

### Spectrum 과 船舶의 耐航性

朴 基 洪\*

#### 序 論

不規則한 振動系의 應答理論이 오늘날 廣範하게 波浪中의 船舶 耐航性 問題에 利用되고 있다. 線型重疊 (Linear superposition)의 原理를 基本으로 한 數學的 表示方法, 即 無限數의 規則波가 不規則(at random)하게 겹쳐서 大洋上의 波濤를 形成한다는 假說이다. 이로부터 Spectrum 이 定義되고, 나아가서는 統計量 推定이 可能하게 된다.

造船 設計者의 第一 關心事는 船體壽命의 長期 保存에 있을 것이므로 長期分布(Long-term distribution)에서 오는 統計推測이 必要하겠고, 船主나 航海士의 境遇에는 變動量의 平均值(應力, 加速度, 相對速度 等)를 알려 주는 短期分布(Short-term distribution)가 關聯될 것이다.

이와 같은 見地에서 Spectral approach 가 寄與할 수 있는 造船工學的 利用性을 簡單히 吟味하고자 한다.

#### 總 論

船體가 갖고 있는 六個의 自由度<sup>1)</sup> 以外에 波浪中의 船體가 받는 應答에는 Propeller torque 推力變動, 強力變動 그리고 自動操舵法(Auto-pilot)에 基因하는 變動量의 變化 等을 들 수 있다.

船體運動을 波浪中에서 다루려는 研究는 이미 19世紀 中葉 以後 Froude, Kryloff 의 極히 簡單한 規則波의 境遇를 거쳐 1953年에 이론파, 배마침 St. Denis 와 Pierson[1]<sup>2)</sup>에 의해 革新的 貢獻, 即 複雜한 不規則波를 數學的 統計的 見地에서 解明하는데 成功하여 첫째로 造船技術分野와 海洋學分野를 連結시켜 주는 契機가 되었고, 다음으로는 이와 함께 線型重疊의 原理를 適用함으로써 外觀上 變遷無雙複雜하게 보였던 船體의 波浪中에서의 耐航性(Sea-worthiness, Sea-kindliness)研究가 科學的, 系統化에 曙光을 입게 된 셈이다.

造船 技術者에게 附與되는 重要한 任務는 如何히 設計하려는 船舶을 效果의으로 設計를 成就시키는가 하는 點에 있으며, 이는 주어진 運行 必須條件(Operational requirements)을 船舶의 型, 用途 및 航海領域(route) 등에 따라 일일이 考慮해야 할 것이다.

例로서

- 1) 商船이 要求하는 典型的인 條件은 往來하는 두 港灣間을 주어진 時間內에 運行할 수 있어야 할 것이고 (Speed loss),
- 2) 航空母艦에서는 離着하는 航空機의 作動을 波濤 等の 外部環境에 無難히 順應할 수 있어야 하고,

\* 正會員 Swedish State Shipbuilding Experimental Tank.

1) 直線運動	角運動	2) 末尾 文獻欄 參照
Surge $X_0$	Roll $\phi$	
Sway $Y_0$	Pitch $\theta$	
Heave $Z_0$	Yaw $\psi$	

- 3) 驅逐艦의 境遇에서는 潜水艦을 捕捉하려는 意圖下에서 艦艇의 船首 運動이 激甚하여 招來되는 動流體力學的 雜音이 심해서는 안되고(Bow motion)
- 4) 戰艦의 境遇에는 發砲時 惹起되는 激甚한 加速度를 減少시켜야 되며 (Acceleration)
- 5) 客船의 境遇에는 Speed loss 以外에 Passenger의 船體運動으로 起因되는 不快感을 참작해야 할 것이며 (Sea-sickness)
- 6) 끝으로 最近 海上油源 開發에 登場한 Drilling platform 에서는 Drill 棒의 Bending 을 作動危險範圍 以內에 制限하는 것이 무엇보다 더 緊要할 것이므로 Platform의 直立運動(Pitching, Rolling)은 2 度 以上 넘어서는 안되는,

등을 들 수 있다.

위에 言及한 內容은 海上船舶(廣義에서)의 環境條件(風, 波浪)에서 要求되는 耐航性의 第一義의 檢討였지만, 綜合的으로 要約하면 設計하려는 構造體(船舶)가 周圍環境의 平常 狀態(Average environmental situation)에서 自體의 運行必須條件(Operational requirement)을 充足시킬 수 있어야 된다는 點이라 하겠다.

耐航性의 第二義의인 見地에서 周圍環境의 極甚狀態(Extreme environmental situation)를 考慮하므로써 構造體의 破損, 海難에서 오는 人命損失, 顛覆 또는 沈沒 等の 問題가 對象이 된다. 即 船舶의 Survivability(存續性)이다.

船體 運動을 다루는 데는 두 가지 方法을 들 수 있다. 即

- 1) 解析的 또는 演繹的(Analytical or deductive)
- 2) 統計的 또는 歸納的(Statistical or inductive)

1), 2)의 方法은 動力學的 見地에서 運動體系를 內外力系로 나누어 內力系에 所謂 動流體力學的 附加質量( $m''$ )을 加味시켜 virtual mass 와 動流體力學的 減衰力( $N$ ) 및 靜流體力學的 復原力( $B$ )과, 外力(波)에 依한 攪亂力( $F$ ) 등으로 構成된다.

