自然數의 導入에 關하여

李 鏞 律

1. 緖 言

우리들 周圍에는 「現代化」니 하는 말이 많이 떠돌고 있다. 그 現代化는 近來에 와서 大體로 數學의 敎育課程을 다음과 같은 몇가지 即

- 集合槪念의 養成
- 函數的인 思考方法의 強化
- 統計·確率敎材의 擴充
- 陰數·Vector·文字式·方程式 等의 早期 導入
- 二進法

等을 中心으로 再組織하는 데 있다고 한다. 그런데 이들 몇가지 事項중에서도 核心이 되는 것은 集合論이라고 한다. 그러므로 數學敎育의 現代化는 集合을 中心으로 한 數學敎育이 되어야 하며 아무래도 算數敎育의 影響을 많이 받는 數學敎育을 効率的으로 遂行하려면 國民學校 算數敎育에서 集合論의 基礎가 될 수 있는 集合的 思考方法이나 集合의 基礎 槪念을 育成하는 것이 좋을 것이다. 그런데 그와 같은 集合的 思考方法이나 集合의 基礎槪念의 育成은 自然數의 導入에서 부터 비롯되어 점차로 指導되어야 함은 當然한 일이라 하겠다.

2. 自然數의 導入

集合的 思考나 集合的 基礎 槪念의 育成은 兒童들이 생생한 生活經驗 속에서 數量, 圖形을 抽象하면서, 學習을 軌道에 올려 놓게 되므로 國民學校 入學 當初부터 實施해야 하리라 생각한다.

그런데 보통 1學年初에 指導되는 1, 2, 3,…等의 自然數가 集合의 要素의 個數를 나타낼 때 使用되면 集合數라 하고, 集合의 各 要素에 順序를 나타낼때 사용되면 順序數라고 한다.

集合數에서는 6이 4보다 크다고 할 수 있으나 6은 4보다 뒤에 있는 數라고 할 수 없다. 꼭 같이 序順數에서는 6이 4보다 뒤에 있는 數라고 할 수 있지만 6이 4보다 크다고는 할 수 없다. 即 集合數는 順序나 位置에는 關係없고, 順序數는 量에는 無關하며 順序 位置에만 關係되는 것이다.

自然數는 이 두가지 性格을 갖고 있으므로 어느쪽을 먼저 指導해야 하느냐도 問題가 된다. 그러나 여기서는 省略하기로 한다.

個個의 事物의 區分이 可能하면 大小 또는 異質의 것이든지간에 그 事物의 모듬을 集合이라고 한다. 이러한 두 集合 A, B가 있고 그 要素 사이에 1對1의 對應이 成立될때 이것을 記號 $A\sim B$로 表示한다. 그러면 A와 A는 對等함을 알 수 있으며 A와 B가 對等하고 B와 C가 對等하면 A와 C가 對等해짐을 알 수 있다. 이것은 等號와 같은 性質을 갖는다. 여기서 1對1의 對應을 이루고 있는 集合을 가려 본다면 여러가지 集合이 그 部類에 屬해짐을 알 수 있다, 그런데 어떤 한 集合이 어느 한 集合의 部類에 屬하는지의 與否는 알 수 있으나, 「무엇이라고 하는 部類에 屬한다.」라는 말은 못한다. 여기서 그 「무엇」 即, 그 部類를 代表하는 標識이 必要해지며 그 標識이 集合數인 것이다,

3. 導入方案

入學當初의 兒童이라 할지라도 最近에는 「매스콤」의 影響을 받아서인지 50까지 또는 100까지를 셀수 있는 兒童이 많이 있다. 그런데 잘살펴보면, 數詞는 외고 있으나 數를 理解하고 있지는 않고 있다. 이런 兒童에게 처음부터 2라든지 3이라든지 하는 抽象數의 指導를 한다면 兒童에게는 대단한 無理가 아닐수 없다.

그러므로, 事物의 集合을 만들면서 自然數의 槪念을 誘導해 나가는 것이 좋을 것이다. 이런 觀點에서 다음과 같은 한 案을 생각해 본다.

① 集合 만들기(10%)

鉛筆, 모자, 책 等 兒童들의 生活周邊에서 資料를 모아 여러가지 集合을 만들어 본다.

