論 文

論文 66—3—4—1

마이크로波 다이폴 안테나의 抵抗特性

(The Resistance Characteristics of the Microwave Dipole Antenna)

楊 仁 應* (Young, In Eung)　　李 相 卨** (Lee, Sang Seol)

要 約

偏微分方程式의 境界値問題를 푸는 代身 空胴共振器의 理論을 利用하여 特殊模樣의 다이폴 안테나 임피이던스의 實數部가 計算되고 實測되었다. 이 안테나의 模樣은 一次常微分方程式으로 부터 決定되었고 그 길이 2h는 $\lambda \leq 2h \leq 3/2\lambda$ 限界内에 있었다.

使用周波數는 1500MC이고 影像面으로는 93×93cm²의 正方形 알루미늄 板이 使用되었다. 抵抗値는 β가 增加함에 따라 점차 減少하였고 測定된 抵抗分과 理論値가 잘 一致하였다.

Abstract

The real part of the impedance of dipole antenna is computed rigorously instead of solving a boundary value problem of a partial differential equation.

In this paper the resistance of the dipole antennas, whose shape was determined from an ordinary differential equation of first order and the length 2h is in the limits of $\lambda \leq 2h < 3/2\lambda$, were computed and measured.

The frequency used was 1500MC and the image screen, 93×93cm² rectangular aluminium plate, was used for the measurements.

The measured resistance was consistent with the theoretical result.

I 序 論

안테나 임피이던스計算에 關한 硏究는 1898年 Abraham이 안테나의 理論的 解析을 Maxwell 方程式의 境界値問題로써 取扱한데서 緣由한다. 1937年 L. V. King과 1938年 Erik Hallén은 圓筒形안테나에 對해서 Maxwell方程式의 境界値問題를 適用시켰다. Hallén의 方法은 안테나電流分布에 關한 近似解를 境界條件에 依해 級數形으로 求해서 給電點에서의 電壓과 電流의 式으로써 안테나 임피이던스를 計算했다.[1] 1941年 Schelkunoff는 圓錐形안테나에 對해서 傳送線의 理論과 Mode 理論을 適用시킴으로써 안테나 임피이던스를 計算했다.[2] 그러나 그 方法들은 比較的 가는 안테나에 對해서 近似解를 求했으므로 比較的 굵은 안테나에 對해서는 正確値를 얻지 못했다. 1956年 Fränz는 給電點이 圓錐形이고 電界와 直交되는 表面으로 이루어진 다이폴 안테나의 抵抗을 Maxwell方程式의 境界値問題를 풀지않고서 求할수 있음을 證明했다.[3][4] 即 안테나 周圍에 完全導體로 된外包를 생각하여 안테나 自體와 外包間에 하나의 空胴을 이루게 하

* 延世大學校 電氣工學科 正會員
Electrical Engr, Dept, Yonsei University
** 韓國電力株式會社
Korean Electric Power Co.

(接受日字 1966. 7. 29)

여 定在波가 發生되게 한다. 이 定在波는 어떤 過渡期에서 輻射界와 같이 생각할수 있다. 即 輻射된 第一波가 外包에서 反射되어 다시 돌아오기 前까지는 自由輻射波와 같으며 外包의 半徑을 無限히 크게 함으로써 輻射波와 反射波의 時間的差를 任意로 크게 할수있다. 또한 輻射減衰로 因해 輻射界를 이루는 데는 限定된 時間을 要하게 되며 따라서 輻射界의 過渡期및 外包의 半徑을 無限히 크게 極限을 取함으로써 輻射界의 定常狀態를 만들 수 있다. 獨立된 안테나의 抵抗은 外包로 密閉된 空胴의 共振周波數間의 差와 그 리액턴스의 留數로써 表示된다.

以上의 原理로 부터 正弦波電流分布를 갖고 안테나 길이 $2\ell=\lambda$되는 任意의 굵기에 對한 다이폴 안테나의 抵抗을 正確히 計算하고 實驗으로 立證했다. 實際로 안테나의 抵抗測定은 無限導體面으로된 影像面과 거의 같은 測定結果를 나타낸 [5] $93\times93\text{cm}^2$ 正方形 알루미늄板을 影像面으로 하여 測定하고 그 結果에 對한 誤差를 分析했다.

Ⅱ. 길이 $2\ell=\lambda$이고 任意의 굵기를 갖은 다이폴 안테나 抵抗의 計算

2—1 空胴界와 다이폴 안테나 抵抗과의 關係式

그림 1과 같이 圓筒座標로 表示하면 벡터포텐셜 A_z는

$$A_z=\frac{1}{4\pi}\int_{-l}^{l}R_e\frac{Ie^{-jkr}}{r}d\zeta$$
$$=\frac{1}{4\pi}\int_{-l}^{l}\left[i_1(\zeta)\frac{\cos kr}{r}+i_2(\zeta)\frac{\sin kr}{r}\right]d\zeta \quad \cdots\cdots (1)$$

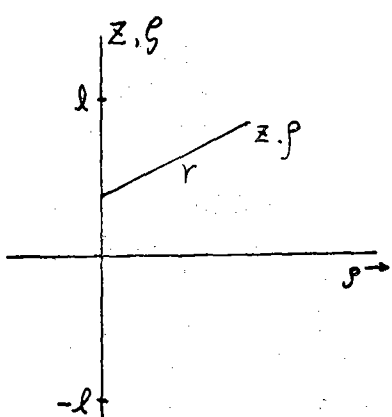

그림1 (1)式의 座標表示
Fig1 Coordinate representation of eq(1)

로 表示되고 여기서 $i_1(\zeta)$, $i_2(\zeta)$는 導體上의 電流와 $I=i_1+ji_2$이다.

따라서 Maxwell方程式에서 電界와 磁界는 다음과같이 된다.

$$H_\phi=-\frac{\partial A_z}{\partial\rho} \quad \cdots\cdots (2)$$

$$jw\varepsilon_o\rho E_z=\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial\rho} \quad \cdots\cdots (3a)$$

$$jw\varepsilon_o\rho E_\rho=-\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial z} \quad \cdots\cdots (3b)$$

電力線의 接線方程式은

$$E_z d\rho-E_\rho dz=o \quad \cdots\cdots (4)$$

이므로

$$\rho H_\phi=const. \quad \cdots\cdots (5)$$

이다. 안테나 表面이 電界와 直交하기 爲해서는 그 表面이 다음式 即 電界의 接線方程式을 滿足해야 한다.

$$E_\rho d\rho+E_z dz=o \quad \cdots\cdots (6)$$

따라서 (6)의 解는 $grad(\rho H_\phi)$와 같은 方向을 갖는다.