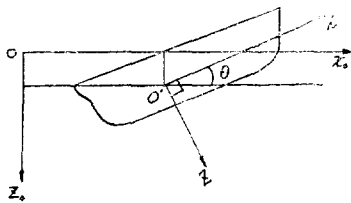


Fig. 1

Heaving의 Uncoupled linear 境遇를 例舉하면

$$(m+m_z'')\ddot{Z}_0 + N_z\dot{Z}_0 + \rho g B Z_0 = F_0 = F_0 e^{j\omega t} \dots \dots \dots (1)$$

上記 運動方程式中 諸係數는 모두  $\omega, F_0$ 의 函數이다.

이에 關聯된 問題로서

- 1) Thin-ship theory
- 2) Slender body theory
- 3) Flat-ship theory
- 4) Cummins theory
- 5) Strip theory

와 같은 5 個 方法이 考慮되겠지만, 理論의 精密性을 많이 벗어난 點을 除外하고는 實驗値와 妥當한 一致를 준다는 實用的인 見地에서 5)의 Strip theory가 흔히 使用되고 있음은 周知의 事實이다.

앞서 船舶의 平常 周圍環境에서의 運行條件을 吟味하여 보았지만 이는 바로 確率의 또는 統計的 方法中 가장 効果的으로 研究될 수 있는 性質에 歸着될 것이다. 即 船體應答을 觀念的으로 評價할 때, 上下運動( $Z_0, \theta$ ), 上下 相對運動( $Z_0, \theta$ ) 또는 加速運動( $Z_0, \theta$ )을 統計的 媒介變動(Mean, Root mean square,  $H_{1/10}, H_{1/3}$ )을 利用하여 定量할 수 있다.

性質을 좀 달리하여 Slamming, deck dryness, propeller emergence 등을 表示할 때는 주어진 時間사이에 發生할 수 있는 確率的 頻度에 對한 極大值로 代置할 수 있다.[2]

이와 같은 統計的 方法을 두 區分하여 短期豫測(Short-term prediction)과 長期豫測(Long-term prediction)으로 할 수 있다.

위에서 言及한 船舶의 Survivability를 云云할 때 Severe cases를 定量하는 方法으로 Extreme response를 評價해야 되므로, 이는 極大值의 統計 理論을 要하게 될 것이다.[3]

統計的 方法을 뒷 받침해 주는 確率過程 理論에서 導出되는 Energy(or Power) Spectrum을 利用하여 船舶의 波濤中에서 豫期되는 諸應答現象을 다루어 보자는 뜻에서 下記하겠으나, 尙尙까지 實船成績과의 符合(Corelation), 따라서 實設計에의 效果的인 應用 段階에는 非線型問題, 相互干涉問題 등, 造船學의 여러 理論分野가 그렇듯이, 未完備한 點이 있음을 미리 말하여 둠으로써 앞으로의 더욱 繼續的인 究明이 要望됨을 附言해 둔다.

§ 2. 船體運動의 應答系(波—船)

여러 많은 物理系에서 볼 수 있는 바와 같이 船體運動에 있어서도 船體를 하나의 剛體로 假定함으로써 外力에서 惹起되는 諸般運動을 因果法則에 依據하여 說明하려 함이 自明할 것이다.

Fig. 2 a에서 보나시피 船體運動  $y(t)$ 를 어느 入力(Input)  $X(t)$ 에 基因한 外力(Output)  $Y(t)$ 라고 할 때 이 應答系를  $S$ 라고 한다.

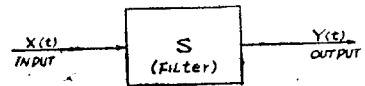


Fig. 2 a

簡單한 例로서 非聯成應答(Uncouple response)으로서 heave  $Z_o(t)$ 를 取하자. 上記의 Output  $Y(t)$ 는 이 境遇 다차 船體中心의 上下運動을 表示할 것이다.

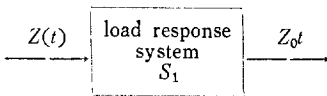


Fig. 2 b

體系(System)의 定義에 따라 Input  $X(t)$ 의 內容은 조금 달라진다.

船體가 完全히 獨立된 個體(單相)라고 生覺될 때 이것이 받는  $X(t)$ 는 船體中心에 作用하는 Heaving force  $Z(t)$ 가 될 것이며(Fig. 2b) 이를 構成하는 System을  $S_1$ 이라 하자. 한편 全體系를 (波—船)으로 擴張할 때는 Fig. 2c에서 보나싶이 波浪의 上下 變位  $\zeta(x_o, y_o, t)$ 가 곧 入力を 表示하게 된다. 이 體系를  $S_2$ 라 하자.

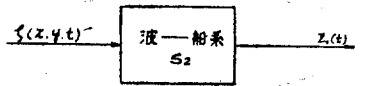


Fig. 2c

上記 兩者間( $S_1, S_2$ )의 區別은 重要하다. 卽 前者는 攪亂力(Excitation force)을 既知의 것으로 다루자는 點과 入力과 外力이 모두 時間(t)에 關한 一變數系임을 알 수 있다. 後者의 境遇에서는 船體 外周邊에 일어나고 波高  $\zeta(x, y, t)$ 를 考慮함을 要하고, 이는 또한 前者와 달라 場所(x, y)와 時間(t)의 function으로 入力이 되는 同時, 外力인  $Z(t)$ 는 時間(t)만의 function으로 되는 것으로서  $S_2$ 에다 場所의 變數를 積分해서 消失케 해주는 效果를 附與해야 된다.

