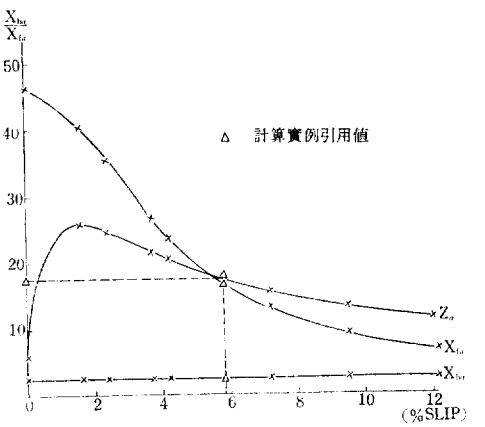

그림 5. Slip—$X_{f\alpha}$, $X_{b\alpha}$ Z_α 特性曲線

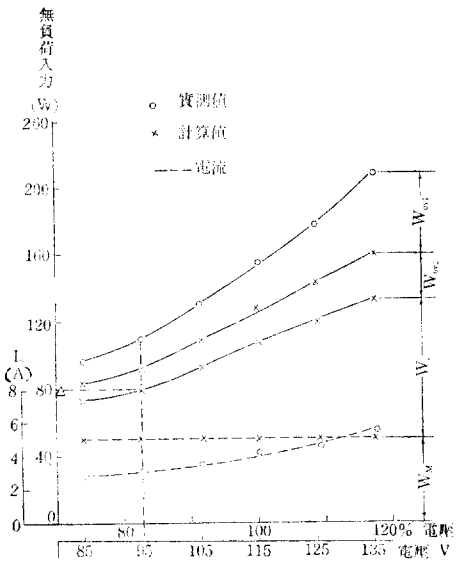

그림 6. 電壓에 對한 無負荷損失分離

$$+\frac{20.61}{0.0583\times24.8}=16.797\ (\Omega)$$

$$R_{b\alpha}=\frac{x_\varphi^2}{x_{22}}\cdot\frac{(2-S_k)Q_2}{\{(2-S_k)Q\}_2^2+1}=\frac{(46.285)^2}{48.92}\times\frac{1.9417\times24.8}{(1.9417\times24.8)^2+1}=0.909\ (\Omega)$$

$$X_{b\alpha}=\frac{x_2x_\varphi}{x_{22}}+\frac{R_{b\alpha}}{(2-S_k)Q_2}=\frac{2.635\times46.285}{48.92}+\frac{0.909}{1.9417\times24.8}=2.5158\ (\Omega)$$

$$\dot{Z}_\alpha=\left(r_{1m}+\frac{R_{f\alpha}}{2}+\frac{R_{b\alpha}}{2}\right)+j\left(x_{1m}+\frac{X_{f\alpha}}{2}+\frac{X_{b\alpha}}{2}\right)$$

$=1.723+0.5\times(20.61+0.909)+j\{2.63+0.5\times(16.797+2.51586)\}=12.485+j12.29=17.5/44.55°$

$Z_\alpha=17.5$

$R_\alpha=12.485$

$X_\alpha=12.29$

$$R'=\frac{x_\varphi^2}{x_{22}}\cdot\frac{Q_2}{Q_2^2+1}=\frac{(46.285)^2}{48.92}\times\frac{24.8}{24.8^2+1}=1.775\ (\Omega)$$

$$X'=\frac{x_2x_\varphi}{x_{22}}+\frac{R'}{Q_2}=\frac{2.635\times46.285}{48.92}+\frac{1.775}{24.8}=2.5715\ (\Omega)$$

$$\dot{Z}_{M\alpha}=(r_{1m}+R')+j(x_{1m}+X')=3.498+j0.5206=6.25/56.18°\ (\Omega)$$

$$\dot{Z}_{A\alpha}=(r_{A_1}+a^2R')+j(x_{A1}+a^2X')=9.498+j2.39=9.75/14.2°\ (\Omega)$$

$Z_{M\alpha}=6.25$　　$Z_{A\alpha}=9.75$　　$\varphi_\alpha\fallingdotseq41°$

$\dot{Z}_{M\alpha}+\dot{Z}_{A\alpha}=12.996+j7.6965=15.1/30.6°$

$|\dot{Z}_{M\alpha}+\dot{Z}_{A\alpha}|=15.1$

$\alpha^2=0.826^2=0.683$　$W_{i\alpha}=30.52(W)$,　$W_M=50(W)$,

定格狀態의 運轉下에서는 $\alpha=1$, $S_1=0.0445$ $T_{L1}=100$ % 이므로 上記過程의 計算을(또는 그림 3, 4, 5, 6의 1部를 利用) 通하여

