

數學教育 現代化에 對한 各國의 動向*

金 致 榮

現代數學教育의 世界的인 動向을 살피고 나아가서는 우리 나라가 앞으로 改革하여 나아가야 할 數學教育의 方向을 살피보기 위하여서는, 于先 只今까지 數學教育이 걸어진 자취를 간단히 살피볼 必要가 있다고 본다.

생각컨대 數學이라는 學問이 Euclid(紀元前 約 300年)의 손을 거쳐서 Euclid의 Elements(原名 *στοιχεια*) 13卷에 集大成되어 처음으로 學問의 體係를 갖춘 것은 紀元前 約 300年頃이다. 이때 부터 數學이라는 學問이, 西歐 教育史上 가장 重要한 一面을 차지하게 되었으며, 特히 오늘날과 같이 科學文明이 發達한 지금에 있어서는 數學教育의 重要性은 再言을 要치 않을 程度로 必要 不可缺의 것으로 되었다.

그러면 數學教育은 어떻게 變遷하여 왔는가? Euclid가 그의 原本(Elements)를 大成한 以後, 19世紀末에 이르기까지 約 2000餘年間 初, 中等學校의 數學教育에는 아무런 變遷도 없이 Euclid 原本을 歐羅巴全域에 걸쳐서 中學校 教科書로 使用하여 왔으며, 教材內容과 實生活에서의 應用面과의 關聯性은 全혀 念頭에 두지 않고 있었다. 다시 말하면 數學教育의 生活化라는 重要한 課題가 忘却되고 있었다. 따라서 같은 內容의 問題를 解決하는 데 있어서도 보다 現實에 適應되고 應用力이 깃든 方法이 있는 데도 不拘하고 이 方法을 使用하려 들지 않고, 오로지 Euclid時代로 부터 傳來해온 方法을 固守하므로서 數學의 尊嚴性을 지킬수 있는 것 같이 생각하여 왔다.

그러나 人類文化의 끊임없는 發展과 特히 科學文明의 漸次的인 發達は 數學教育으로 하여금 그 改革을 免치 못하게 하였다. 결국 19世紀末에 이르러서, 數學教育에 對한 批判과 檢討가 이루어지기 始作하였다.

이때 첫 烽火를 들고나온 것이 英國의 John Perry (Royal College of Science, London의 數學 및 力學 教授)이었다. 1901年, "Teaching of Mathematics"이라는 report에서 Perry는 처음으로 數學教育의 實用化를 부르짖은 것이다. 다시 말하면, 지금 우리가 말하는 生活數學을 強調하였던 것이다. 이 運動을 우리는 "Perry Movement"(Perry 運動)이라 부르고 있다. 이 Perry 運動은 全世界的으로 傳派되어 美國에서는 E.H. Moore(University of Chicago)가 이에 呼應하여 Moore를 中心으로 하여 數學教育의, 特히 專門學校 教育(College Education)에 있어서의 數學教育의 實用化, 生活化를 부르짖었고, 獨逸에서는 F. Klein이 中心이 되어 이미 1900年에 數學教育 改革에 關한 會合이 이루어졌으며, 여기서는 特히 graph의 導入, 函數概念의 導入等을 通하여 보다 그 時代의 要求에 符合되는 數學教育을 主張하고 나왔던 것이다.

이와같이 하여 "Perry Movement"의 思想은 全世界的으로 派及되어, "生活數學"이라는 標題下에, 1940年代까지, 數學教育은 生活化를 目標로 이루어져 왔던 것이다.

그러면 오늘에 이르러서의 數學教育이 生活數學으로서 그 任務를 다할 수 있을까? 이에 關하여서는 많은 深刻한 問題들이 提起되지 않을 수 없다. 그러면 여기서 잠시 이 問題를 살피보기로 하자.

우선 今世紀에 들어와 이 60餘年間に 걸쳐서의 科學의 發達は 말할 수 없으리만큼 急進的인 것이었다. 特히 近來에 와서의 宇宙開發에 있어서의 美, 蘇의 競爭은 그야말로 可能한 高度로 發達된 科學과 技術을 總動員한 것으로서 결국에 가서는 그 나라의 科學과 技術이 어느 水準까지 到達하고 있는가의 示威라고도 볼 수 있다.

* 1967. 3. 서울大學校 師範大學에서 있는 韓國數學教育研究會主催 S.M.S.G 세미나의 강연 내용임.