確率過程(Stochastic process)에서 取扱되는 體系는 바로 後者  $S_2$ 가 된다. 이는 簡便上의 問題이고, 入力이  $\zeta(x, y, t)$ 이고, 出力이  $Z(t)$ 인 應答系의 解明이 不充分한 데서 基因하고 있다.

§ 3. 線 型 系

船體 運動 理論의 基礎를 이루는 것이 線型性이라 하겠다. 卽 外, 入力 相互間의 定量的 關係가 直線的 比例를 한다는 假定이다. 勿論 廣範圍에서 大局的 見地에서 線型性은 非線型性의 特例라고 하겠지만, 船體運動

및 이에 隨伴되는 力學的(Dynamic) 또는 動流體力學的(Hydrodynamic)問題를 簡便하게 處理하기에는 주어진 境界條件(Boundary conditions)의 線型化에 힘쓰는 方向으로 또한 線型과 非線型과의 相互並立限界를 明白히 하는 方向으로 나가는 態度가 普通이다.

反面에 Pitch, Heave, Bending moment에 關한 線型的 應答의 假想은 이미 Dalzell, Ogilvie 등에 依해 實驗的으로 證明되고 있다.

線型系의 가장 큰 利點으로, 應答現象이 單一函數 또는 이것에서 導出된 函數(應答函數)로서 含蓄的으로 表示된다는 것이니, 例로서 線型的 定常過程(Stationary process)에서 外力  $Y(t)$ 는 入力  $X(t)$ 에 重疊(Superposition) 또는 Convolution의 形式으로 表示할 수 있다. 即

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{yx}(\tau)x(t-\tau)d\tau = h(t) * X(t) \tag{2}$$

$h_{yx}(t)$ 는 單一衝擊應答函數<sup>3)</sup>(Unit-impulse response function)이다.

$h_{yx}(t)$ 는 time-domain(時間領域)에서 規定되었다. 分布理論[4]에서 取扱하는 Unit-impulse  $U_i(t)$ 에 對한 特殊應答를 나타낸다. 다음과 같은 性質을 갖고 있다.

$$a) U_i = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \infty & t = 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}$$

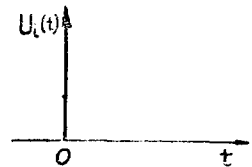


Fig. 3

$$\int_{-\infty}^{\infty} U_i(t)dt = 1 \tag{3}$$

特異函數로서 Step( $U_s$ ), Ramp( $U_r$ ) functions를 定義할 수 있지만 이는  $U_i(t)$ 의 導函數等으로서

$$U_i = U_s' \qquad U_i = U_r'' \tag{4}$$

b) Unit-step function

$$U_s(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

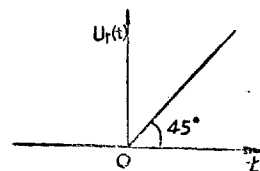
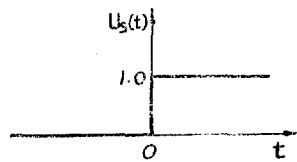


Fig. 4

c) Unit-ramp function

$$U_r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t > 0 \end{cases}$$

式(2)는 時間 領域에서 定義되었다. 然이나 造船學者에게 더 많은 魅力을 주는 原因으로는 周波領域(frequency domain)은, 첫째 Superposition이 許容되는 波形을 Sinusoidal로 본 것과, 둘째 數式上的 簡素化라는 點에서 Convolution의 積分形式(2)式을 單純한 Product形式으로 쓸 수 있다는 點이다. 即  $h_{yx}(t)$ 와  $H(\omega)$ 와는 相互間에 Fourier transform이 되므로

$$H_{yx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{yx}(t)e^{-j\omega t}dt \tag{5}$$

또한

$$h_{yx}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{j\omega t}d\omega \tag{6}$$

Input function  $X(t)$  Fourier-transform을 假定함으로써<sup>4)</sup>

$$Y(\omega) = H_{yx}(\omega)X(\omega) \tag{7}$$

$h_{yx}(t)$  또는  $H_{yx}(\omega)$ 函數는 實驗的으로 얻기 어려운 處地에 있으므로, Step, Sinusoidal excitation等 間接的 方法으로 얻는 形便에 있다[5][6].

3) 他稱 Weighting function, Characteristic function or Kernel function.

4) Random, periodic function은 一般으로 不可하지만

前記 Wave-ship system  $S_2$ 가 St. Denis & Pierson 以後로造船技術者에 의해 常用되어 왔다고 하지만 이는 嚴格한 理論面에서 볼 때 결코 妥當하지 않을 것이다. 그 理由로서는 入力으로써 時間, 場所를 變數로 하는 波高  $\zeta(x, y, t)$ 와 時間간의 函數로 된 heaving force를 出力으로 取扱하려는 重復된 方法이 內包하는 相互干涉 現象 等の 未知한 點이, 더우기 聯成運動  $[Z_0(t) + \theta(t)]$ 에서와 같은 境遇에서 弱點이 顯著해질 것이므로 要는 如何히 外力 ( $S_1$ )을 正確히 處理하느냐, 또는  $S_1$ 과  $S_2$ 의 相互干涉作用을 有效하게 反映시키느냐에 앞으로의 努力이 要望되고 있다.