$W_{i1}=59.98\ W$,　　$W_M=50\ W$

$R_{f1}=21.8\Omega$　　$X_{f1}=22.267\Omega$,　　$R_{b1}=0.905(\Omega)$

$X_{b1}=2.515(\Omega)$,　　$\dot{Z}_1=19.91/49$　　$R_1=13.0755(\Omega)$

$X_1=15.02(\Omega)$를 얻는다.

$$\frac{Z_1}{Z_\alpha}=\frac{19.91}{17.5}=1.14,\qquad \left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)^2=1.3,$$

$$\frac{1-S_k}{1-S_1}=\frac{1-0.0583}{1-0.0445}=0.987$$

$$\frac{R_{f\alpha}-R_{b\alpha}}{R_{f1}-R_{b1}}=\frac{20.61-0.909}{21.8-0.905}=0.943$$

$$\frac{R_\alpha}{R_1}=\frac{12.485}{13.07}=0.955$$

以上에서 求한 各 定數値로부터 定格狀態運轉時와의 特性値比를 求하여 본다.

(4′)式에 依하여 電流比는

$$\frac{I_\alpha}{I_1}=\alpha\left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)=0.826\times1.14=0.944$$

(6)式에 依하여 入力比는

$$\frac{W_\alpha}{W_1}=\alpha^2\left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)^2\frac{R_\alpha}{R_1}=0.683\times1.3\times0.955=0.846$$

(8)式에 依하여 發生톨크比는

$$\frac{T_\alpha}{T_1}=\alpha^2\left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)^2\left(\frac{R_{f\alpha}-R_{b\alpha}}{R_{f1}-R_{b1}}\right)=0.683\times1.3\times0.943=0.837$$

(9)式에 依하여 鐵損 機械損을 包含하였을 때의 回轉子出力比는

$$\frac{P_\alpha}{P_1}=\left(\frac{1-S_k}{1-S_1}\right)\alpha^2\cdot\left(\frac{Z_1}{Z_\alpha}\right)^2\left(\frac{R_{f\alpha}-R_{b\alpha}}{R_{f1}-R_{b1}}\right)=0.987\times0.683\times1.3\times0.943=0.79$$

(13)式에 依하여 定格負荷時와의 軸톨크比는

$$\frac{T_{L\alpha}}{T_{L1}}=\frac{(1-S_1)}{(1-S_k)}\left(\frac{P_\alpha-W_{i\alpha}-W_M}{P_1-W_{i1}-W_M}\right)=\frac{1}{0.987}\times\frac{272.5-30.52-50}{356-59.98-50}=0.79$$

(14)式에 依하여 效率은

$$\eta=\frac{P_{L\alpha}}{W_\alpha}=\frac{\left(\frac{1-S_k}{2}\right)\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2(R_{f\alpha}-R_{b\alpha})-(W_{i\alpha}+W_M)}{\left(\frac{\alpha V}{Z_\alpha}\right)^2R_\alpha}$$

$$=\frac{\left(\frac{1-0.0583}{2}\right)\left(\frac{0.826\times115}{17.5}\right)(20.61-0.909)-(30.92+50)}{\left(\frac{0.826\times115}{17.5}\right)^2\times12.485}$$

$=0.524$

(19)式에 依하여 起動電流의 定格負荷電流에 對한 比는

$$\frac{I_{s\alpha}}{I_1}=\alpha\cdot\frac{Z_1|Z_{A\alpha}+Z_{M\alpha}|}{Z_{M\alpha}Z_{A\alpha}}=\frac{0.826\times19.91\times15.1}{6.25\times9.75}=4.07$$

(22)式에 依하여 起動톨크의 定格負荷톨크에 對한 比는

$$\frac{T_{S\alpha}}{T_{L1}}=\frac{2a(\alpha V)^2R'\sin\varphi_\alpha}{Z_{M\alpha}Z_{A\alpha}(P_{L1}-W_{i\alpha}-W_M)}=\frac{2\times0.68\times0.826^2\times115^2\times1.775\times0.665}{6.25\times9.75\times(356-59.98-50)}=0.962$$

(2—4) 計算結果檢討

앞에서 例示한 計算結果는 實測値와 거이 一致하였으며 電壓變動率과 slip가 주어졌을때 在來의 方法보다는 諸特性計算이 더욱 簡便하고 또한 正確함을 알 수 있다.