이와같이 科學과 技術이 高度로 發展하려면 거기는 반드시 現代數學(抽象화된 數學)이 絕對로 必要하게 된다. 假令 지금 現代物理學의 例를 하나 들어 보기로 하자.

17世紀에 이르러서 비로소 Galilei와 Newton에 의하여 古典力學이 完成되었다. 物理學이란 恒常 物理的 現象이 일어나는 空間을 必要로 하고 있다. Galilei나 Newton은 物理的 現象이 일어나는 空間을 絕對空間, 바로 哲學者 Kant가 생각하고 있던 三次元 Euclid 空間이라고 생각하였다. 이 三次元 Euclid 空間은 우리가 日常生活에서 實際로 經驗할 수 있는 空間으로서 따라서 또 여기서 사용되는 數學도 고작해야 導函數의 概念과 간단한 積分程度로서 充分히 그 力學問題를 解決할 수 있었으며, 결국 거기서는 現在 우리가 다루고 있는 抽象화된 現代數學은 必要치 않았다. 따라서 "Perry Movement"에서는 專門教育(College Education)에서도 初步의 Calculus를 古典的 方法으로 다루는 것을 겨우 主張하였을 뿐이었다.

그러나 人類의 科學文明이 일진일보함에 따라 實驗과 觀測이 보다 精密度를 加하여 왔으며, 따라서 過去에는 하나의 觀測誤差나 實驗誤差로서 無視되어 오던 것이 점차로 誤差의 限界가 좁아지고 나아가서는 觀測이나 實驗할 수 없던 現象까지도 正確히 그 內容을 알 수 있게 되었다. 이를테면 19世紀에 行하여진 Michelson-Morley의 光速을 測定한 實驗은, 光速이 Galilei 變換에 對하여 不變임을 立證하였고, 이것은 Einstein이 1905년에 發表한 特殊相對性理論의 正當性を 立證하여 주는 것이기도 하였다 또 水星의 近日點의 移動, 重力場에서의 光線의 歪曲等의 觀測은 1915년에 Einstein이 發表한 一般相對性理論의 正當性を 立證하는 觀測들인 것이다. 이와같이 高度로 精密화된 觀測에 依하여 새로 發見된 現象들은 Newton이 생각한 Euclid 空間의 現象으로 다루어서는 解決할 수 없게 되었다. 따라서 Einstein은 이를테면 重力場의 空間을 tensor 方程式으로 다음과 같이 表示하였다. 곧 Gauss의 曲率 tensor인 Rike를 Contract 해서 생기는 Ricci tensor $R_{jk}=R^i_{jki}$ 를 使用하여

$$R_{jk}=\lambda R_{jk}\dots\dots\dots(1)$$

라 하므로서 重力場을 特徵지은 것이다.

이 tensor 方程式 (1)은 Newton의 萬有引力의 法則에 해당되는 것으로서, Newton의 萬有引力의 法則은 Euclid 三次元空間內的 現象으로서 우리가 直觀的으로 파악할 수 있지만 이 法則이 (1)식과 같이 보다 一般化되는 境遇에는, 거기 따르는 空間이 벌써 Euclid 空間이 아니고, Riemann 空間으로 變하고, 따라서 거기 사용되는 物理學的 量의 表現이 加速度나 質量이라는 간단한 概念이 아니고, tensor라는 보다 抽象화된 概念으로 代置되게 된다는 사실을 우리는 注目하지 않을 수 없다.

그러면 여기서는 巨視的인 面을 떠나서 다시 微視的인 現象을 살펴보기로 하자. 歷史적으로 생각할 때, M. Plank의 量子假說을 出發點으로 하여 展開된 量子力學은 物理學的 現象이 일어나는 空間을 Hilbert 空間으로 간주하고, 物理學的 量을 이 Hilbert 空間에서의 linear operator로서 表現하고 있다. 잘 아는 바와 같이 Hilbert 空間은 Riemann 空間보다도 보다 抽象화된 空間으로서 이 空間에서의 點은 無限數列 $\langle x_1, x_2, \dots, x_n, \dots \rangle$ 으로서 그 제곱級數인 $\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2$ 가 收歛하게 되는 그런 數列로서 表現되며, 數學적으로 생각할 때 여기서 가장 重要한 役割을 하는 것은 linear operator인 것이다. 이 linear operator 全體가 또 하나의 linear space를 이루게 되며 이것을 우리는 dual space라고 부르고 있다. 只今 現代 抽象화된 解析學에서 가장 큰 比重을 차지하고 있는 汎函數論(Functional analysis)이 바로 이 linear topological space와 그 dual space의 理論인 것이다.