空胴의 리액턴스는 [6]

$$jX_h(p)=\sum_{-\infty}^{+\infty}\frac{a_n}{p-j\omega_n} \quad \cdots\cdots (7)$$

여기서 $p=\gamma+j\omega$로써 複素周波數, a_n은 常數로써 $a_n=a_{-n}>o$이며 共振周波數 ω_n은 $\omega_o=o$, $n>o$서는 $\omega_n=-\omega_{-n}>o$이다. 안테나 給電點電流를

$$i_o=\begin{cases}e^{p_o t} & :t>o\\ o & :t<o\end{cases} \quad \cdots\cdots (8)$$

라 놓고 Cauchy의 積分定理에 依해서 다시 쓰면

$$i_o=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty+\gamma}^{j\infty+\gamma}\frac{e^{pt}}{p-p_o}dp \quad \cdots\cdots (9)$$

가 된다. 給電點 電壓 u_o는 i_o와 $X_h(p)$로 부터 다음과 같이 볼 수 있다.

$$u_o=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty+\gamma}^{j\infty+\gamma}X_h(p)\frac{e^{pt}}{p-p_o}dp$$
$$=\sum_{-\infty}^{\infty}\frac{a_n(e^{j\omega_n t}e^{p_o t})}{j\omega_n-p_o} \quad \cdots\cdots (10)$$

안테나 給電點으로 부터 다이폴을 둘러쌓은 外包의 半徑 r_o와 時間 t를 無限大로 하면,

$$u_o e^{p_o t}\rightarrow X_h(p_o) \quad \cdots\cdots (11)$$

가 되어 獨立된 안테나의 리액턴스가 된다. $p_o=$

$j\omega$라 놓아서 $X_h(jw)$를 求하면,

$$X_{h(jw)}=\lim_{t\to\infty}\left[\lim_{r_0\to\infty}U_o e^{-jwt}\right]$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left[\lim_{r_0\to\infty}\sum_{-\infty}^{\infty}\frac{a_n}{\Delta\omega}\,\frac{e^{t(\omega_n-\omega)t}\,1}{iw_n-jw}\triangle\omega\right]$$

$$=\lim_{t\to\infty}\sum_{-\infty}^{\infty}\left[\lim_{r_0\to\infty}\frac{a_n}{\triangle\omega}\,\frac{\sin(w_n-w)t}{w_n-w}\triangle w\right.$$

$$\left.+j\lim_{r_0\to\infty}\frac{a_n}{\triangle w}\,\frac{1-\cos(w_n-w)t}{w_n-w}\triangle w\right] \qquad (12)$$

가 된다. 여기서 $\triangle w=w_{n+1}-w_n$는 隣接한 共振周波數間의 差이다. (1)式에서 k를 $dk=\frac{\pi}{r_o}$만큼 變化시키면 外包의 半徑 r_o가 매우 클때에 一定한 外包에 對해서 한共振周波數와 다음 共振周波數의 差만큼 變化된 結果가 된다. 따라서

$$w_{n+1}=w_n+\triangle w=k_n c+\pi c/r_o \qquad (13)$$

c;光速度

로 되고,

$$\triangle w=\frac{\pi c}{r_o} \qquad (14)$$

를 얻는다. $r_o\to\infty$되매 따라 $\triangle w$는 o에 收斂하므로 (12)는 積分形으로 表示할 수 있으며 그 實數分만 생각하면

$$R=\lim_{t\to\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\lim_{r_0\to\infty}\frac{a_n}{\triangle w}\,\frac{\sin(w_n-w)t}{w_n-w}dw_n\right] \qquad (15)$$

로 된다. (15)는 Fourier 積分公式에 依해서 다음과 같이 된다.

$$R=m\lim_{r_0\to\infty}\frac{a_n}{\triangle w}\rho \qquad (16)$$

또한 (14)로 부터

$$\frac{\triangle w}{w}=\frac{\lambda}{2r_o} \qquad (17)$$

를 얻는다. 密閉된 안테나의 써셉턴스 jB_h는 X_h의 極 w_n에 對하여 Taylor 級數로 展開하면

$$jB_h=j(w-w_n)\left(\frac{\partial B_h}{\partial w}\right)_{w=w_n} \qquad (18)$$

(7)(18)을 比較함으로써

$$a_n=\left(\frac{\partial B_h}{\partial w}\right)^{-1}_{w=w_n} \qquad (19)$$

β_h는 $w\ell$의 函數이므로

$$w\frac{\partial\beta_h}{\partial w}=\ell\frac{\partial\beta_h}{\partial\ell} \qquad (29)$$

空胴의 리액턴스를 變化시키기 爲해서 안테나 길이 ℓ을 $d\ell$만큼 變化시켜 導體壁을 微少變化시키면 空胴에 貯蓄되는 電磁力 P의 變化 ∂p는

$$P=w\int(\mu_o HH^*-\varepsilon_o EE^*)dv \qquad (21)$$

이므로,

$$\delta p=i_o^2\delta X_h=w\int(\mu_o HH^*-\varepsilon_o EE^*)\delta n do \qquad (22)$$

가 된다. 여기서 i_o는 안테나 給電點의 電流, dv는 空胴의 體積素, do는 表面素, δn은 do에 垂直되는 方向의 微少變化이다. 給電點에서 電界와 磁界는 發散하므로 (22)의 積分은 給電點을 除外한 全空胴表面, 即 안테나 自體에 멀리 둘러쌓인 外包表面에 對해서 行하면 된다.