### § 4. 海洋波—Spectrum

#### 4. 1 (Auto) Spectrum

海洋波面은 前記한 바와 같이 空間 및 時間의 函數  $\zeta(x, y, t)$ 로서 確率過程(Stochastics process)의 한 標本(Sample)으로 看做되는 時系列이다.

例로서 20~30分間の 波面記錄을 準定常의 Random process나 하여, 大略 Gauss 分布의 特性을 갖고 있다. 定常過程에서 所謂 Ergodicity 原理가 成立된다.

$$\lim_{t \rightarrow \pm \infty} \rho\{X_s(t)\} = \phi\{X_t(s)\} \tag{8}$$

이 性質에서 統計的 推理가 可能하게 된다.

Auto-correlation-function 또는 Auto-covariance  $R_{xx}(\tau)$ 에서 Fourier transform을 거쳐 Auto-spectrum  $S_{xx}(\omega)$ 이 導出된다. 即,

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= E[X(t+\tau) \cdot \overline{X(t)}] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X(t+\tau) \cdot \overline{X(t)} \cdot \phi(X_{t+\tau}, \overline{X}_t) dX_{t+\tau} X \cdot d\overline{X}_t \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} X(t+\tau) \cdot \overline{X(t)} dt \end{aligned} \tag{9}$$

또한 (9)式的 Fourier transform 으로

$$\left. \begin{aligned} S_{xx}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ \text{또는 } R_{xx}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \end{aligned} \right\}$$

$R_{xx}(\tau) \equiv R_{xx}(-\tau)$  即, even function 이므로

$$\left. \begin{aligned} S_{xx}(\omega) &= \frac{2}{2\pi} \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot e^{j\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

특히  $\tau=0$  時

$$\begin{aligned} R_{xx}(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega \\ &= 2 \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega = m_0 = \sigma_x^2 \left( \equiv \frac{E_0}{2} \right) \end{aligned} \tag{12}$$

$\sigma_x^2$ 는  $X(t)$ 의 variance 이다.

여기서 한가지 留意할 것은 Spectrum 表示의 諸方式이다. 海洋學者 Pierson, Newman 이 흔히 使用하는  $[A(\omega)]^2$ 는  $+\omega$  領域에서 定義되었고, Tucky Rice의  $E(\omega)$ 는  $2[A(\omega)]^2$ 에 相當하다.

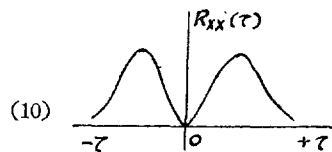


Fig. 5

$$\text{即 } \begin{cases} S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau \\ E(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau \\ \quad = \begin{cases} 2 S(\omega) & \omega > 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases} \\ [A(\omega)]^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} 2R(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau \\ \quad = \begin{cases} 4 S(\omega) & \omega > 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases} \end{cases}$$

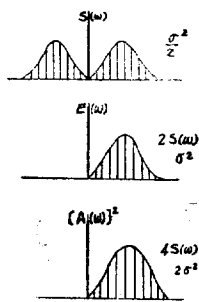


Fig. 6

Spectrum 과 Wave 는 下記와 같이 表示된다.

$$\zeta(x, t) = \int_0^{\infty} \cos \{ \omega t - kx + \epsilon(\omega) \} \sqrt{[A(\omega)]^2} d\omega \tag{13}$$

$\epsilon(\omega)$  : Random phase 로서  $p(\epsilon) = \frac{1}{2\pi}$  의 確率을 가지며,

$k$  : Wave number 로서,

$\lambda(\omega)$  :  $k = 2\pi/\lambda(\omega)$ , 波長

더욱 擴張하여 Directional spectrum 은

$$\zeta(x, y, t) = \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \{ \omega t - \frac{\omega^2}{g} (x \cos \theta + y \sin \theta) + \epsilon(\omega, \theta) \} \times \sqrt{[A(\omega, \theta)]^2} d\omega d\theta \tag{14}$$

非定常過程, 即 非線型要素를 包含한 波浪일지라도 그 特性을 表示해 주는 有用한 方便으로  $R_{xx}(\tau)$ ,  $S_{xx}(\omega)$  는 價値있다고 본다.

前記한 時系列은 勿論 Gauss 分布에 屬하겠지만, 한편 Wave surface 의 全 時系列에 亶하지 않고, Wave rest 와 Troughs 만으로써 이루어지는 envelope 에 對하여는 Rayleigh 分布가 定義될 수 있다.

$$f(y) = \frac{2y}{R} e^{-\frac{y^2}{R}} \tag{15}$$

$$R = \frac{\sum y^2}{N} \tag{16}$$

$R$  는 앞서 말한 Spectrum area 에 比例한다.

$R$  値는 또한 風力狀態가 一定한 限 不變이므로, 長期에 걸친 航行(一年, 또는 船舶의 壽命年令)에는 相當히 많은  $R$  値의 變動을 갖게 될 것이다. 따라서 Rayleigh 分布는 Short-term 分布를 意味하는 同時에 이의 綜合의 分布가 Long-term 分布로 되고 만다.

이를 一環하여 Weibull 分布에서 說明할 수 있다.

$$f(y) = \frac{ky^{k-1}}{a^k} e^{-\left(\frac{y}{a}\right)^k} \tag{17}$$

$$a^k = \frac{\sum X^k}{N} \tag{18}$$

$k=2$  일때  $R$ - 分布가 된다.