이와같이 생각하여 볼 때, 現代物理學이 高度의 測定技術을 要求하는 原子物理學으로 發展하려면은 그 現象을 說明할 수 있는 道具인 數學은 가장 抽象화된 現代數學의 힘을 빌지 않고서는 도저히 不可能하게 되었다.

以上으로서 現代物理學을 展開하려면 거기서는 高度로 抽象화된 現代數學이 絕對로 必要하다는 것을 잘 알 수 있다. 이러한 事實은 비단 物理學에서 부디치게 되는 現象은 아니다. 다른 모든 自然科學에서도 程度의 差異는 있을지 몰

타도 역시 마찬가지이다.

이에 관련해서 우리는 現代數學이 科學의 基礎로서 擔當하고 있는 役割이 얼마나 크다는 것을 端的으로 指摘한 Stone 博士의 講演을 여기 紹介하지 않을 수 없다. 現代 函數解析學의 碩學인 Stone 教授는 1963年 11月 30日에 行한 OEEC seminar에서 다음과 같은 말을 하고 있다.

“現代數學은 物理, 化學, 生物學, 遺傳과 人口問題 및 經濟學, 心理學, 社會學 등 모든 新興分野에서 必要不可缺의 手段으로 되어 있으며, 지금으로부터 20年만 더 지난다면, 모든 分野에서 現代數學의 徹底한 修學없이, 어떤 研究도 이루어질 수 없게 될 것이다.”

이와같은 現代數學의 必要性은 人工衛星에 依한 人類의 달征服競爭에서 더 큰 자극을 받게 되었다.

이러한 見地에서 볼 때 數學教育이 現代數學에 로의 approach를 서둘러진 것은 當然한 것이 아닐 수 없다. 이에 美國을 先頭로 하여 歐羅巴의 여러 先進國들에서 數學教育의 現代化라는 問題를 크게 내걸고서 數學教育의 現代化를 爲한 研究에 着手한 것은 지금으로부터 約 10餘年前부터의 일이다. 그러던 여기서는 各國에서의 活動을 于先 概觀하기로 하자.

美 國

美國에서 數學教育에 現代化를 위하여 많은 研究를 하고 있는 團體는 10餘團體가 넘으며 여기서는 그중 重要한 것만 추려서 그 活動狀況 및 그 業績에 關하여 紹介하기로 하자.

SMSG

1958年 National Council of Teachers of Mathematics(全 美數學敎員協會) Mathematical Association of America(美國數學協會) 및 American Mathematical Society(美國數學會)의 會長들이 모여서 SMSG(School Mathematics Study Group)를 組織하기 위하여 敎育學者, 大學의 數學者, 中等校數學敎師等 斯界의 權威者 百餘名을 總網羅하여 參加시키고 이 會의 委員長으로서는 Yale 大學의 E.G. Begle로 하여금 責任을 맡게하여 數學教育의 現代化를 目標로 하여 그 活動을 開始한 것이다.

이 SMSG의 活動을 위하여 美國의 National Science Foundation에는 每年 1,200,000 弗의 財政的援助를 負擔하여 왔으며, 따라서 그 活動과 業績이 美國全國의 最 으뜸가는 團體로서 여기서 나온 Texts만도 60餘種에 달하고 있으며, 그 內容도 極 훌륭한 것이 많다고 본다. 따라서 우리가 美國의 數學教育의 現代化를 위한 活動을 살피려면 于先 SMSG의 內容을 알아야하며 따라서 今番 우리 韓國 數學教育研究會에서도 이 SMSG에 關한 Seminar가 絕對로 必要하다고 보기에, 이번 會晤를 갖게 된 것이다.

따라서 그 仔細한 內容에 關하여는 이 Seminar가 進行되는데 따라 밝혀지겠지만 여기서는 간단히 그 text 全體의 outline만을 紹介하기로 한다.

이 SMSG의 敎育目標는

i) curriculum을 現代의 으로 改善하고 數學의 基本概念과 數學의 構造를 明示하는데 重點을 둘 것.

ii) 이를 基礎로 하여 基本的 技能을 練磨시킬 것.

iii) 從來보다도 보다 많은 生徒에게 數學의 學習을 指導할 것.

iv) 새로운 數學을 가리키려는 敎師에게 最大限의 援助를 提供할 것.