$\beta_h X_h=-1$이므로,

$$\delta X_h=X_h^2\delta\beta_h \qquad (23)$$

(23)을 (22)에 代入하면

$$u_o^2\delta B_h=w\int(\mu_o HH^*-\varepsilon_o EE^*)\delta n do \qquad (24)$$

가 된다. 여기서 $u_o=X_h i_o$는 안테나 入力點電壓이다. (24)의 表面積分에서 안테나 自體의 表面에 依한 積分値도 먼 外包에 對한 것에 比해 無視할 수 없고 먼 外包에서 電界 E는 消滅되므로

$$u_o^2\frac{\partial B_h}{\partial n}=\lim_{r_0\to\infty}w\int\mu_o HH^*do \qquad (24)$$

로 쓸수있다. 그런데 $\delta\ell$은 δn에 比해 任意로 작게 할 수 있으므로 그 比가 $\frac{\ell}{r_o}$되게 r_o를 調節하면,

$$\frac{\partial\ell}{\partial n}=\frac{\ell}{r_o} \qquad (26)$$

이 된다. 따라서 (25)를 다시 쓰면

$$u_o^2\frac{\partial B_h}{\partial\ell}\,\frac{\ell}{r_o}=\lim_{r_0\to\infty}w\int\mu_o HH^*do \qquad (27)$$

가 된다. (17)(19)(20)27)을 綜合해서

$$R^{-1}=\frac{Z_o\lim_{r_0\to\infty}\int HH^*do}{u_o^2} \qquad (28)$$

$$z_o=\sqrt{\mu_o/\varepsilon_o}=377(\Omega)$$

여기서 z_o는 自由空間의 特性 임피이던스이다. (28)에서 給電點 電壓 u_o와 輻射抵抗의 定義로 부터 求할 수 있는 磁界 H과 表面積分值만 알면 안테나 抵抗을 計算할 수 있다.

2—2 正弦波電流分布를 갖는 길이 $2\ell=\lambda$의 안테나 모양.

電流의 週期가 (1)의 $k=2\pi/\lambda$에 依한 波長과 一致하는 正弦波電流分布를 갖는 電流素子로써 안테나를 選擇하면 電磁波는 簡單한 基本函數로써 表示된다.[7] 따라서 다음과 같이 놓는다.

$$\left.\begin{array}{l} i_1(\zeta)=i_o sink|\zeta|, \\ i_2(\zeta)=ai_1|\zeta|, \end{array}\right. (\zeta)\leqq\ell=\lambda/2\Big\} \cdots\cdots (29)$$

여기서 a는 未定數이고 ζ는 獨立常數이다.(29)에 依한 磁界는 座標를 그림2와 같이 表示했을때 다음 式으로 주어진다.[7]

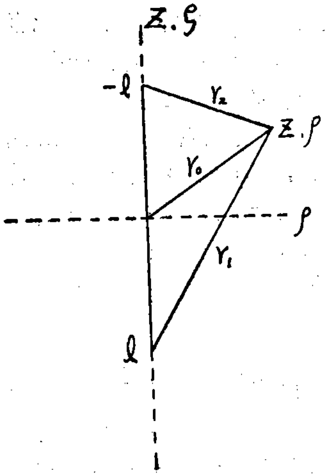

그림2 (30)式의 座標表示
Fig2 Representation of coordinate

$$\frac{4\pi\delta H\phi}{i_o}=sinkr_1+sinkr_2+2sinkr_o-a(coskr_1+coskr_2+2coskr_o)\equiv F(\delta z) \cdots\cdots (39)$$

$r_o=o$周邊에서 r_1, r_2를 $\frac{\lambda}{2}$에 對한 偏差로써 表示하면,

$$\left.\begin{array}{l} kr_1=\pi-\triangle_1 \\ kr_2=\pi-\triangle_2 \end{array}\right\} \cdots\cdots (31)$$

가 되고, (30)에서 $F(\rho.z)$는

$$F(\rho,z)=2sinkr_o-2acoskr_o+sin\triangle_1+sin\triangle_2+a(cos\triangle_1+cos\triangle_2) \cdots (32)$$

가 된다. cos의 展開는 $\triangle_1, \triangle_2$의 自乘項이 最低項으로 되어 $|\triangle_1|\leqq kr_o$, $|\triangle_2|\leqq kr_o$이므로 $sinkr_o$에 比해 無視할 수 있다. sin項을 展開하면

$$sin\triangle_1+sin\triangle_2=\triangle_1+\triangle_2+\cdots\cdots (33)$$

이고 또한

$$\left.\begin{array}{l} (kr_1)^2=\pi^2+(kr_o)^2+2\pi(kr_o)cos\theta \\ \quad=(\pi-\triangle_1)^2 \\ (kr_2)^2=\pi^2+(kr_o)^2-2\pi(kr_o)cos\theta \\ \quad=(\pi-\triangle_2)^2 \end{array}\right\} (34)$$

이 된다. (34)에서

$$2\pi(\triangle_1+\triangle_2)=\triangle_1^2+\triangle_2^2-2(kr_o)^2 \cdots (35)$$

이므로 (32)(33)(35)로 부터

$$F(\rho,z)=2sinkr_o+\triangle_1+\triangle_2 \cdots\cdots (36)$$

를 얻는다. (46)은 a와 無關하며 따라서 모든 a에 對해서 $r_o=o$ 周邊의 電力線은 圓이되고 그에 直交되는 안테나 自體는 圓錐形이 됨을 알 수 있다. 電荷가 o되지 않는 안테나上의 모든 點에서 電力線이 發生되며 電荷의 蓄積은 電流가 最大되는 $\rho=\pm\lambda/4$에서만 o이 된다. 또한 그 力線은 給電點 $\rho=o$을 除外하고는 안테나에 垂直이다. 即 $\rho=o$에서 電荷의 蓄積은 ⊕에서 ⊖로 突變한다. $a=o$에 對해서 안테나로 부터 發生된 $F(\rho,z)$는 다음과 같이 된다.

$$F(\rho_1 z)=2sinkr_o+\triangle_1+\triangle_2 = 2sink|\zeta| \cdots\cdots (37)$$

(37)은 $\rho=\pm\lambda/4$에서 最大値 2가 된다. 그러나 $a\neq o$인 경우에 $F(\rho,z)$의 極點을 求하기 爲해서 $a=tan\psi$라 놓고 $F(\rho,z)$를 다시 쓰면,

$$cos\psi F(\delta_1 z)=sin(kr_1-\psi)+sin(kr_2-\psi)+2sin(kr_o-\psi) \cdots\cdots (38)$$

가 된다. r_1r_2를 獨立變數라 하여 F의 極點을 求하기 爲해서 r_1r_2에 對한 F의 1次 導函數를 求하면 다음과 같이 된다.

$$\left.\begin{array}{l} k^{-1}\frac{\partial F}{\partial r_1}=cos(kr_1-\psi)+2\frac{\partial r_o}{\partial r_1} \\ \quad cos(kr_o-\psi)=o \\ k^{-1}\frac{\partial F}{\partial r_2}=cos(kr_2-\psi)+2\frac{\partial r_o}{\partial r_2} \\ \quad cos(kr_o-\psi)=o \end{array}\right\} \cdots\cdots (39)$$