#### 4. 2. Cross-spectrum

前節에서는 主로 Autospectrum 을 說明했다. 그러나 應答函數  $|H(\omega)|$  應答間의 線型有無 및 位相差 등을 精密히 調査하는 데는 Crosspectrum 이 有効하다 하겠다.

두 個의 確率過程,  $Y(t)$ 와  $X(t)$  間에서 Cross covariance 는 式 (9)~(12)에 따라

$$R_{yx}(\tau) = E[y(t+\tau)\bar{X}(t)] - h(u) * R_{xx}(\tau) \tag{19}$$

$$S_{yx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{yx}(\tau) e^{-j\omega\tau} \cdot d\tau$$

$$\begin{aligned}
 &= H(\omega) S_{xx}(\omega) \\
 &= C(\omega) S_{xx}(\omega) + jq(\omega) S_{xx}(\omega)
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

(20)식에서

$$\begin{aligned}
 H(\omega) &= C(\omega) + jq(\omega) = |H(\omega)| \cdot e^{j\theta(\omega)} \\
 &= |H(\omega)| \cdot e^{-j\sigma(\omega)}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma(\omega) &= -\theta(\omega) \quad \text{face lag (Fig. 7)} \\
 |H(\omega)|^2 &= \frac{|S_{yx}(\omega)|^2}{S_{xx}^2(\omega)} = \frac{[C(\omega)^2 + q(\omega)^2] \cdot S_{xx}^2(\omega)}{S_{xx}^2(\omega)}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

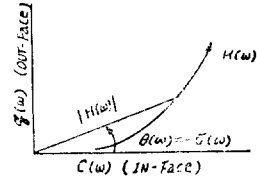


Fig. 7

따라서 位相差는

$$\begin{aligned}
 \sigma(\omega) &= \text{Arg}[H(\omega)] = \text{tg}^{-1} \frac{-q(\omega)}{C(\omega)} \\
 &= \text{Arg}[S_{yx}(\omega)] = -\theta(\omega)
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

應答의 線型度를 表示하는 指數는 Coherency( $\gamma$ )를 使用한다.

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \frac{|S_{yx}(\omega)|^2}{S_{xx}^2(\omega)} \bigg/ \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} \\
 &= \frac{|S_{yx}(\omega)|^2}{S_{xx}(\omega) \cdot S_{yy}(\omega)} \quad \begin{cases} = 1 & \text{線型} \\ \neq 1 & \text{非線型} \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

4. 3 數值計算法: Spectrum

Stochastic Process 의 Sample 를 Fig 8 라고 보자.

變位  $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_n$  를 任意의 基線 O-O 上에서 read-off 하고 等間隔  $\Delta t$  로 區分한다.

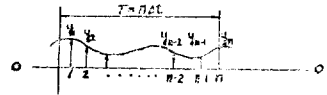


Fig. 8

Auto-Covariance 는 定義에 따라

$$\begin{aligned}
 Q_p &= \frac{2}{N-p} \sum_{i=1}^{N-p} \left[ \left\{ y_{i+p} - \frac{1}{N-p} \sum_{i=1}^{N-p} y_{i+p} \right\} \left\{ y_i - \frac{1}{N-p} \sum_{i=1}^{N-p} y_i \right\} \right] \\
 p &= 0 \cdot (1) \cdot m
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

- $Q_p$ : Auto covariance estimate
- $\Delta t$ : 等時間 間隔 (sec) (aliasing)
- $y_i$ : 基點 O-O 上의 變位(cm)
- $N$ : 標本의 總計測點
- $p$ : lag-number  $\tau = p \Delta t$
- $m$ : 最大 lag number

Raw Spectra 는  $\Delta\omega$ (band breath)에 對하여

$$\begin{aligned}
 L_h &= \frac{1}{m} \left[ Q_0 + \sum_{p=1}^{m-1} Q_p \cos \pi \cdot p \cdot h/m + Q_m \cos \pi h \right] \quad (\text{cm}^2) \\
 h &= 0 \cdot (1) \cdot m
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

이때 對應하는 周波數

$$\omega_h = \frac{\pi h}{m \cdot \Delta t} = h \cdot \Delta\omega
 \tag{27}$$

Raw spectrum 을 Smoothing (平滑化)하기 爲하여 여러가지 Window 型이 있다(table 1).

Table 1 Spectrum Window

	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	Q	hamming	hamming
$a_0$	0.5132	0.6398	0.7029	0.64	0.54	0.50
$a_1$	0.2434	0.2401	0.2220	0.24	0.23	0.25
$a_2$		-0.0600	-0.0891	-0.06		
$a_3$			0.0149			

$W_1 \dots \dots Q$  는 Akaike 에 依한 것으로서 船型應答系에는  $W_2$ 의 變形인 Q-window 가 適合하다는 評이다.