電流比 (I_a/I_1)

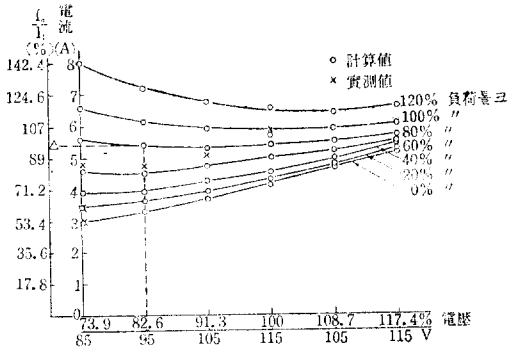

그림 7. 電壓—電流特性

그림 (7)에 나타나 있는 바와 같이 全負荷톨크以上이면 $\alpha<1$에서 電流는 急激히 增加한다. 따라서 過電流에 依한 電動機燒損의 原因이 될 수 있으며 $\alpha>1$에서의 運轉보다 $\alpha<1$에서의 運轉이 더욱 害롭다고 볼 수 있다.

定格電流의 1.25倍(密閉型은 1.15倍)에서 動作하는 過負荷保護裝置를 施設한 境遇 $\alpha<0.8$에서의 運轉은 頻繁한 起動, 停止로 因하여 運轉에 支障을 줄 것이다. 따라서 $\alpha<0.8$ 以下에서의 運轉은 避하여야 한다.

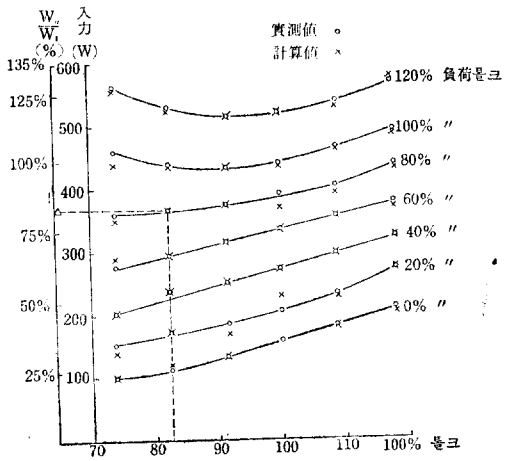

그림 8. 電壓—入力特性

入力比 $\left(\frac{W_a}{W_1}\right)$

그림 (8)에 나타나 있는 바와 같이 全負荷톨크의 約 80 %에 該當하는 負荷까지는 電壓에 比例하여 入力도 增加한다. 全負荷以上의 狀態에서는 定格電壓을 境界線으로 하여 電壓變動에 따라 入力이 增加한다.

入力의 見地에서 볼 때 $\alpha>1$인 運轉은 輕負荷일지라도 電力代金 增加를 招來할 것이다.

