

數學教育의 現代化 問題*

金 應 泰

自然現象의 解明으로서의 物理學의 要求에 求되어 17, 18 世紀에 있어서 數學은 非常한 發展을 하였다. 따라서 이 時期의 數學은 力學의 色彩가 濃厚하였다. 19 世紀에 있어서는 그 前世紀에서 確立된 數學의 根本에 銳利한 反省을 加하는 同時에 數學自體로서의 눈부신 飛躍을 하였다. 自然現象도 數學의 對象으로 包含시켰지만 數學은 數學 獨自의 大殿堂을 建立하였던 것이다. 그 特色은 抽象化이었다.

이와 같이 數學의 發展過程이 變遷함에 따라 學校에서의 數學教育도 漸次로 變遷하여왔다. 極히 最近에 있어서는 數學教育은 보다 社會的으로, 보다 實用的으로 取扱되어야 한다고 主張되어 왔었다. 따라서 그 內容으로서 實用數學, 生活數學이 強調되어 왔던 것이다. 이것은 그 前의 數學教育이 너무나 形式的인 點에 對한 警鐘이라고 생각할 수 있다.

그러나 現代數學은 “直接的인 應用”만을 意圖하는 것은 아니다. 數學自體에 있어서도 具體的인 部門과 抽象的인 部門이 있다. 그러나 이 두 部門은 決코 分離되어 있는 것은 아니다. 抽象的인 部門에 있어서는 항상 具體的인 部門에의 應用을 생각하고, 具體的인 部門은 抽象的인 部門과 連絡하여 問題를 解決하여 그 應用을 試圖한다. 이와 같은 連鎖關聯에 있어서 數學은 發展해가고 있다. 따라서 數學이 참된 數學인 限 應用面은 반드시 그에 附隨되기 마련이다. 다시 말해서 應用面만을 目標로 해서 數學을 研究할 때 決코 모든 問題가 解決되지는 못하며, 抽象化된 分野에서 研究를 하므로써 具體的인 分野에서의 여러가지 問題가 自然히 解決되어 應用을 試圖하게 되는 것이다.

여기에서 생각할 것은 抽象化하는 問題이다. 許多히 많은 具體的인 分野를 構造에 따라서 몇 個의 體系로 分類하여, 같은 構造를 갖는 體系를 綜合的으로 研究한다. 이와 같은 綜合的인 研究를 하려면 같은 構造를 갖는 體系를 抽象的인 體系로 變化하여, 이 抽象化된 體系에서 모든 性質을 探求함으로써 그와같은 構造를 갖는 모든 具體的인 體系에서의 性質을 究明한다. 이와 같이 數學을 個別的인 方法으로 보아도 綜合的인 方法으로 研究함으로써 數學自體의 發展은 勿論이고, 그 應用面을 생각할 때 其他 科學分野에 있어서도 그 發展速度를 增加시키게 된다. 萬一에 數學을 末端的인 實用數學, 生活數學自體에 置重해서 이에 對한 個別的인 研究만을 거듭할 때, 對象이 廣範圍하고 複雜하기 때문에 解決할 수 없는 問題가 許多히 생기며, 數學自體에서뿐만 아니라 其他 科學의 빠른 發展을 期하기 힘들다.

數學은 自然科學과 마찬가지로 精密한 觀察, 實驗的 計算등에 依한 推理로, 다시 말해서 歸納的인 推理에 依하여 한 理論을 세우고, 새 事實을 發見한다. 그러나 數學에서는 다시 이 세워진 理論, 發見한 事實을 公理系의 純粹한 演繹的인 推理에 依하여 處理해 놓아야 한다. 특히 抽象化된 現代數學에 있어서는 이 演繹的인 推理方法은 絕對的으로 必要하게 된다.