例로서

i) Q window :

$$U_k = 0.64L_k + 0.24(L_{k-1} + L_{k+1}) - 0.06(L_{k-2} + L_{k+2})$$

$$h = 0(1)m$$

ii) Hamming window :

$$U_k = 0.23L_{k-1} + 0.54L_k + 0.23L_{k+1}$$

$$h = 0(1)m$$

(28)

여기서

$$L_{-1} = L_1 \quad L_{m+1} = L_{m-1}$$

Spectral ordinate  $[A(\omega)]^2 \cdot (W_k)$ 는

$$[A(\omega)]_k^2 = \frac{U_k \cdot \Delta t \cdot m}{U} \text{ (cm}^2 \cdot \text{sec)} \quad (29)$$

Spectrum 은  $x^2$ -分布에 屬하므로 이의 相當 正確度를 求하는 自由度는

$$f \approx 2 \frac{N}{m} \text{ 가 된다.} \quad (30)$$

Cross spectrum 의 數值計算은 같은 方法으로 生覺되지만 省略하기로 한다.

Spectrum 數值計算은 Electronic Computer 에 Programming 함으로서 實用上의 使用價値를 나타낼 수 있다.

#### 4. 4 數式表示

바람에 起因하여 波浪이 惹起된다. 適當時間(Duration)과 充分히 먼 距離(Fetch)에 이르면 飽和狀態로 되어 充分히 發達된 波浪으로 되고 만다(Fully developed seaway).

約 15 年前부터 今일까지 이와 같은 波浪을 數式으로 表現하려고 많은 海洋學者들이 最善을 다하였으니, 例로서 Newman, Pierson, Roll, Fisher, Darbyshin, Bretschneider, Barling, Moskowitz, Miles, Phillips 등이 있다. 이들의 共通의인 特徵으로 Spectrum 의 Lower frequency 部는 거의 垂直이고, Higher frequency 部는  $c/\omega^n$  에 比例한다는 點이다 ( $c$ : 定數  $n$ : 4~8). 몇가지 例舉하면

$$\text{Newman : } [A(\omega)]^2 = \frac{c p q^3 \pi^3}{\omega^6} e^{-\frac{2g^2}{\omega^2 u^2}} \quad u : \text{沿速} \quad (31)$$

$$\text{Pierson : } [A(\omega, \theta)]^2 = \frac{C'}{c^6} e^{-\frac{2g^2}{\omega^2 u^2}} (\cos \theta)^2 \quad (32)$$

$$\text{Pierson \& Moskowitz : } [A(\omega)]^2 = \frac{8.10 \times 10^{-3}}{\omega^2} g^2 \exp \left[ -0.7h \left( \frac{g}{u\omega} \right)^h \right] \dots \dots \dots (33)$$

$$\text{I.S.S.C } [A(f)]^2 = \frac{0.11 H_v^2 T_v}{(T_v f)^4} \exp \left[ \frac{0.44}{(T_v f)^4} \right] \dots \dots \dots (34)$$



§ 5. 波浪中の 船體應答

前記 (9)~(12)式에 따라 船體 應答  $y(t)$ 의  $R_{yy}$ ,  $S_{yy}$ 는 다음과 같이 導出된다.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\alpha) \times (t - \alpha) d\alpha \text{ 이므로}$$

Convolution 의 形式으로서

$$R_{yy}(\tau) = E[y(t + \tau)y(t)] = h(\tau) * L(\tau) * R_{xx}(\tau) \quad (35)$$

Fourier transform 하여<sup>5)</sup>

$$\begin{aligned} S_{yy}(\omega) &= H(\omega) \cdot \overline{H(\omega)} \cdot S_{xx}(\omega) \\ &= |H(\omega)|^2 \cdot S_{xx}(\omega) \end{aligned} \quad (36)$$

혹은

$$|H(\omega)|^2 = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} \quad (37)$$

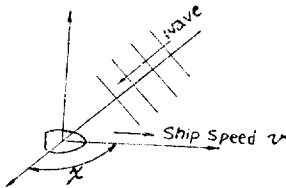


Fig. 10 Wave encounter

$|H(\omega)|$ 를 Response amplitude operator 라고도 한다.

fig 10에서 보는 바와 같이 encounter frequency  $\omega_e$ 는 Doppler effect에서

$$\begin{aligned} \omega_e &= \omega - kv \cdot \cos x \\ &= \omega - \frac{\omega^2}{g} v \cos x \end{aligned} \quad (38)$$

簡單히 하기 爲하여 長頂波(Long-crested waves)의 Spectrum은 Jacobian transform에 따라,

$$\left. \begin{aligned} [A(\omega_e)]^2 &= [A(\omega)]^2 |J| \\ |J| &= \left| \frac{\partial \omega}{\partial \omega_e} \right| \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

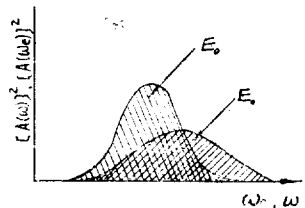


Fig. 11

i) Encountering waves가 直接 船上에서 計測했을 때는 이 記錄을 곧 入力으로 生覺하고, 船體運動記錄(外力)과의 사이에서, 이 狀態( $\omega, F_u$ )의 Frequency response를 計算할 수 있다.

ii) 反對로 模型水槽試驗에서 얻을 수 있는 Frequency response 特性과 Wave spectrum이 주어졌을 때, 이에 應하는 船體運動의 Spectrum은 (36), (39)에 따라 計算할 수 있다.

應答 Spectrum을 利用하여 여러가지 期待值計算 및 船體의 耐航性 特性을 事前에 吟味할 수 있다.