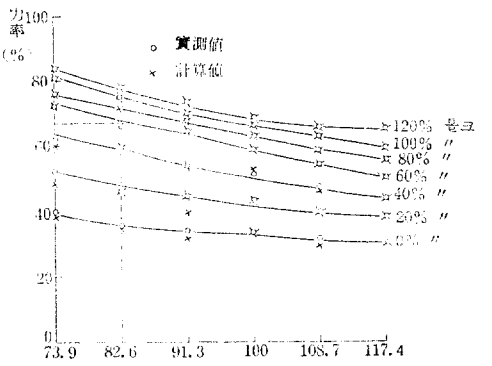

그림 9. 電壓—力率特性

能率 η

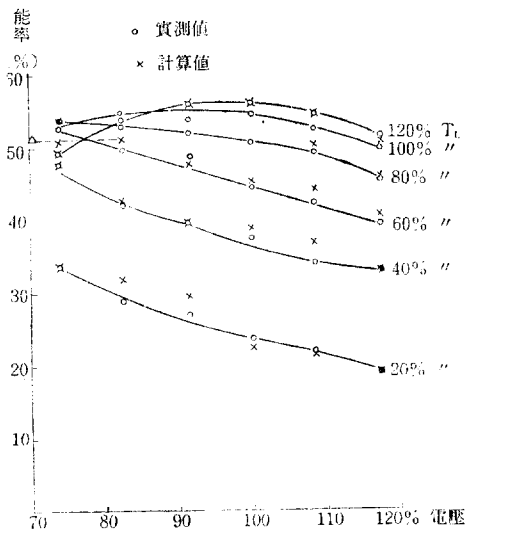

그림 10. 電壓—能率特性

그림 10에 나타나 있는 바와 같이 $\alpha=1$, 全負荷일때 能率이 가장 좋다. $\alpha<1$에서의 運轉은 輕負荷이면 能率은 좋으나 過負荷狀態에 이를 때는 顯著하게 低下한다.

톨크比 $\left(\frac{T_{L\alpha}}{T_{L_1}}\right)$

本 實驗中 負荷톨크는 各 變動電壓下에서의 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120 %를 負荷톨크를 維持하고 實施

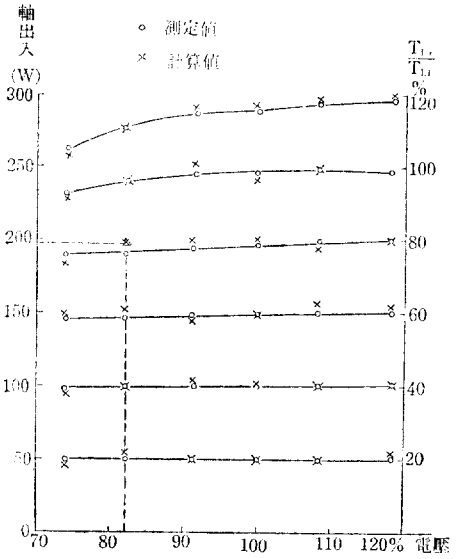

그림 11. 電壓—出力特性

하였으나 $\frac{T_{L\alpha}}{T_{L1}} \leqq 0.8$에서는 α에 關係없이 出力은 一定値를 얻을 수 있었다. 그러나 $\frac{T_{L\alpha}}{T_{L1}} > 0.8$ 狀態에서는 α가 減少할 때 諸損失의 增加로 因하여 軸出力은 顯著하게 減少한다.

起動電流와 定格電流와의 比 ; $\left(\frac{I_{S\alpha}}{I_1}\right)$

그림 (12)에서 볼 수 있는 바와 같이 α 增加에 따라 起動電流는 急激히 增加한다. 參考로 提示한 起動時間에 對한 그림 (13)과 比較할 때 $\alpha<1$에서의 起動은 起動時間의 增加를 招來한다.

$\alpha=0.74\sim0.117$ 사이에서 $I_{S\alpha}$는 約 370~590 % 까지 變化하며 適切한 配線下에서의 使用이 아니면 起動電流에 依한 瞬間的인 電壓降下는 起動토크의 減少로 因하여 起動이 不可能할 것이다.

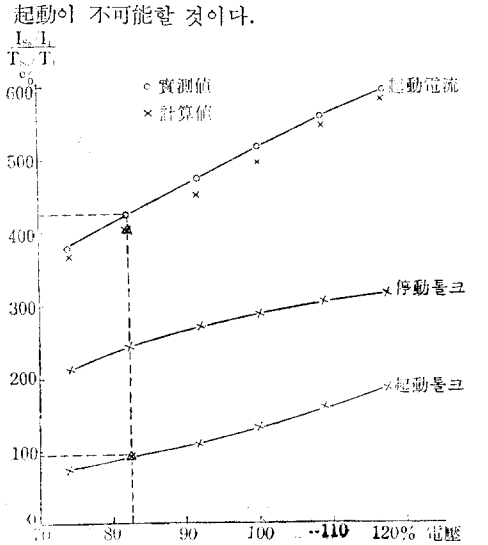

그림 12. 電壓—起動電流起動토크停動토크特性

起動토크와 全負荷토크와의 比 ; $\left(\frac{T_{S\alpha}}{T_{L1}}\right)$

그림 (12)에서 보는 바와 같이 $\alpha<0.9$에서는 $T_{S\alpha}<T_{L1}$이 되고 若干의 負荷일지라도 起動토크 不足으로 起動不能에 이를 수도있으며 可及的 $\alpha>0.8$에서의 運轉이 바람직하다.