以上과 같은 目標아래 text를 作成하였는데 이를 執筆하는 데 있어서는 心理學者, 數學者, 生物學者, text 作成者 및 高校敎師의 協力에 約 100餘名의 數學者가 參加하여, 1959~60年 사이에 7~12學年의 text 및 敎師用 指針書가 이루어졌고, 이 text의 適合性을 알아보기 위하여 400名의 敎師를 動員하여 42,000名 以上の 學生들에게 이를 실제로 實驗을 하고 이를 土臺로 하여 다시 text의 內容을 再檢討하여 改訂된 것이 우리가 지금 말하는 SMSG text인 것이다.

敎科書는

i) Mathematics for Junior High School (7,8學年用) 第一卷(I, II部), 第二卷(I, II部)

ii) 第9學年에서 12學年用

a) First Course in Algebra(9年用) I, II部

- b) Geometry(10年用) I, II部
- c) Intermediate Mathematics(11學年用) I, II部
- d) Elementary Function(12年用) I部
- e) Introduction to Matrix Algebra(12年用) I部

以上 7種이 中·高校用 教科書이며, 아 外에도 底能力 學生을 위한 6卷의 冊이 執筆되어 있다.

- a) Introduction to Secondary School Mathematics(7, 8年用) 第一卷 (I, II部), 第二卷 (I, II部)
- b) Introduction to Algebra(9~10年用)
- c) Geometry with coordinates(11年用)

이 外에도 國民校用으로 Mathematics for Elementary School 이 나와 있다.

이 教科書의 特徵은

i) 統合 많은 基本的統合概念을 導入하여, 이로서 從來의 孤立的으로 서로 關聯性없이 다루어졌던 概念을 統合하고 數學의 構造를 明示하려고 努力함.

ii) 嚴密 陣述 및 內容의 正確한 表現 및 可能한 限 論理的 嚴密性을 期하려고 努力하였다.

iii) 現代化 從來의 數學을 現代의으로 取扱하며, 在來의 不必要한 內容을 버리고, 必要한 것만을 現代의 立場에서 適切히 다루려함.

UICSM

이 UICSM (University of Illinois Committee on School Mathematics)는 1957年 10月에 發足한 數學委員會로서 이미 1953年에 實驗教科書를 만들어서 數學教育의 現代化를 위하여 努力을 기울인 團體로서 SMSG와 함께 美國에서는 가장 큰 業績을 내고 있다.

Illinois 大學의 Max Beberman 이 委員長으로서 活躍하고 있으며, 資金은 처음 3年間은 Illinois 大學에서 500,000 弗을 提供하였고, 그 후로는 카네기 財團에서 그 財政의 後援을 擔當하여 第7學年에서 第12學年用까지의 實驗教科書를 11單元으로 細分하여 作成하였으며, 10年間이나 實驗을 하여서 얻은 훌륭한 資料인 것이다. 여기서 注意하여 들 것은 이 教科書는 “選出된 特定人”을 위한 教材라는 것 다시 말하여 美國의 理工系 要員의 資質을 向上시키고 또 그 數를 增加

시키기 위한 要請을 充足시키기 위한 計劃이라는 것이다. 따라서 그 內容이 SMSG에 比하여 보다 大膽하게 現代數學에 approach하려고 하고 있으며 따라서 그 取扱方法도 SMSG 보다는 現代化의 方向이 뚜렷하게 提示되어 있다는 事實이다.

여기서 그 內容인 11個의 單元을 提示하면 아래와 같다.

單元 1 實數의 算術	}	第9學年用
單元 2 一般化와 代數的演算		
單元 3 方程式과 不等式		
單元 4 順序雙과 Graph	}	第10學年用
單元 5 關係와 函數		
單元 6 幾何學	}	第11學年用
單元 7 數學的 歸納法		
單元 8 數列		
單元 9 初等函數—累乘, 指數, 對數函數	}	第12學年用
單元 10 圓函數와 三角法		
單元 11 整數와 複素數	}	第12學年用

이 UICSM의 教育目標도 SMSG와 大同小異 하지만 SMSG보다 特히 強調된 點은 “數學을 學生 스스로가 發見하도록” 다시 말하면 “發見의 方法” 重要視하고 있다는 것이다. 따라서 거기서 부과되는 演習問題도 “探究的練習”(exploratory exercises)라 부르고 있다. 即 이와같은 練習을 반복하는 사이에 學生 스스로가 가장 能率的인 方法을 自覺하게 되고 곧 short cut(가까운 길)를 發見하게 되는 것이라고 보고 있다. 따라서 하나의 數學의 概念을 抽象하는데 많은 時間의 消費를 아끼지 않고 있다.