그리고 (34)로 부터

$$2(kr_o)^2=(kr_2)^2+(kr_2)^2-2\pi^2 \cdots\cdots (40)$$

이고,

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial r_o}{\partial r_1}=\frac{r_1}{2r_0} \\ \frac{\partial r_o}{\partial r_2}=\frac{r_2}{2r_0} \end{array}\right\} \cdots\cdots (41)$$

이므로,

$$\left.\begin{array}{l} r_o cos(kr_o-\psi)+r_1 cos(kr_o-\psi)=o \\ r_o cos(kr_2-\psi)+r_2 cos(kr_o-\psi)=o \end{array}\right\} \cdots (42)$$

를얻고, 따라서,

$$r_2cos(kr_1-\psi)-r_1cos(kr_2-\psi)=o \cdots\cdots (43)$$

가 된다. 求하고자 하는 極點은 ψ에 따라 變位하고 그點은 $z=\lambda/4$ 周邊에 存在하므로 $z=\lambda/4$ $\rho=o$點 周邊에 對한 電氣角의 偏差를 생각하면,

$$\left.\begin{aligned} kr_0 &= \frac{\pi}{2} + x_0 \\ kr_1 &= \frac{3}{2}\pi + x_1 \\ kr_2 &= \frac{\pi}{2} + x_2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (44)$$

라 쓸 수 있고 (44)를 (49)(42)에 代入하여

$$\left.\begin{aligned} &\cos\left(\frac{3}{2}\pi + x_1 - \psi\right) + 3 \\ &\cos\left(\frac{\pi}{2} + x_0 - \psi\right) = o \\ &\cos\left(\frac{\pi}{2} + x_2 - \psi\right) + \\ &\cos\left(\frac{\pi}{2} + x_0 - \psi\right) = o \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (45)$$

$$2\left(\frac{\pi}{3} + x_0\right)^2 = \left(\frac{3\pi}{2} + x_1\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2} + x_2\right)^2 - 2\pi^2 \cdots\cdots\cdots\cdots (46)$$

을 얻는다. (45)(46)에서

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \frac{2}{3}\psi \\ x_1 &= o \\ x_2 &= \frac{4}{3}\psi \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (47)$$

이다 (47)을 δ, z 座標面에 置換하면

$$\left.\begin{aligned} \rho_m &= \frac{\lambda}{2}\sqrt{\frac{\psi}{\pi}} \\ z_m &= \frac{\lambda}{4}\left(1 - \frac{2}{3\pi}\psi\right) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (48)$$

를 얻는다. $kr_1 + kr_2 \geqq 2\pi$이므로, $x_1 + x_2 \geqq o$이고 따라서 $\psi = o$이다. 그러므로 F는 實極點을 갖는다. 이제 F의 極大, 極小를 判別하기 爲해서 F의 2次導函數를 求해보면 極點에서

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial r_1^2} &= -\frac{7}{2}k^2 \\ \frac{\partial^2 F}{\partial r_2^2} &= -\frac{3}{2}k^2 \\ \frac{\partial^2 F}{\partial r_1 r_2} &= -\frac{3}{2}k^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (49)$$

이 되고,

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 F}{\partial r_1^2} < 0 \\ &\frac{\partial^2 F}{\partial r_2^2} < 0 \\ &\frac{\partial^2 F}{\partial r_1^2}\,\frac{\partial^2 F}{\partial r_2^2} - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial r_1 \partial r_2}\right)^2 > 0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (50)$$

이므로 F는 極大値를 갖는다.

다음에 안테나 表面은 微分方程式 (6)의 解를 滿足하므로 (6)의 解를 求하기 爲해서 ρ, z座標面을 $\rho = \pm\lambda/4$ $z = 0$點에 共通으로 焦點을 갖는 楕圓雙曲線座標로 變換하면,

$$k(z + j\rho) = \pi\cosh(\zeta + j\eta) = \pi\cosh\zeta\cos\eta + j\pi\sinh\zeta\sin\eta \cdots (51)$$

이고,

$$\left.\begin{aligned} \cosh\zeta &= u \\ \cos\eta &= v \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (52)$$

라 놓으면

$$\left.\begin{aligned} kz &= \pi uv \\ k\rho &= \pi\sqrt{u^2 - 1}\sqrt{1 - v^2} \\ k(r_1 + r_2) &= 2\pi u \\ k(r_1 - r_2) &= 2\pi v \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (53)$$

가 된다. (53)의 關係로 座標面에 表示하면 그림 3과 같이 된다. 따라서 (6)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial \eta}d\zeta - \frac{\partial F}{\partial \zeta}d\eta = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots (54)$$

(38)을 (54)에 代入하여

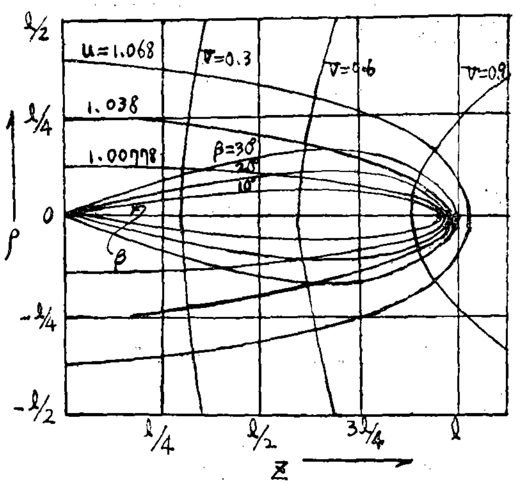

그림 3 楕圓雙曲線座標面과 안테나 斷面圖

Fig3 Antenna cross section and Hyper elliptic coordinate surface

$$-\sin(\pi u - \psi)\sin\pi r + \frac{\cos(\pi\sqrt{u^2+v^2-1} - \psi)}{\sqrt{u^2+v^2-1}}\,\frac{du}{n^2-1} - \left[\cos(\pi u - \psi)\cos\pi r + \frac{u\cos(\pi\sqrt{u^2+v^2-1} - \psi)}{\sqrt{u^2+v^2-1}}\right]\frac{dv}{1-v^2} = 0 \cdots\cdots (55)$$

를 얻는다. (55)는 數値積分할 수 있으나 안테나가 極히 굵지 않으면 $u - 1 = \varepsilon \ll 1$이 되어 다

음과 같이 近似式으로 쓸 수 있다.

$$-\frac{de}{2e}+\left(-1+\frac{1}{|v|}-\frac{dv}{1-v^2}\right)=0\cdot(57)$$

(56)을 풀면

$$\frac{\varepsilon(1-|v|)^2}{v^2}=\text{const}>0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (57)$$

를 얻는다. 따라서 廻轉對稱 다이폴 안테나 表面은 (57)을 滿足해야 한다.