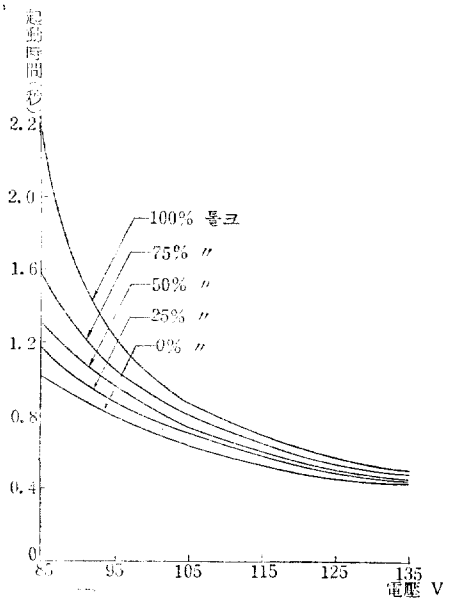

그림 13. 電壓에 對한 負荷變化時의 起動時間

Ⅲ. 結　論

以上에서 電壓과 slip가 주어졌을 때 單相誘導電動機의 負荷電流, 入力, 能率, 出力, 起動電流, 起動토크等 諸特性을 求하는 pre unit 公式을 誘導하고 本公式에 依한 計算結果를 實測値와 比較 檢討함으로써 本 公式의 實用性을 確認하였다.

그리고 電壓變動으로 因하여 定格電壓 以下에서의 運轉이 不可避할 때 特性上의 見地에서 可及的 維持하여야 할 電壓의 限界도 考察하였으며 分相電動機 以外의 單相誘導電動機에 對한 硏究는 다음 機會로 미루기로 한다.

本 論文作成에 있어 協調와 助言을 하여준 朴永文, 黃熙隆 兩先生의 厚意에 深甚한 謝意를 表합니다.

附錄

表 3

表 3　　電 源 電 壓　85 V　α=0.739

回轉數 (RPM)	Slip (%)	實測 또는 計算別	電 流 (A)	力 率 (%)	入 力 (W)	出 力 (W)	% 出 力	能 率 (%)	톨 크 (kg-m)
		實 測 値	2.94	39.22	98	0	0	0	0
1,771	1.61	計 算 値	3.1	38	100	0	0	0	0
		實 測 値	3.44	51.6	151	50	20.3	33.42	0.0276
1,756	2.44	計 算 値	3.44	48.3	141	47.36		33.5	0.027
		實 測 値	3.88	62.5	204	98.5	39.6	47.8	0.0556
1,733	3.72	計 算 値	3.92	60.5	201	95.4		47.5	0.056
		實 測 値	4.54	72.4	279	145.2	58.4	52.1	0.0832
1,704	5.33	計 算 値	4.7	72.2	288	146.5		51	0.087
		實 測 値	5.6	75.5	358	190	76.5	53.1	0.111
1,670	7.22	計 算 値	5.5	74.1	348	186.3		53.5	0.11
		實 測 値	6.6	82	460	231	92.4	53	0.139
1,628	9.55	計 算 値	6.5	81	449	227.2		51	0.13
		實 測 値	8	83	565	268	108	47.8	0.167
1,575	12.22	計 算 値	8.1	82.1	559	264		47.5	0.16

表 4　　電 源 電 壓　95 V　α=0.826

回轉數 (RPM)	Slip (%)	實測 또는 計算別	電 流 (A)	力 率 (%)	入 力 (W)	出 力 (W)	% 出 力	能 率 (%)	톨 크 (kg-m)
		實 測 値	3.3	35.1	110	0	0	0	0
1,774	1.44	計 算 値	3.85	34.2	114	0	0	0	0
		實 測 値	3.86	46.4	170	50	20.1	29.4	0.028
1,760	2.22	計 算 値	3.91	46.4	174	56.2		32.3	0.027
		實 測 値	4.2	59.5	235	99.5	39.8	42.1	0.0557
1,740	3.33	計 算 値	4.25	59	234	100		42.7	0.056
		實 測 値	4.58	67.7	295	147	59	49.7	0.0834
1,720	4.45	計 算 値	4.75	65.6	296	145.88		46	0.087
		實 測 値	5.4	71.2	365	193	77.5	52.9	0.111
1,695	5.83	計 算 値	5.4	71.2	367.5	191.98		52.3	0.112
		實 測 値	6.1	75.3	436	238	96.5	54.5	0.139
1,670	7.22	計 算 値	6.15	74.5	434	237.3		54.7	0.1384
		實 測 値	7.2	7.75	529	278	112	53.8	0.167
1,630	9.45	計 算 値	7.2	76.5	524	276.8		53	0.164