其他團體

SMSG, UICSM 以外에서 UMMaP, Ball State, Boston College Programs 의等, 여기서 일일이 그것을 모두 列擧할수는 없으므로 마지막에다 原文으로 各 Program의 內容만을 紹介하여 讀者에게 偏宜를 提供하기로 하겠다.

以上에 본바에 依하여 美國에서 主張되고 있는 數學教育의 現代化의 몇가지 特徵을 추려본다면

i) 基本的 統合概念(集合概念, 關係概念같은 現代數學의 概念을 導入하여 全體를 統一的을 다룬다.

ii) 數學의 Structure(특히 代數의 構造)에 重點을 둔다.

iii) 論理的 嚴密性을 強調한다.

iv) Approach의 方法으로서 教材의 螺旋的 配列

v) 學生의 創造力 開發의 重點 등을 말할 수 있다.

歐羅巴

그러던 다음은 歐羅巴에서 數學教育의 現代化의 傾向을 살피보기로 하자. 그러기 위해서는 OEEC 關聯國들의 것을 살피는 것이 가장 恰當이라고 생각된다.

1959年 OEEC(Organization of European Economic Cooperation)(歐州經濟協力機構)의 發案으로 數學教育 특히 中等數學教育의 改善을 目的으로 두 活動 곧 Seminar와 調查가 行하여졌다.

1959年 11月 23日~12月 4日 사이에 佛蘭西 Paris의 近處인 Royaumont에서 英, 佛, 獨等 17個國이 參加하여 數學教育의 改革에 關한 Seminar가 開催되었고 이 Seminar의 調查報告書로서 "New Thinking in School Mathematics"가 나오게 되었다.

이 Seminar는 3分科會로 構成되어 다음과 같다.

- 第一分科 數學에서의 새로운 思考方成
議長 J. Dieudonné
- 第二分科 數學에서의 새로운 思考方式
議長 H. F. Fehr
- 第三分科 改革의 實施
議長 M.P. Theron (佛 文敎部)

이 Seminar에서 Dieudonné의 提案을 要點을 살피보면

1. 現代數學의 大膽한 導入
2. 現代數學의 approach를 위하여 在來의 教材의 大膽한 削除
3. 論理的 嚴密性의 保障
4. 代數의 構造와 現代의 方法의 重要視

以上에서 列擧한 바와 같이 Dieudonné는 現代數學에로의 approach로서 너무도 과격한 革命的인 意見을 提出하여 一部の 反對에 부딪히게도 되었다.

생각컨대 20世紀에 이르러 數學의 各分野에서

의 質的 量的인 發展이 너무도 엄청나게 이루어졌으므로, 우리가 한 個體의 一生을 통하여 이 방대한 文化財를 모두 消化하여 이를 다시 後世에 傳達하기에는 個個人의 力量이 너무도 微弱하게 되었다. 따라서 이 文化財를 傳修하여 進一步시켜서 後孫에 傳達하는 數學教育事業은 在來式 教育方式에 依據하여 가지고는 도저히 不可能하게 된 것이다. 따라서 우리는 果敢하게 現代의 方法을 導入하여 在來의 不必要한 部分(이를테면 Euclid 幾何의 必要없는 어려운 證明問題같은 것)을 削除하고 現代數學의 바탕이 되는 必要한 部分을 統合的인 方法에 依하여 再配列하므로써 感用力과 創造力을 培養할 수 있도록 그 structure에 重點을 둔 curriculum의 形成이 絕對로 必要하게 되었으며, 따라서 Dieudonné는 自己報告에서, "Euclid 幾何를 數學教育에서 除去하라"라고 發言을 하게까지 이른 것이다.