② 部分集合 만들기(5%)

같은 種類의 集合 A가 있을 때 A속에는 빛갈이나 모양이나 크기等의 要素에 따라 다시 部分集合을 만드는 學習을 한다.

③ 要素의 比較

事物의 集合이 만들어지면 必然的으로 要素의 多少를 比較하게 된다. 이때 兒童들은 세어 보는 경우도 있고 直感에 依해서 判斷하는 경우도 있다. 그런데 여기서는 1對1의 對應에 依해서 判斷하는 것이 좋을 것이다.

④ 1對1의 對應(15%)

直觀에 依한 「많다」, 「적다」의 比較에서는 調密性에 따라 誤答을 하는 兒童이 생긴다. 그러므로 兒童들의 視覺을 通하여 確認시키는 方法으로 1對 1의 對應을 다음과 같이 指導한다.

가. A를 B에 옮기면서 對應시킨다.

나. B를 A에 옮기면서 對應시킨다.

다. A와 B를 整列시키면서 對應시킨다.

⑤ 保存性(10%)

事物의 個數는 整列方法이나 位置에 따라 그 個數가 變하지 않는다는 事實을 理解시킨다. 왜냐하면 흔히 兒童중에는 왼쪽에서 세어서 6이고 바른쪽에서 세어 7이 되어도 異常을 느끼지 않은 兒童이 있기 때문이다.

⑥ 推移律(5%)

自然數에 順序가 있다는 것은 數의 大小比較가 可能하고 그것을 차례로 整列시키기 때문이다. 이것을 單純히 1, 2, 3, …과 같이 整列할 수 있다는 것 만으로 數系列이 理解되었다고 생각하면 큰 잘못이다. 그러므로 $A<B$이고 $B<C$일 때 A와 C는 直接 比較하지 않더라도 $A<C$를 累推할 수 있게 해두는 것이 좋겠다. 그리하여 다음 事實을 한번식 理解시키는 것이 좋겠다.

$A<B,\ B<C \longrightarrow A<C$

$A>B,\ B>C \longrightarrow A>C$

$A=B,\ B<C \longrightarrow A<C$

$A>B,\ B=C \longrightarrow A>C$

$A<B,\ B=C \longrightarrow A<C$

$A=B,\ B=C \longrightarrow A=C$

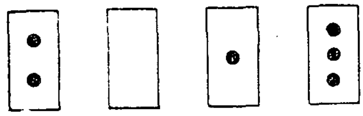
⑦ 1～5 까지의 數(25%)

只今까지 取扱한 集合에 濃度를 定한다. 여기서는 具體物에서 直接 數를 抽象할 수도 있으나 半具體物을 設定하여 媒介物로 取扱하는 것이 더욱 좋겠다.

⑧ 0 (Zero)의 導入 (5%)

0 (Zero)의 導入은 意外로 소홀히 取扱하는 例가 많은데 例를 들면 「아무것도 없다. 그러니까 0 (Zero)이다.」 하는 식으로 指導하는 境遇를 볼 수 있다

이와같은 方法보다는



위와같은 카―드를 걸어놓고 그 카―드위에 아무런 標識이 없는 카―드로 가려놓은 다음 1장식 가렸던 카―드를 걷어 내면서 個數를 묻는다면

0 (Zero)에 對한 槪念을 보다 確實히 理解할 수 있으리라 생각된다.

⑨ 6～9 까지의 數(25%)

⑦과 같은 要領으로 한다.

註, %은 數의 導入에 消要되는 時間數에 대한 比率임.

4. 結 語

指導方法이란 가장 좋은 一定한 方法이 存在한다고는 볼 수 없다. 꾸준한 努力과 硏究와 더불어 수시로 變하는 것이다. 그러므로 사람에 따라 많은 見解差異가 있을 수 있는 것이다. 그러나 世界 各國에서의 動向을 살펴볼 때 위에서와 같은 0～9 까지의 指導要領으로 指導하는 것이 나아가서 數學敎育의 現代化를 이룩하는데도 도움을 줄 수 있으리라 생각한다.

그런데 한便 이와는 달리 세어보고난 後에 數를 말한다든지 數字를 쓴다든지 하는 소위 말하는 「세기主義」에서는 아무래도 數槪念이 確立되기 어렵다고 보여진다.

(仁川敎育大學)