表 5　　電 源 電 壓　105 V　α=0.913

回轉數 (RPM)	Slip (%)	實測 또는 計算別	電 流 (A)	力 率 (%)	入 力 (W)	出 力 (W)	% 出 力	能 率 (%)	톨 크 (kg-m)
		實 測 値	3.66	33.8	130	0	0	0	0
1,778	1.33	計 算 値	3.9	32	132.5				
		實 測 値	3.9	44.45	182	50.2	20.1	27.7	0.0278
1,770	1.67	計 算 値	4	39	164	49		29.8	0.027
		實 測 値	4.26	52.6	250	99.5	40	39.8	0.0557
1,750	2.78	計 算 値	4.56	52.8	252.5	102		40.5	0.057
		實 測 値	4.7	63.8	310	149.2	60	48.7	0.0832
1,740	3.33	計 算 値	4.62	62	308	147		47.7	0.083
		實 測 値	5.37	66.8	374	195	78.5	54	0.111
1,723	4.27	計 算 値	5.07	66	372	190		53.5	0.101
		實 測 値	5.96	69.7	437	245	98.5	55.7	0.1385
1,705	5.28	計 算 値	5.94	69.6	434	252		58	0.1472
		實 測 値	6.8	72.4	517	286	115	55.7	0.1667
1,675	6.95	計 算 値	6.7	73	515	293		57	0.17

表 6　　電 源 電 壓　115 V　α=1

回轉數 (RPM)	Slip (%)	實測 또는 計算別	電 流 (A)	力 率 (%)	入 力 (W)	出 力 (W)	% 出 力	能 率 (%)	톨 크 (kg-m)
		實 測 値	4.16	32.9	157.5	0	0	0	0
1,778	1.22	計 算 値	4.33	32.2	160				
		實 測 値	4.3	42.5	210	50.3	20.2	23.6	0.0276
1,770	1,645	計 算 値	4.53	43.5	226	50.6		22.2	0.028
		實 測 値	4.54	50.7	265	100	40.3	37.9	0.0556
1,753	2.61	計 算 値	4.65	49.2	263.5	102.3		39	0.056
		實 測 値	4.9	59.2	333	149	60.3	44.7	0.088
1,745	3.06	計 算 値	5.02	57.3	330	150		45.5	0.087
		實 測 値	5.36	63.2	389	197	80	50.5	0.111
1,733	3.72	計 算 値	5.15	62.4	369	199		54	0.103
		實 測 値	5.74	66.7	440	246	98.9	54.6	0.1386
1,722	4.45	計 算 値	5.77	66	436	244		56	0.14
		實 測 値	6.7	67.2	518	289	116	55.8	0.166
1,700	5.45	計 算 値	6.66	68.3	519	294		56.7	0.168

表 7　　電 源 電 壓　125 V　α=1.087

回轉數 (RPM)	Slip (%)	實測 또는 計算別	電 流 (A)	力 率 (%)	入 力 (W)	出 力 (W)	% 出 力	能 率 (%)	톨 크 (kg-m)
		實 測 値	4.7	30.3	178	0	0	0	0
1,780	1.11	計 算 値	4.83	29.1	176	0	0	0	0
		實 測 値	4.8	38.08	228	50.5	20.4	22.18	0.0278
1,773	1.59	計 算 値	5	37.1	232	50.6		21.8	0.026
		實 測 値	5.04	46.4	292	100	40.5	34.21	0.055
1,756	2.44	計 算 値	4.96	46.5	288.2	100.7		37.2	0.058
		實 測 値	5.26	53.2	350	149	60.2	42.6	0.083
1,750	2.78	計 算 値	5.3	52.8	349	156		44.7	0.087
		實 測 値	5.5	58.6	403	198.3	80.4	49.2	0.112
1,743	3.16	計 算 値	5.52	56.5	393	196.8		50	0.107
		實 測 値	5.93	63.1	468	246	99.5	52.7	0.138
1,733	3.92	計 算 値	5.95	62.5	465	245.3		54.7	0.14
		實 測 値	6.43	66.7	538	294	119	54.7	0.166
1,719	4.5	計 算 値	6.32	66.2	528	298		56.5	0.169