媒介變數  $\epsilon$ 는 Spectrum의 有效幅(Band-width)를 表示하는 것으로서,

$$\begin{aligned} \epsilon^2 &= \frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_0 m_4} \\ m_i &= \int_{-\infty}^{\infty} \omega^i S(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (40)$$

豫測될 統計量  $H_{1/3}$ ,  $H_{1/10}$ ... 및 極限值( $N$ )도 모두  $\sqrt{E_0}$  ( $E_0 = 2\sigma^2$ )의 倍數로 表示될 수 있다.

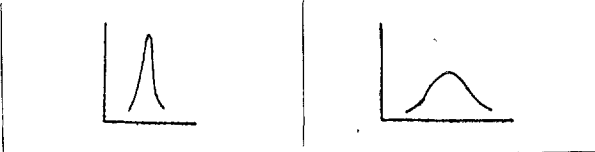
Table 2에 이들 倍數를 各기  $\epsilon = 0$ ,  $\epsilon = \sqrt{2/3}$ 에 對해서 羅列했다.  $\epsilon = 0$ 는 Roll과 같이 理想的으로 極히 좁은 Narrow band spectrum에 該當되며  $\epsilon = \sqrt{2/3}$ 는 完全 發達된 波濤中の Heaving과 같이 比較的 Broad spectrum에 對한 것이다.

5) Wiener-Kintchine 定理에 따라 [7]

Table 2

	$\epsilon = 0$	$\epsilon = \sqrt{2/3}$
$H_{av}/\sqrt{E_0}$	0.866	0.511
$H^{1/3}/\sqrt{E_0}$	1.416	1.200
$M^{1/10}/\sqrt{E_0}$	1.800	1.643
$H_{max}(N=50)/\sqrt{E_0}$	2.124	1.991
$H_{max}(N=100)/\sqrt{E_0}$	2.280	2.157
$H_{max}(N=1000)/\sqrt{E_0}$	2.730	2.636

§ 6. Spectrum 의 無次元



6. 1 Input Spectrum(wave)

가장 實用的인 Wave Spectra 型으로 앞서 말한 ISSC-Pierson Moskowitz 型(34)을 引用한다. 一般的으로 表示하여

$$S(f) = AH_1^2 T_1^{-4} f^{-5} \cdot e^{-BT_1^{-4} f^{-4}} \tag{41}$$

$S(f)$  = Spectrum ordinate

$f$  = frequency

$T_1$  = a Characteristic period of the spectrum

$H_1$  = a Characteristic height of the wave system

$A, B = \text{Const.}$

$H_1$  는 Significant double-amplitude 이므로 定數  $A$  는 마치 Spectrum Area  $\int_0^\infty S(f) df$  가  $H_1^2/16$  程度로 選定하면 된다고 規定되었다. 그러나 더욱 實質的利用性을 내기 爲해  $H_1^2 = \int_0^\infty S(f) df$  라고 해주면 形式上으로  $A = 4B$  로 만들 수 있다.

$B$  는  $T_1$  의 定義에서 決定되니  $T_0$  의 不正確性에 비추어  $T_1 = T_0$  로 보면

$$T_1 = m_0/m_1 \longrightarrow B = 0.44 \text{ (一次 moment)} \tag{42}$$

따라서 原式 (41)을 整理하면

$$\frac{S(f)}{H_1^2} = 1.76 T_1 (T_1 f)^{-5} \cdot e^{-0.44 (T_1 f)^{-4}} \tag{43}$$

$$\begin{cases} H_1^2 = \text{spectrum Area} \\ T_1 = m_0/m_1 \end{cases}$$

規則波에 對해서

$$\lambda = \frac{g}{2\pi f^2} \tag{44}$$

가 成立되므로 어느 特殊波長  $\lambda_1$  을 下記와 같이 定義하면

$$\lambda_1 = \frac{g}{2\pi} T_1^2 \tag{45}$$

無次元的 frequency,  $T_1 f$  를 使用하면,

$$\frac{S(T_1 f)}{H_1^2} = S(f) \frac{df}{d(T_1 f)} = 1.76 (T_1 f)^{-5} \cdot e^{-0.44 (T_1 f)^{-4}} \tag{46}$$

$$\left[ \because \int S(T_1 f) d(T_1 f) = \int S(f) df \right]$$

(45) 式에서

$$T_1 \cdot f = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda}} \text{ 이 成立하므로}$$

$$d(T_1 f) = (-) \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot d \left( \frac{\lambda}{\lambda_1} \right),$$

따라서

$$\frac{S \left( \frac{\lambda}{\lambda_1} \right)}{H_1^2} = 0.88 \left( \frac{\lambda}{\lambda_1} \right) e^{-0.44 \left( \frac{\lambda}{\lambda_1} \right)^2} \tag{47}$$

海洋學者의 使用方式에서가 아니고 造船技術者의 應用面에 便利하게끔 “log ω”를 base 로 하는 Spectrum 表示法이 Lewis [8] et. al,에 의해 主唱됐지만 같은 趣旨에서 波長, 即 log λ를 base 로 하여

$$\frac{S(\log \lambda / \lambda_1) / \lambda^2}{H_1^2 / \lambda_1^2} = 0.88 \cdot e^{-0.44 \left( \frac{\lambda}{\lambda_1} \right)^2} \tag{48}$$

와 같이 Slope-spectrum(Slope=H/λ)로 表示할 수 있다. T<sub>1</sub>와 Observed period T<sub>v</sub>와는 一定한 關連性이 주어 지므로 λ<sub>1</sub>는 式(44)에 의해 定義되는 形式上의 假想值에 不過하다.