$\varepsilon_{v=1/2}=\varepsilon_{1/2}$라 表示하면 (57)로 부터

$$\varepsilon=\rho\varepsilon_{1/2}\frac{v^2}{(1+|v|)^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (58)$$

이 된다. 그리고,

$$\begin{aligned}\rho&=\ell\sqrt{u^2-1}\sqrt{1-v^2}\\&\fallingdotseq\ell\sqrt{2\varepsilon}\sqrt{1-v^2}\\&=|v|\sqrt{\frac{1+|v|}{1-|v|}}\times\text{const} \quad \cdots\cdots (59)\end{aligned}$$

이므로 $|v|=0.62$에서 안테나의 가장 굵은部分이 되나 안테나 굵기 d를 $v=\frac{1}{2}$되는 點의 굵기로 써 代表하면 d는

$$\begin{aligned}d=2\int_{1/2}&=2\ell\sqrt{2\varepsilon_{1/2}}\sqrt{1-(\tfrac{1}{2})^2}\\&=2\ell\sqrt{\frac{3}{2}\varepsilon_{1/2}} \quad \cdots\cdots\cdots (60)\end{aligned}$$

이 되고 안테나 open angle β는

$$\tan\beta=\lim_{v\to o}\frac{\rho}{z}=\sqrt{18\varepsilon_{1/2}}=\frac{d}{2\ell}\sqrt{12} \quad \cdots\cdots\cdots (61)$$

로 주어진다. 給電點에서 안테나 끝까지의 길이 h는,

$$\frac{h-\ell}{\ell}=\varepsilon(1)=\frac{3}{8}\frac{d^2}{\ell^2} \quad \cdots\cdots\cdots (62)$$

이 된다. 또한 (44)(47)로 부터

$$k(r_1+r_2)=2\pi+\frac{4}{3}\psi=2\pi u=2\pi+2\pi\varepsilon$$

$$\therefore\ e_m=\frac{2}{3\pi}\psi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (63)$$

이고 $v\fallingdotseq\frac{1}{2}$에서 F의 最大値가 存在하므로

$$\varepsilon_m\fallingdotseq\varepsilon_{1/2}=\frac{2}{3}\left(\frac{d}{2\ell}\right)^2$$

$$\therefore\ \psi=\pi\left(\frac{d}{2\ell}\right)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (64)$$

을 얻는다. 안테나 굵기가 $d/2\ell=$이 程度의 比較的 굵은 안테나에 對해서도 $u-1=\varepsilon=\left(\frac{d}{2\ell}\right)^2\ll1$을 維持하는 範圍에 充分하므로 近似解(57)은 正確値에 매우 훌륭히 接近함을 알 수 있다.

또한 (55)의 解는 $z>\frac{3}{4}\lambda$에서 Z軸을 지나지 않으므로 $2\ell=\lambda$이고 正弦波 電流分布를 갖는 안테나 길이 $2h$는 $\lambda<2h<3\lambda/2$의 範圍에 들어 가게 된다.

2–3 $i_1=i_0\sin k|\rho|$ $i_2=ai_1$으로 주어지는 電流分布를 갖는 안테나 抵抗

(28)에 依해서 안테나 抵抗을 計算할 수 있다.

$$u_0=\lim_{\varepsilon\to o}\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}E_z d_z \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (65)$$

그림 4 에서와 같이 (65)의 積分經路는 給電點 近方에서 두 안테나 팔(arm) 사이에 對해서 行한다.

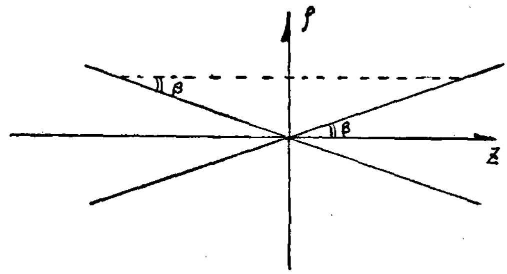

그림4 (65)의 積分經路
Fig4 Integration path of eq(65)

(3a)에 依해서 (65)는

$$u_0=\frac{1}{jw\varepsilon}\lim_{\rho\to o}\int_{-\rho\cot\beta}^{\rho\cot\beta}\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\sqrt{}H\phi)\,dz}{\partial\rho} \quad \cdots\cdots\cdots (66)$$

가 되고, (30)으로 부터

$$\rho H_\phi=\frac{i_o}{4\pi}\{\sin kr_1+\sin kr_2+2\sin kr_o-a(\cos kr_1+\cos kr_2+2\cos kr_o)\}\cdots(67)$$

를 얻는다. 그러므로,

$$u_o=\frac{i_oz_o}{4\pi j}\lim_{\rho\to o}\int\left[\frac{\cos kr_1}{r^1}+\frac{\cos kr_2}{r_2}+\frac{2\cos kr_o}{r_o}+a\left(\frac{\sin kr_1}{r_1}+\frac{\sin kr_2}{r_2}+\frac{2\sin kr_o}{r_o}\right)\right]dz \quad \cdots\cdots (68)$$

가 된다. 그런데 $\rho\to0$됨에 따라 (68)式에서 $\frac{2\cos kr_o}{r_o}$項外는 모두 無視할 수 있으므로,

$$u_0=\frac{i_0 z_0}{2\pi j}\int_{-p\cot\beta}^{p\cot\beta}\frac{dz}{r_0}=\frac{i_0 z_0}{2\pi j}\ell_n\left[\frac{1+\cos\beta}{1-\cos\beta}\right] \quad \cdots\cdots(69)$$

를 얻는다. 다음 $z_0\int HH^*do$는 안테나 輻射出力에 依한 輻射抵抗의 定義로 부터 다음과 같이 된다.

$$z_0\int HH^*do=(1+\alpha^2)i_0^2R_0 \quad \cdots\cdots(70)$$

여기서 R_0는 $2\ell=\lambda$이므로 199Ω이다.[7] (69)(70)으로 부터 안테나 抵抗 R은

$$R=\frac{72}{1+\alpha^2}\left[l_n\left(\cot\frac{\beta}{2}\right)\right]^2\Omega \quad \cdots\cdots(71)$$

가 된다. 그림 5는 (71)에 依해 計算된 結果이다. 特히 β가 작은 때는 아래와 같이 近似式으로 쓸 수 있다.

$$R=\frac{72}{1+\alpha^2}\left(l_n\frac{2}{\beta}\right)^2\Omega \quad \cdots\cdots(72)$$

그림 6은 (72)에 依한 結果이다. 또한 α는 다음 式으로 주어 진다.