表 8　　電 源 電 壓　135 V　α=1.117

回轉數 (RPM)	Slip (%)	定測 또는 計算別	電 流 (A)	力 率 (%)	入 力 (W)	出 力 (W)	% 出 力	能 率 (%)	톨 크 (kg-m)
		實 測 値	5.28	29.2	208	0	0	0	0
1,782	1	計 算 値	5.25	29.1	203	0	0	0	0
		實 測 値	5.3	37.58	270	50.6	20.5	18.75	0.0278
1,773	1.59	計 算 値	5.23	38.08	269	52		18.8	0.032
		實 測 値	5.5	43	321	100.7	43.3	35.35	0.0557
1,762	2.11	計 算 値	5.4	44.7	321	106		33.1	0.06
		實 測 値	5.7	49.5	380	150	60.6	39.5	0.0834
1,755	2.5	計 算 値	5.6	49.5	376	154		41	0.095
		實 測 値	6	54.6	442	199	80.5	45.1	0.111
1,748	2.88	計 算 値	5.95	54	438	203		46.4	0.12
		實 測 値	6.22	58.6	492	247.5	100	50.2	0.139
1,738	3.43	計 算 値	6.15	58.9	487	249		51	0.415
		實 測 値	6.6	64.2	570	295	120	51.8	0.167
1,723	4.27	計 算 値	6.6	64.9	575	298		52	0.174

表 9 起 動 特 性 및 停 動 톨 크

%電壓 (電壓V)	實測또는 計 算 別	起 動 力 電 流(A) 主卷線電流 $I_{M\alpha}$	補助卷線電流 $I_{A\alpha}$	合成起動電流 $I_{S\alpha}$	定格電流에 對한百分率(%)	起動톨크 (Syyn. Watt)	全負荷톨크에對한百分率 (%)	停 動 톨 크 速 度 (RPM)	停動톨크 (Syn. Watt)	全負荷톨크에對한百分率 (%)
73.9	實 測 値	14	8.7	21.5	378					
(85)	計 算 値	13.57 \56.18	8.62 \14.52	20.8 \40.2	364	187.5	74.2	1,400	565	230
82.6	實 測 値	15.5	10	24.5	430					
(9.5)	計 算 値	15.16 \56.18	9.63 \14.52	23.2 \40.2	407	236.2	96.4	1,450	630	256
91.3	實 測 値	17	11	27	474					
(105)	計 算 値	16.78 \56.18	10.62 \14.52	25.75 \40.52	450	286	116.1	1500	680	276
100	實 測 値	18.5	12	29.6	520					
(115)	計 算 値	18.32 \56.18	11.66 \14.52	28.18 \40.2	494	334	136	1,550	746	302
108.7	實 測 値	20	13	32	562					
(125)	計 算 値	19.92 \56.18	12.66 \14.52	30.6 \40.2	537	405.5	165	1,630	782	318
117.4	實 測 値	22	14	34	596					
(135)	計 算 値	21.55 \56.18	13.68 \14.52	32.98 \40.2	580	472	192	1,700	819	332

〔註〕 1. 定格電流는 銘板電流 5.7 A 基準임 2. 全負荷톨크는 246 Syn. Watt 基準임

表 10 起動時間測定値

電 壓	起 動 時 間 (秒) 0% 부하	25%부하	50%부하	75%부하	100% 부하
135 V	41/100	42.7/100	44/100	46.8/100	48.6/100
125 V	44.5/100	48/100	50/100	53.5/100	56/100
115 V	53.5/100	57.5/100	59.5/100	64.5/100	68.5/100
105 V	63/100	70/100	73/100	79.5/100	87/100
95 V	79/100	87/100	96/100	104/100	122/100
85 V	105/100	116/100	129.5/100	158/100	222/100

參考文獻

朴旻鎬, 誘導機器 東明社

Fitzgerald & Kingsley ; Electric Machinery

L.V. Bewley : Alternating Cuwent Machinery

C.G. Veinott : Theory & Design of Small Induction Motor

C.G. Veinott : Fractional Horsepower Electric Motors.