6. 2 Out-put Spectrum—response

應答函數를 一般으로 規則波에 對하여

$$\frac{G}{h/\lambda} \tag{49}$$

G : 無次元應答

h : wave height

λ : wave length

로 表示할 수 있다.

(6.1)에서 같은 方向에서 (log λ/L)(L : Ship length)를 base 로 하는 函數表示를 利用하면 Response Spectrum Area 는 式(48)에서

$$\int \frac{G^2(\log \lambda / L)}{h^2 / \lambda^2} = \frac{S(\log \lambda / \lambda_1) / \lambda^2}{H_1^2 / \lambda_1^2} d(\log \lambda / \lambda_1) = \frac{G_1^2}{H_1^2 / \lambda_1^2} \tag{50}$$

와 같이 導出된다.

Fig (12)에서 式(50)의 內容을 理解할 수 있을 것이다.

H<sub>1</sub><sup>2</sup>를 Spectrum Area 에 同一하게 만들어 주므로써 G<sub>1</sub>- 分布와 H- 分布는 線型的 性質에서 同一한 fractile를 갖게 한다. 換言하면 H<sub>1</sub>이 Input spectrum의 Significant height를 意味할 때 應答值의 G<sub>1</sub>도 亦是 Significant response를 뜻하게 된다.

式(50)에서 주어진 定數는 λ<sub>1</sub>/L 임으로 log 性質에 따라 λ<sub>1</sub>/L의 變位量만큼 水平移動하면 될 것이므로 幾何學的 相似船과 Input에 의한 T<sub>1</sub>이 相異한 波浪狀態에서 期待되는 船體 應答計算은 Fig 12의 Curve (2)의 自體의 特性은 不變하고 但只 相當하는 Wave Spectrum (1)과의 水平軸上의 相對零點位置를 log λ<sub>1</sub>/L 만큼 移動시켜 줌으로써

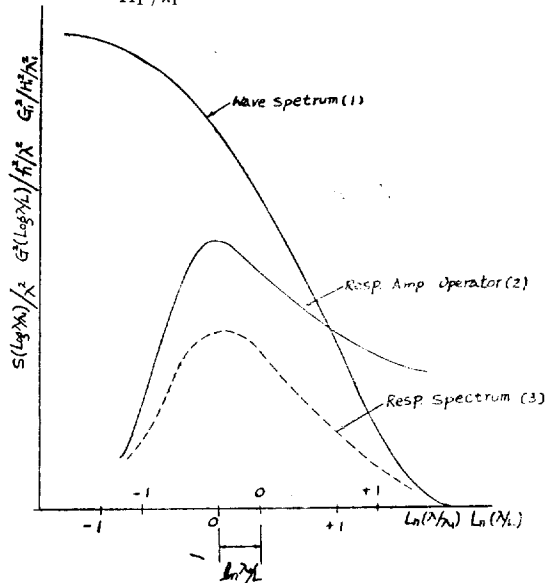


Fig. 12

充分하다.

船體振動을 不規則한 時系列의 確率過程理論에서 Spectrum의 概念을 빌려 統計的 推定量을 얻으려는 研究 態度가 造船技術分野의 現在の 實情이다. 이에 따라 船主가 要求하는 諸般設計 必須條件 및 操縱士의 航海時의 必須既知 事項으로서 問題의 船舶이 갖어야 할 Characteristics을 充分히 理解하고 利用할 줄을 알아야 할 것이다.

造船技術者의 任務는 이와 같은 基本知識을 주어진 設計條件下에서 가장 效果있게 마련해 주는데 있을 것이다.

十年만의 故國 訪問에 際하여 보고, 느끼는 期待 以上の 感銘을 특히 造船技術 分野에서 얻었다. 그러나 實際와 理論을 結付시켜야만 한다는 至上的 希望에서 우리가 앞으로 恒時 잊어서는 안될 것은 좀 더 優秀한 船舶을 船型學的 見地에서 設計해 보자는 데 있으리라 生覺한다.

物心兩面으로 今般 Seminar을 爲해 盡力해주신 金在瑾, 黃宗屹教授님께 깊은 謝意를 表하는 同時에 學會內 諸 學兄들께도 感謝드린다.

### 參 考 文 獻

- [1] St. Dennis & J.W Pierson: On the Motion of Ships in Confused Seas. T.SNAME Vol. 61., 1953
- [2] L. Tick: Certain probabilities Associated with Bow Submergence & Ships Slamming in Irregular Seas, J.S.R Vol 2. No. 1. 6/1958
- [3] E.J. Gumbel, Statistic of Extremes. Columbia Univ. Press N.Y. N.Y. 1963
- [4] L.A. Zadeh and C.A Desoer: Linear System Theory. McGraw-Hill Book Co, New York. N.Y. 1963
- [5] J.E. Kerven & H. Navita: Determination of Ship Motion Parameters by a Step Response technique J.S.R Vol. 9, 1965
- [6] W.E. Smith & W.E Curmvins: Force Pulse Hydrodynamics. Bigen Norway 9 1964
- [7] Y.W Lee: Statistical Theory of Communication. John Wiley & Sone, New York N.Y. 1961
- [8] E.V. Lewis & R. Bemnet: Lecture notes on Ship motions in Irregular Seas. Webb Inst. of Nav Arch. 1963