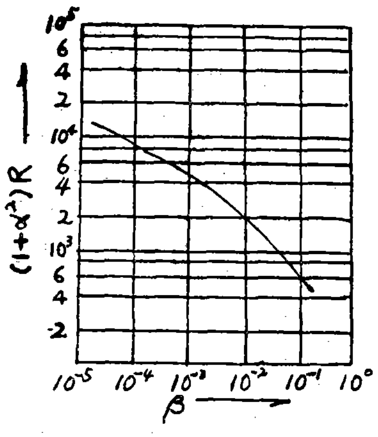

그림5 (71)에 의한 안테나 抵抗의 計算値
Fig5 Numerical values of antenna resistance computed from eq(71).

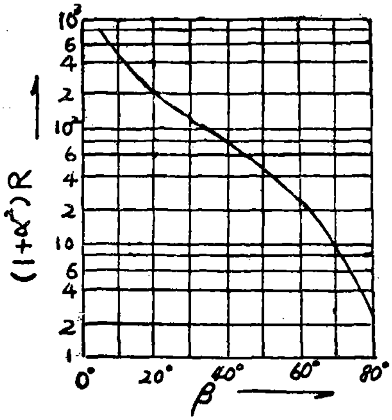

그림6 (72)에 依한 안테나 抵抗의 計算値
Fig6 Numerical values of antenna resistance computed from eq(72).

$$\alpha=\tan\psi=\tan\pi\left(\frac{d}{2\ell}\right)^2 \quad \cdots\cdots(73)$$

대개 比較的 굵은 안테나 임피던스도 單純한 收歛展開函數 即 $\ell_n/2\ell$로써 展開되었으나 여기서는 $\left(\frac{d}{2\ell}\right)^2$인 自乘函數로써 表示되므로 더욱 急히 收歛한다.

Ⅲ 안테나의 抵抗測定

3—1 測定用안테나製作

(57)에 依해서 認定되는 안테나의 모양은 그림 3에 表示된 바와 같이 하나의 曲面體가 되므로 그製作이 多少 困難하다. 따라서 여기서는 $\beta=10°, 20°, 30°$인 경우를 選定해서 製作하였다. 材料는 木材로써 精密히 製作하여 鉛薄紙로 被覆했다. 또한 測定 周波數는 定在波檢出器 捧針의 튜닝(tuning)이 가장 좋은 1500Mc을 使用하기 爲해서 $\ell=\frac{\lambda}{2}=100$mm로 定했다. (57)(61)로 부터 β에 對한 안테나 各部굵기를 計算하면 표1과 같이 된다.

β / $z_1\varphi$ / ν	10°		20°		30°	
	Z/ℓ	$\pm\varphi/\ell$	Z/ℓ	$\pm\varphi/\ell$	Z/ℓ	$\pm\varphi/\ell$
0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.100012	0.0157	0.110055	0.0329	0.100138	0.0525
0.2	0.200083	0.0285	0.200368	0.0594	0.200928	0.0944
0.3	0.30024	0.0381	0.301055	0.0801	0.30267	0.1270
0.4	0.40049	0.0454	0.40215	0.0952	0.40544	0.1511
0.5	0.50083	0.0501	0.5037	0.1050	0.50929	0.1670

0.6	0.6013	0.05220	0.6056	0.1090	0.61412	0.1760
0.7	0.7018	0.0509	0.7079	0.1072	0.71982	0.1700
0.8	0.8024	0.0462	0.8105	0.0970	0.8264	0.1543
0.9	0.9030	0.0357	0.9144	0.0752	0.9336	0.1118
0.95	0.9535	0.0268	0.9652	0.0554	0.9877	0.0882
0.98	0.98372	0.0173	0.9959	0.0358	1.0201	0.2570
1.0	1.00375	0	1.0166	0	1.0418	0

표 1 β에 對한 안테나 各點의 굵기
Table 1 Antenna thickness along the axis for β

3—2 測定裝置

測定裝置의 配列은 그림 7과 같이 마이크로波 發振器에서 나온 마이크로波出力을 定在波測定器入力側에 接續하고 負荷側에 안테나를 取付하여 定在波檢出器內에 定在波를 發生시키고 探針에 依해서 얻은 信號를 크리스털에 依해 檢波하여 定在波檢出用增幅器로서 指示値를 읽을 수 있도록 配列했다.

마이크로波電源은 反射形 크라이스트론 6BM-6A를 利用한 TS—419U (出力 1mW)를 使用했고 定在波檢出器는 平行板軸線定在波檢出器(Parallel plate sloted section coaxial standing wave detector)로써 特性임피던스는 50Ω이고 버니어로 探針의 位置를 0.1mm까지 읽을 수 있게 되어 있다. 크리스털은 IN21B를 썼고 定在波檢出用增幅器는 最高利得 40db로써 入力側에 1000c/s帶域濾波器를 갖고 있는 Model MAW-4를 使用했다. 影像面은 93×93cm²의 正方形알미늄板을 無限影像面 代身 使用했다. 안테나 接續裝置는 그림 8와 같이 포리에치렌 비—드(Polyethylen bead)로써 中心導體를 支持하도록 해서 그 特性임피던스가 定在波檢出器의 特性임피던스와 거의 一致하도록(49.96Ω) 製作했다.