지금 이 OEEC 關係國에서 提示되고 있는 Curriculum의 內容을 綜合하여 要約하여 보면,

1. Set의 概念과 relation의 概念과 같은 現代數學의 武器를 대담하게 구사하여 綜合的인 方法論의 導入
2. Operation을 基礎로 한 Algebraic Structure를 明示하기 위하여 群, 環, 體의 概念의 導入
3. 過去의 論證의 方法 곧 演譯的 證明法의 陶冶를 目的으로 하던 Euclid 幾何는 이를 大幅의 으로 削除하고 이를 Vector 空間과 Algebraic Structure를 通하여 訓練하며 幾何의 運動概念을 變換으로 다루고 따라서 여기서 Matrix를 導入하여 Affine 變換, Affine Geometry를 導入하고, Euclid 幾何는 Phytagoras의 定理과 measure에 관한 問題程度로 이를 制限한다.
4. 集合論을 土臺로 Probability space를 導入하고, 나아가서 統計에서 sample space E에서의 events가 σ -Algebra임을 利用하여 確率 統計를 公理論의으로 取扱.
5. 極限概念을 導入하여 函數의 微分, 積分을 比較的 엄밀히 다루는 한편 나아가서는 函數의 連續性, 增減, 大小關係, Taylor 級數의 構造 등을 有理函數, 初等函數에서 다룬다.

以上으로 OEEC 加盟國에 關한 概觀은 간단히

끝마치기로 하고 마지막으로 日本數學教育의 現代化運動에 關하여 一言하여 두기로 하자.

日 本

日本에서도 이 數學教育의 現代化를 위한 研究機關으로서 1958年 5월에 日本數學教育會內에 “教育課程研究委員會”가 組織되어 研究를 進行해 오던 中, 數學教育의 改革의 緊急性과 客觀的 情勢의 變遷함에 따라 이 組織을 強化하여 1963年 2월에 “數學科教育課程研究委員會”라는 名稱下에 再出發하여 오늘에 이르기까지 다음과 같은 目標아래 研究를 계속하고 있다.

第一分科會

i) 지금 各國에서 數學教育의 現代化가 어떤 背景 밑에서 어떤 方向으로 行하여지고 있는가?

ii) 또 指導內容이 具體的으로 어떤 變革이 이루어지고 있는가?

第二分科會

日本の 現況을 調查分析한다.

第三分科會

數學教育의 基礎的 研究, 教育課程을 編成하고 실천하는 境遇에 있어서 根據로 될 基礎的 科學的 研究를 教育學, 心理學과 같은 面에서 찾아본다.

以上과 같은 組織과 方向 밑에 研究가 進行된 結果 1966年 2월에 그 研究結果를 綜合한 報告書가 單行本으로 “數學教育의 現代化”라는 標題 아래 刊行되었다. 여기서는 紙面上 關係로 이를 紹介하는 것은 省略하기로 한다.

以上과 같이 간단히 各國에서 進行되고 있는 數學教育에 關한 改革의 現況을 살펴보았지만, 여기서 우리가 의당 論하야 될 問題는 우리나라의 數學教育의 改革에 關한 現況이 어떠한가? 또 앞으로 어떻게 나아가야 하겠는가? 하는 問題가 우리에게 가장 심각한 問題로서, 우리 韓國數學教育研究會의 앞으로 使命과 그 責任이 몹시 크고 무거움을 새삼 느끼면서 이러한 問題들에 대한 좋은 研究와 成果가 앞으로 이루어지도록 努力하는 일만이 우리에게 解決의 열쇠를 준다고 본다.

마지막으로 美國에서 組織되어 活動中인 團體 및 團體가 내건 Curriculum을 紹介하여 두기로 한다.

THE MATHEMATICS CURRICULUM OUTLINES OF THE PROGRAMS

University of Maryland Mathematics Project

Mathematics for the Junior High School

First Book

1. Systems of Numerration
2. Symbols
3. Properties of Natural Numbers
4. Factoring and Primes
5. The Numbers One and Zero
6. Mathematical Systems
7. The Number System of Ordinary Arithmetic
8. Points, Lines, Curves and Planes
9. Logic and Number Sentences
10. The System of Integers Under Addition
11. Plane Figures I
12. Scientific Notation for Arithmetic Numbers
13. Plane Figures II

Second book

1. Chance
2. The System of Rational Numbers
3. Logic and Number Sentences
4. Equations
5. A System of Number Phrases
6. Factoring and Products in the System of Number Phrases
7. Fractional Number Phrases
8. The System of Real Numbers
9. Graphs on a Plane
10. Proofs and Equations in the System of Real Numbers
11. Plane Figures III
12. Measures, Estimates and Approximates
13. Averages

School Mathematics Study Group

Mathematics for Junior High School

Volume I (Grade 7)