이와 같은 數學의 存在意義를 認識할 때, 從來의 數學教育의 內容인 實用數學, 生活數學은 許多한 盲點이 있음을 알 수 있다. 여기에서 初中等學校의 數學教育의 現代化의 한 目標로서 “現代數學에의 接近”이 主張된다. 이 “現代數學에의 接近”을 위하여 中等學校 數學教材의 內

* 1966. 7. 29. 全國數學教育研究大會(釜山大會)特別講演原稿임

容中 從來에 疎忽히 하던 다음 몇 가지 部門이 強調된다.

1. 集合의 概念의 導入

集合의 概念은 抽象화된 現代數學에서는 切實히 必要한 概念이다. 數學의 모든 體系에서의 理論을 綜合적으로 研究하는 데는 集合이 緊要한 것이다. 이 集合을 中高校 數學에서도 指導하려는 것이다. 이 集合의 概念은 從前의 數學教材에도 各處에 潛在하고 있던 概念이고 決코 어려운 概念, 새로운 概念은 아니라고 생각한다. 다만 潛在하고 있던 概念을 具顯하려는 것이다. 勿論 集合의 具顯自體가 “數學教育의 現代化”는 아니다. 中高校에서의 集合概念의 導入은 教材를 取扱하기 위한 手段으로 集合을 指導하는 것이지 集合自體의 指導를 目標로 하는 것은 아니라고 생각한다. 集合에 관한 여러가지 理論이나, 集合記號에 관한 여러가지 複雜한 計算等은 中高校學生에게 無理이므로 피하는 것이 좋을 줄 생각한다.

2. 數體系의 構造의 指導

數體系의 構造에 대해서는 從前에는 分散적으로 指導를 하였기 때문에 全體적으로 어떤 뜻을 가지고 있는지 分明치를 알았다. 數體系를 自然數의 集合, 整數의 集合, 有理數의 集合, 實數의 集合, 複素數의 集合으로 擴張해나갈 때, 그 各 體系에는 獨特한 構造가 있다. 이것을 綜合적으로 指導함으로써 그 性質이 뚜렷해지고, 이것의 他分野에의 利用이 便利하게 된다. 또 그 밖의 여러가지 體系의 指導도 해두면 더욱 數學體系의 構造란 무엇인가 明白해질 줄 생각한다.

3. 函數概念의 再認識

函數概念의 指導에 對해서는 從前의 教材에서도 強調되어 왔다. 그러나 이 函數를 獨立變數에 從屬變數를 對應시킬 때 그 從屬變數로서 函數를 定義하여, 從屬變數 自體를 函數인 것 같이 생각해 왔다, 그러나 元來 函數는 두 量 사이의 어떤 關係를 뜻하므로 그 指導에 있어서는 徹底한 再檢討가 必要하다고 생각한다. 函數概念 指導에는 集合, 對應, 寫像, 順序의 概念이 內包되어 있으므로 이들 指導를 疎忽히 해서는 안될 줄 생각한다.

4. 圖形의 取扱의 再檢討

既往에 教材를 取扱하는 데 集合을 利用한다면 모든 圖形도 이것을 集合으로 定義하고 그들 사이의 關係를 記號化하는 데도 可能한 限 集合의 記號를 使用하는 것이 便利하고 統一性이 있어서 좋을 줄 생각한다. 다만 從前에는 圖形사이의 關係를 記號로 나타낼 때나, 圖形의 計量사이의 關係를 記號로 나타낼 때 같은 記號를 使用하여 왔지만 圖形과 그 計量사이에는 嚴格한 差別이 있으므로 그것을 記號化하는데 뚜렷한 區別이 있어야 함은 勿論이다.