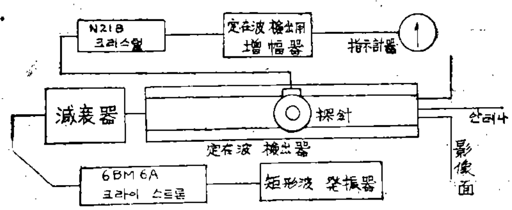

그림7 안테나 임피던스 測定裝置
Fig7 The devices of antenna impedance measurements

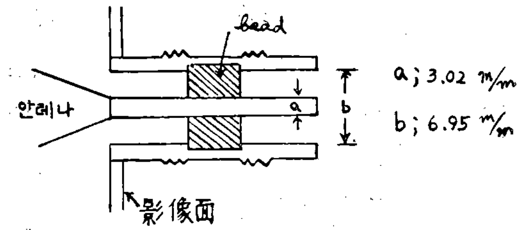

그림8 안테나 接續裝置
Fig8 Antenna joint

3—3 測定方法

1) 크리스털電流特性測定

크리스털 電流特性은 大略 電壓의 自乘에 比例하나, 그것은 一定치 않고 크리스털의 個個마다 使用周波數에 따라 다르다. 따라서 定在波를 測定하기 爲해서는 우선 크리스털 電流特性을 使用周波數에 對해서 正確히 測定해야 한다.

傳送線內의 疎結合된 探針에 誘起되는 電壓 E는 ℓ을 電壓最小點으로 부터 測定한 거리라 할 때 $\sin 2\pi\ell/\lambda$에 比例한다.[9] 傳送線을 短絡시키고 ℓ에 따라 크리스털電流를 測定하여 그림 9과 같이 $\log-\log$座標에 表示하면 거기에 나타난 直線의 기울기가 크리스털 레스폰스(Crystal response) n이 된다. 測定値는 표2와 같다.

增幅器指針	ℓ (mm)	$\sin\frac{2\pi}{\lambda}\ell$
4	7.1	0.22155
8	9.8	0.30265
14	12.8	0.39127
20	15.0	0.45399
30	18.5	0.54902
40	21.4	6.0266

50	24.2	0.68762
60	27.3	0.157
70	30.2	0.8131
80	33.3	0.86515
90	38.4	0.83483
100	46.3	0.99337

表2 1500Mc에서 크리스털電流特性 測定値
Table2 The measured crystal currents at 1.5GC

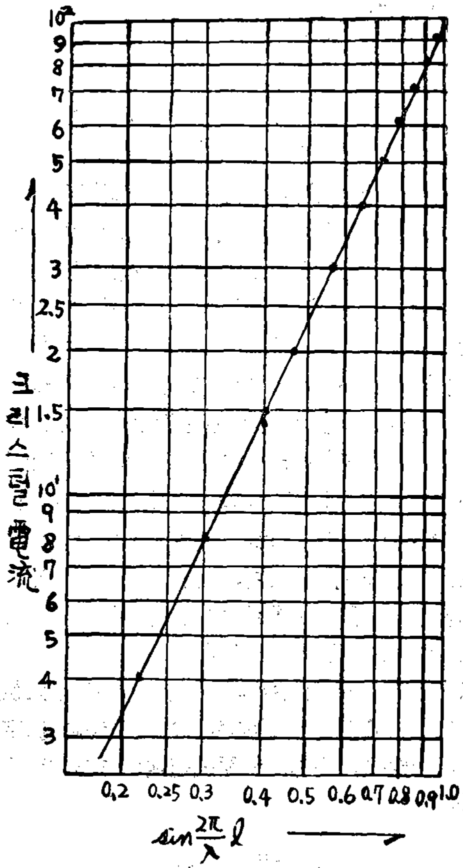

그림9 1500Mc에서 크리스털電流特性
Fig9 Crystal characteristics at 1.5GC

2) 定在波比測定

定在波比는 傳送線內의 電壓最高値와 最小値의 比이므로 直接 指示計器의 最高値와 最低値를 읽어서 求할 수 있으나 定在波比가 多少 커지면 正確한 測定이 困難하므로 다음과 같은 方法을 본다. 그림 10에서 定在波比 r은

$$r=\left[\frac{2(c^2-1)}{c^2\cos\beta a-\cos\beta b-(c^2-1)}+1\right]^{\frac{1}{2}}$$

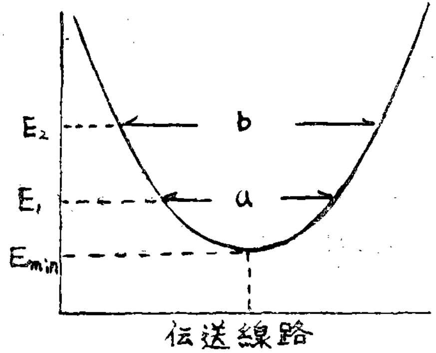

그림10 (74)의 座標와 電界
Fig10 Electric field and coordinate

$$c=\frac{E_2}{E_1}=\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^{1/n}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (74)$$

로 表示된다. 여기서 $I_1 I_2$는 크리스털電流 n는 크리스털 레스폰스이다.

3) 負荷點의 決定

傳送線에서 負荷點을 短絡했을때 負荷點의 定在波는 0이 될뿐 아니라, 그 點에서 半波長되는 거리마다 0點이 생기게 되므로 負荷點을 短絡했을때 定在波檢出器內에 發生되는 0點은 어느 것이나 負荷基準點으로 생각 할 수 있다.

4) 定在波比에 依한 임피던스計算

定在波比와 負荷點으로 부터 最小點까지의 거리에 依한 임피던스 計算式은 다음과 같다.[9]

$$z_1=z_0\frac{1-jr\ \tan\frac{2\pi}{\lambda}d}{r-j\ \tan\frac{2\pi}{\lambda}d}\cdots\cdots\cdots\cdots (75)$$

r; 定在波比

d; 負荷點에서 最小點까지의 거리

λ; 測定周波數의 波長

z_0; 傳送線의 特性임피던스

3—4 測定結果

測定結果는 표3와 같고 理論値와 比較하기 爲

β	mm 기준성	mm 電壓最小點	mm α	mm a	mm b	c^2	r	Ω R
10°	110.05	156.20	46.15	5.6	9.7	1.456	6.5	20.3
20°	〃	153.55	43.50	8.9	19.8	〃	2.82	109.5
30°	〃	151.10	41.05	15.5	39.9	〃	1.33	63

表3 影像面上에서 測定한 다이폴안테나 抵抗値
Table 3 The measured values of the dipole antenna on the image screen

β	Ω 理 論 値	Ω 測 定 値	% 誤　差
10°	427	406	−4.9
20°	217	219	+0.9
30°	123.6	126	+1.9

표4 다브렐으로 換算한 안테나抵抗의 測定値와 理論値와의 比較
Table4 Theoretical and measured Values of dipole antenna resistance

해서 표3의 測定値를 2倍하여 比較하면 표4 및 그림11과 같이 된다.