1. What is Mathematics?

2. Numeration
3. Whole Numbers
4. Non-Metric Geometry
5. Factoring and Primes
6. The Rational Number System
7. Measurement
8. Area, Volume, Weight and Time
9. Ratios, Percents and Decimals
10. Parallels, Parallelograms, Triangles and Right Prisms
11. Circles
12. Mathematical Systems
13. Statistics and Graphs
14. Mathematics at Work in Science

Volume II (Grade 8)

1. Rational Numbers and Coordinates
2. Equations
3. Scientific Notation, Decimals and the Metric System
4. Constructions, Congruent Triangles and the Pythagorean Property
5. Relative Error
6. Real Numbers
7. Permutations and Selections
8. Probability
9. Similar Triangles and Variation
10. Non-Metric Geometry
11. Volumes and Surface Areas
12. The Sphere
13. What Nobody Knows about Mathematics

First Course in Algebra (Grade 9)

1. Sets and the Number Line
2. Numerals and Variables
3. Sentences and Properties of Operations
4. Open Sentences and English Sentences
5. The Real Numbers
6. Properties of Addition
7. Properties of Multiplication
8. Properties of Order
9. Subtraction and Division for Real

Numbers

10. Factors and Exponents
11. Radicals
12. Polynomial and Rational Expressions
13. Truth Sets of Open Sentences
14. Graphs of Open Sentences in Two Variables
15. Systems of Equations and Inequalities
16. Quadratic Polynomials
17. Functions

Geometry (Grade 10)

1. Common Sense and Organized Knowledge
2. Sets, Real Numbers and Lines
3. Lines, Planes and Separation
4. Angles and Triangles
5. Congruences
6. A Closer Look at Proof
7. Geometric Inequalities
8. Perpendicular Lines and Planes in Space
9. Parallel Lines in a Plane
10. Parallels in Space
11. Areas of Polygonal Regions
12. Similarity
13. Circles and Spheres
14. Characterization of Sets; Constructions
15. Areas of Circles and Sectors
16. Volumes of Solids
17. Plane Coordinate Geometry

Intermediate Mathematics (Grade 11)

1. Number Systems
2. An Introduction to Coordinate Geometry in the Plane
3. The Function Concept and the Linear Function
4. Quadratic Functions and Equations
5. Complex Number Systems
6. Equations of the First and Second Degree in Two variables
7. Systems of Equations in Two Variables
8. Systems of First Degree Equations in Three Variables

9. Logarithms and Exponents
 10. Introduction to Trigonometry
 11. The System of Vectors
 12. Polar Form of Complex Number
 13. Sequences and Series
 14. Permutations, Combinations and the Binomial Theorem
 15. Algebraic Structures
- Elementary Functions (Grade 12)
1. Functions
 2. Polynomial Functions
 3. Tangents to Graphs of Polynomial Functions
 4. Exponential and Logarithmic Functions
 5. Circular Functions
- Introduction to Matrix Algebra (Grade 12)
1. Matrix Operations
 2. The Algebra of 2×2 Matrices
 3. Matrices and Linear Systems
 4. Representation of Column Matrices as Geometric Vectors
 5. Transformations of the Plane

Ball State Teachers College Experimental Program

Introduction to Mathematics

Unit One Symbols and Numerals

1. Symbols
2. History of Numerals
3. Place Value and Bases
4. Base Ten

Unit Two: Rational Numbers

5. Definitions
6. Basic Principles of Addition and Multiplication
7. Factors and Prime Numbers
8. Number Pairs, Fractions and Rational Numbers
9. Subtraction and Division
10. Inequalities and the Number Line
11. Applications

Unit Three: Real Numbers

12. Decimal
13. Irrational Numbers
14. Real Numbers
15. The Real Line

Unit Four; Algebra

16. Sets and Variables
17. Two Variables and Graphs
18. Negative Numbers
19. Inequalities, the Number Line and Infinite Sets
20. "Story" Problems

Unit Five; Geometry

21. General Principles
22. Measurement
23. Plane and Space Figures
24. Perimeter, Area and Volume
25. Similar Triangles and Trigonometry