5. 微積分 指導의 再檢討

微積分法은 應用面이 넓다고 해서 高等學校 數學教材의 一部分으로서 挿入하게 되었다. 應用面에만 置重하였기 때문에 解析學의 生命이라고도 할 수 있는 極限概念을 疎忽히 하고, 末端的인 計算法만을 爲主로 指導해왔다. 그러나 이와같은 指導를 받은 學生은 後에 實際로 이 微積分을 利用하려 해도 그 基礎인 極限概念의 把握이 不充分하기 때문에 自己가 習得한 知識만 가지고서는 圓滑히 이 微積分을 運用하기에는 매우 힘이 들 것이다. 極限概念만 確實히 把握한다면 그 末端的인 計算은 容易하게 處理할 수 있다. 이 極限概念指導는 直觀적으로는 比較的 容易하게 納得시킬 수 있다. 그러나 嚴格한 數學에서는, 더구나 高等學校數學에서는 直觀的인 指導는 不得已한 境遇以外에는 許容치 않는다. 따라서 極限의 뜻을 嚴格히 指導해야 하는데 그 指導는 容易한 일이 아니므로 萬一에 微積分을 高校에서 指導하려면 우선 極限概念의 指導方法을 徹底히 研究할 必要가 있다고 생각한다.

6. 教材를 取扱하는 方法

數學自體는 公理系의 純粹한 演繹의 體系이다. 從前의 中高校의 教材中 論證幾何에서는 이 演繹的 推理方法을 使用해 왔었다. 其他 分野에서도 어느 程度까지 이 方法을 써왔지만 大概是 系統이 서있지 않고 分散의이었다. 때로는 必要以上으로 直觀的인 方法으로 教材를 取扱해 왔었다. 數學教育의 目標의 하나가 “現代數學에의 接近”이라면, 現代數學의 取扱方法의 特徵인 公理系를 통한 演繹的推理形式을 可能한 限度에서 高校數

學에서도 使用할 必要가 있다고 생각한다. 가령 高校學生이 理解할 수 있는 程度 안에서 嚴格한 定義를 한 다음, 그 밑에서 여러가지 理論을 演繹的으로 展開해 나가는 方法을 指導함으로써 獨創力 養成에 큰 힘이 될 줄 생각한다.

7. 論理의 指導

數學은 一種의 論理라 볼 수 있다. 數學에서 쓰이는 하나 하나의 말, 記號에는 嚴格한 뜻이 있다. 이 뜻을 잘 解釋하지 못하면 問題 하나를 다루는 데도 큰 착오를 일으키는 일이 많다. 이

런 뜻에서 論理의 指導가 必要하다고 생각한다. 從來의 教材에도 이 論理에 관한 部分이 있었지만 이것을 綜合的으로 指導해야 할 것이다. 勿論 高校에서 Boole 代數의인 複雜한 記號論理(形式論理), 또는 非形式論理를 指導하라는 것은 아니다. 高校의 教材를 取扱하는데 使用되는 程度의 論理를 綜合的으로 指導하라는 것이다. 特히 演繹的인 推理方法을 어느 程度 徹底히 指導하려면 더욱 論理가 必要하다고 본다.

(서울大學校 師範大學)

『數學教育』過號案內

各級學校의 算數·數學科 教育課程, 全國數學教育研究大會의 記錄, 새로 制定된 數學用語, 外國의 數學教育現況 및 動向, 數學教育史, 大學入試 數學問題 懇談會의 記錄, 教員製作, 各級學校의 學習指導의 實際問題點, 새로운 教育理論 및 思想, 教育課程改定의 問題點 등 80여편의 論文이 실려있는 本會誌 『數學教育』의 지난 年度分을 必要로 하는 분은 다음과 같이 申請하기 바랍니다. 申請하실 때에 本會 所定對替用紙를 使用하시면 送金料가 必要없습니다.

區 分	會 員	非 會 員	備 考
第1卷 第1號~第3號	會費 100 원	每號 50 원 全卷 150 원	殘餘 64 部
第2卷 第1號~第4號	會費 200 원	每號 80 원 全卷 320 원	殘餘 111 部
第3卷 第1號~第3號	"	" 全卷 240 원	殘餘 252 部
第4卷 第1號~第3號	"	" "	殘餘 470 部

※ 再版印刷는 當分間 不可能하므로 殘餘部數외의 예약은 謝絶합니다.

申請處 韓國數學教育會 事務局

對替 서울 553 番