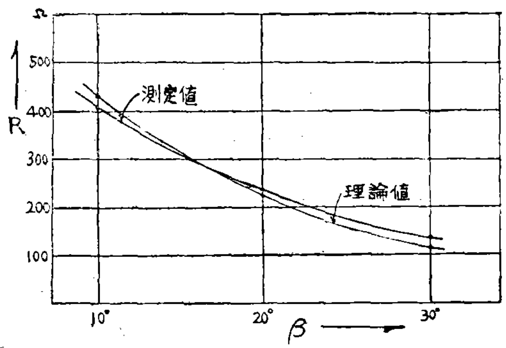

그림11 다브렐으로 換算한 안테나抵抗의 測定値와 理論値의 比較曲線
Fig11 The curves af theoretical and measured value of dipole antenna

3—5 測定結果에 關한 考察

그림11에 나타난 結果를 보아서 測定値는 理論値와 多少의 誤差를 나타내고 있으나 다음과 같은 原因을 들 수 있다.

1) 안테나모양의 幾何學的誤差
2) 定在波 檢出用增幅器의 指針에 依한誤差
3) 探針의 位置에 依한 誤差
4) 發振周波數의 誤差
5) 影像面에 依한 誤差
6) 안테나接續裝置에 依한 付隨的임피던스의 影響
7) 探針의 로—딩(loading)
8) 測定室의 條件

以上의 原因中에서 可能한 誤差限界를 計算해보면 안테나 製作에 있어 各部굵기의 精密度는 ±0.25mm級以上으로 할 수 없었으므로 굵기에 ±0.25mm의 誤差가 發生하면 안테나抵抗値에는 $\beta=10°$에서 ±3.28%, $\beta=30°$에서 ±2.18%의 誤差가 發生된다. 또한 안테나表面은 鉛被覆으로 因해 多少의 屈曲을 이루었다. 定在波檢出用增幅器의 指針은 固定된 探針의 位置에서 不規則的으로 약간의 變動을 하며 100눈금 (full scale) 周邊에서는 1~3눈금의 差를 나타낸다. 따라서 같은 指示値에 對해서 探針의 位置는 相當한 差를 가져온다. $\beta=10°$인 경우를 例로써 "b"의 測定値에 2mm의 誤差만 發生 되어도 定在波比에는 4%의 變化가 생기며 안테나抵抗値에는 1.3%의 誤差가 생긴다. 또한 探針의 位置 0.5mm程度의 變化에 依한 增幅器指針의 變化는 肉眼으로 區別하기 어려울 程度이다. 마이크로波 發振器에 周波數다이얼이 있으나 그것은 正確치 않아서 發生된 定在波의 波長을 測定하여 周波數다이얼의 位置를 定했으나 測定時에 따라 같은 다이얼位置에서 波長에 ±0.01mm의 變化가 있었다. 影像面에 依한 影響은 實際測定에서 理想的 無限影像導體面에 對한 理論値에 比해서 略10%의 差를 나타내고 있으며 안테나接續裝置에 依한 影響은 비이드에 並列캐파시턴스의 영향을 考慮에 넣을 수있으나 測定上 큰 問題는 되지 않는다[10] 探針은 될 수 있는 限 疎結合시켰으나 마이크로波 電源出力은 적고 增幅器의 利得이 적어서 定在波比가 多少큰 경우에는 誤差에 큰 영향을 주게 된다. 測定室은 石造建物로 鐵窓및 다른 試驗裝置에 依한 輻射波의 反射에 依한 影響은 無視할 수 없다.

以上의 結果로써 $\beta=10°$에서 나타난 最大誤差는4.9%는 이제까지 論述한 測定方法과 測定裝置에서 發生될 수 있는 誤差範圍에 充分히 들어간다.

Ⅳ 結　　論

다이폴안테나의 모양을 決定해 주는 一階常微分方程式의 解만 求하면 어떤 굵기의 다이폴안테나에 對해서는 그 抵抗을 Maxwell 方程式의 境界値問題를 풀지 않고서도 正確히 計算할 수 있다. 또한 計算된 抵抗値는 急히 收斂하는 函數로써 表示되며 $2\ell=\lambda$의 다이폴안테나는 그 길이가 $2\lambda<2h<3\lambda/2$의 範圍에서 굵기에 따라 任意로 그 抵抗値를 變化시킬 수있고 그 形狀이 電流最大되는 部分近處에서 굵게 되어 있어電流特

性으로 보아 매우 合理的 안테나라 할 수 있다. 안테나 抵抗測定結果로 보아 定在波比가 10以下인 경우에는 以上에서 使用한 測定裝置와 測定方法으로써 어느程度 理論値에 가까운 測定結果를 얻을 수 없음을 알 수 있다. 여기서는 안테나抵抗値에 對해서만 究明했으나 그 리액턴스및 方向性, 輻射모양等에 關한 硏究가 앞으로 必要하다.

参考文獻

[1] Erik Hallén, Theoretcial investigations into the Transmitting and Receiving Qualities of Antenna, Nova Acta Regiae Soc Sci Upsaliensis Ser IV 11 No. 4 PP. 1—44 1938.

[2] S. A. Schelkunoff, Theory of Antennas of Arbitrary Size and Shape, I. R. E Proc. 29, September 1941, PP. 493—521.

[3] K. Fränz und E. Hanze, Der Wirkwiderstand von Dipolen endlicher Länge und Dike, AEU. 13. 1959. PP. 429—434.

[4] K. Fränz und Mann, The conductance of Dipoles of Arbitrary Size and Shape, IRE Trans. October 1959, PP. 353—358.

[5] A. S. Meier & W. P. Summers, Measured Impedance of Vertical Antennas over finited Ground Planes, IRE Proc 37, 1949, PP. 609.

[6] S. A. Schelkunoff, Antennas Theory and Practice, John Wily & Sons Inc 1952, PP. 271—284.

[7] S. A Schelkunoff, Electromagnetic Waves, Van Nostrand Co. New York, 1943, PP. 371.

[8] S. A Schelkunoff, Advanced Antenna Theory, John Wily & Sons Inc New york, London, 1952, PP. 147—174.

[9] E. L Ginzton, Microwave Measurements, McGarw—Hill New York, 1957, PP 142—144, 220—224.

[10] 趙盛昊, 影像面에 垂直으로 세운 線形안테나의 임피던스特性, 1966年, 延世大學校碩士學位論文.