Algebra I

1. Sets and Counting
2. Symbols of Arithmetic and Algebra
3. Logic
4. Addition and Multiplication
5. Subtraction
6. The Integers
7. Some Applications of the Integers
8. Division
9. The Rational Numbers
10. Computing with Rational Numbers
11. Sentences, Relations, Graphs and Functions
12. Polynomials
13. Equations Involving Several Variables
14. Extensions of the Rational Number System
15. Real Numbers
16. Quadratic Equations
17. Similar Triangles and Trigonometry

Geometry

1. Introduction

2. Logic
3. Concerning Lines
4. Congruence of Segments
5. Measurement of Segments
6. Congruence of Angles and Triangles
7. Use of the Congruence Theorems
8. Parallel Lines
9. Similarity of Triangles and Polygons
10. Area
11. Circles and Regular Polygons
12. Measurement of Angles and Arcs
13. Loci and Sets
14. Space Geometry
15. Analytic Geometry
16. Philosophy of Mathematics

University of Illinois Committee on School

Mathematics

Unit Descriptive Title

1. The Arithmetic of the Real Numbers
2. Generalizations and Algebraic Manipulation
3. Equations and Inequations
4. Ordered Pairs and Graphs
5. Relations and Functions
6. Geometry
7. Mathematical Induction
8. Sequences
9. Exponential and Logarithmic Functions
10. Circular Functions and Trigonometry
11. Polynomial Functions and Complex Numbers

Boston College Mathematics Series

Sets, Operations and Patterns Course 1

1. Development of Counting
2. Concept of a Set: Introductory Treatment
3. Operations. Addition, Multiplication, Division and Subtraction with Natural Numbers
4. Concept of a Relation
5. Concept of a Proof

6. Inverse Operations
7. Module Systems
8. Variables: Concept and Use
9. Equations. Linear Equations in One Variable, Solution Set
10. Treatment of Sets as a Mathematical Structure Switching Circuits
11. Introduction to Measurement and Geometry
12. Tables: Primes, Factor Lattices

SOURCES OF INFORMATION AND MATERIALS

Commission on Mathematics

College Entrance Examination Board

425 West 117th Street

New York 27, New York

For copy of report:

Commission on Mathematics

College Entrance Examination Board

c/o Educational Testing Service

Princeton, New Jersey

School Mathematics Study Group

Director: E.G. Begle

Stanford University

Stanford, California

For texts and teachers commentaries:

Yale University Press

School Mathematics Study Group

32A Yale Station

New Haven, Connecticut

For other SMSG publications:

School Mathematics Study Group

Box 2029 Yale Station

New Haven, Connecticut

University of Illinois Committee on School

Mathematics

Director: Max Beberman

1208 West Springfield Street

Urbana, Illinois

Secondary School Curriculum Committee

National Council of Teachers of Mathematics

Chairman: Frank B. Allen
1201 Sixteenth Street, N.W.
Washington 6, D.C.

Ball State Teachers College Experimental
Mathematics Program

Director: Charles Brumfiel
Ball State Teachers College
Muncie, Indiana

Boston College Mathematics Institute

Director: Rev. Stanley Bezuszk, S.J.
Boston College
Chestnut Hill 67, Massachusetts

Developmental Project in Secondary
Mathematics

Directors: Morton R. Kenner and Dwain
E. Small
Southern Illinois University
Carbondale, Illinois

Minnesota National Laboratory for the
Improvement of Secondary School Mathematics

Director: P.C. Rosenbloom
Department of Education
301 State Office Building
St. Paul, Minnesota

Report on the Place of Science and Mathemat-
ics in the Comprehensive Secondary School
Program.

National Association of Secondary School
Principals

(Bulletin, issue of September, 1958)
1201 Sixteenth Street, N.W.
Washington 6, D. C.

Committee on the Undergraduate Program in
Mathematics

Mathematical Association of America

University of Maryland Mathematics Project

Director: John R. Mayor
College of Education
University of Maryland
College Park, Maryland
or University of Buffalo
Buffalo, New York
or Prot. R.C. Buck
Mathematics Department
University of Wisconsin
Madison, Wisconsin

ELEMENTARY CURRICULUM

There are four major endeavors to improve
mathematics in elementary school school. The
names and addresses of the directors are as
follows;

Dr. E. G. Begle
School Mathematics Study Group
Stanford University
Stanford, California

Dr. Rebort Davis
Madison Project
Syracuse University
Syracuse, New York

Dr. Patrick Suppes
Stanford University
Stanford, California

Dr. David Page
University of Illinois Arithmetic Project
College of Education
University of Illinois
Urbana, Illinois

(延世大學校理工大學)