大韓電氣學會誌 Vol. 14, No. 6. Feburay 1966

論 文
14—6—2

TRIGA Mark-II 原子爐의 動特性 解析

(Dynamic Analysis of TRIGA Mark-II Reactor)

李 亮 秀* 金 憲 珏** 金 鍾 贊***
(Yang Soo Lee · Heon Kak Kim · Jong Chan Kim)

ABSTRACT

The TRIGA Mark-Ⅱ Reactor is very simple to analyze the dynamic characteristics, so that the heat transfer function of the reactor fuel rod is able to be considered as a over-all feedback transfer function. The heat transfer dynamics of the fuel rod is derived under some assumptions. And the over-all reactor transfer function is analytically calcu- lated and it is compared with the measured value. The reactor dynamics and the stability are analyzed by means of the Root-Locus and the Nyquist.

1. 序 論

TRIGA Mark-II 原子爐는 速應 負溫度係數(Prompt Negative Temperature Coefficient)가 恒常 維持 되도록 設計되었으며,(1) 爆走 實驗에 依하여 絕對 安全함도 實證되었고,(2) 原子爐 傳達函數(Reactor Transfer Function)도 그 實測置가 이미 報告 되었다.(3)

여기서는 原子爐 傳達函數의 理論的 根據를 提示하고 安定性 問題를 解析하고저 한다.

原子爐 傳達函數는 大別하여 Zero Power Reactor Kinetics (Forward Fransfer Function)과 歸還傳達函數(Feedback Transfer Tunction)으로 區分할 수 있다. 이 TRIGA Mark-II 原子爐에 있어서는 歸還傳達函數는 燃料棒(Fuel Rod)의 負溫度効果만을 考慮할 수 있다. 勿論 Coolant의 溫度効果 및 空間効果(Void Effect)가 存在하나 燃料棒의 溫度効果에 比하여 無視할 수 있으므로(4) 이를 考慮 外에 두고 燃料棒의 過渡的 溫度變化에 對한 熱傳達函數(Heat Transfer Function)를 計算하여 歸還傳達函數로 代身 하였다.

* ** ***原子力硏究所 電子工學硏究室
Electronics Division,
Atomic Energy Research Institute

2. 熱傳達 動特性

原子爐에 使用된 燃料棒은 91 o/w Zr-8 o/w U-1 o/w H의 均質한 圓筒型으로써 20% 濃縮 Uranium을 使用하고 길이 14 inch, 直徑 1.42 inch의 모양으로 되어 있다.(5)(그림 1)

燃料棒의 軸方向 熱傳達을 無視하고 熱이 均一하게 發生한 燃料棒內의 熱흐름 方程式은(6)

$$\frac{d^2}{dr^2}[T(r,t)]+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}[T(r,t)]+\frac{P(t)}{K}=\frac{1}{k}\frac{d}{dt}[T(r,t)] \qquad (1)$$

처음에 原子爐가 安定狀態에 있어서 燃料棒, Clading Material 및 Coolant 等이 熱平衡狀態에 있다고 假定한다. 이와 같이 原子爐가 一定한 Power Level로 運轉되고 있을때 過渡的으로 外部 또는 內部의 影響으로 Reactivity의 變化가 發生하였다면 燃料棒의 溫度變化에 比하여 Coolant의 溫度變化는 無視할 수 있으며(過渡的 現象에 限하여) Thermal Parameter 亦是 一定하다고 生覺할 수 있다. 한편 溫度函數 $T(r,t)$는 時空變數 t 및 r에 對하여 分離할 수 있는 函數라고 假定하여 式 (1)을 Laplace

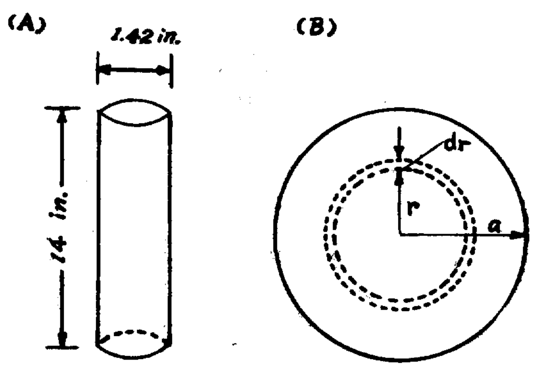

그림 1. 燃料棒
(Fig. 1. Fuel Rod)
(A) 크기 (B) 斷面積

變換하면,

$$\frac{d^2}{dr^2}[T(r,s)]+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}[T(r,s)]+\frac{P(s)}{K}=\frac{1}{k}s[T(r,s)] \quad (2)$$

但 s는 Laplacian Operator이며 $T(r,s)$ 및 $P(s)$는 $T(r,t)$ 및 $P(t)$를 各各 Laplace 變換한 것으로 定義한다. 또한 初期値는 無視한다.

式 (2)의 一般解는[7]

$$T(r,s)=AI_0(qr)+BK_0(qr)+\frac{P(s)}{Kq^2} \quad (3)$$

但 $I_0(qr)$ 및 $K_0(qr)$는 零次의 第1種 및 第2種 Modified Bessel Function이며 A 및 B는 積分常數로 s의 函數이고 $q^2=\frac{s}{k}$이다.

境界條件으로 燃料棒의 表面에서

$$\left\{-\frac{d}{dr}[T(r,t)]\right\}_{r=a}=h\{[T(a,t)-T_w]\} \quad (4)$$

式 (4)을 滿足하여야 하며 燃料棒 中心軸에서의 溫度는 有限이어야 하고 連續이어야 하며 中心軸에 對하여 對稱이어야 한다.

$$\text{即}\quad \left.\begin{aligned}&\left\{\frac{d}{dr}[T(r,t)]\right\}_{r=o}=0\\&[T(r,t)]_{r=o}\neq\infty\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

式(5)을 滿足하여야 한다.

式(4) 및(5)을 式(3)에 代入하여 積分常數를 求하면

$$\left.\begin{aligned}A&=-\frac{1}{qI_1(qa)+hI_0(qa)}\cdot\frac{P(s)}{Kq^2}\\B&=0\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

式(6)을 式(3)에 代入하여 溫度分布를 求하면

$$T(r,s)=\left\{1-\frac{hI_0(qr)}{qI_1(qa)+hI_0(qa)}\right\}\frac{P(s)}{Kq^2} \quad (7)$$

式 (7)은 燃料棒의 半徑 方向에 對한 溫度分布를 表示한다. r를 消去하기 爲하여 燃料棒의 平均溫度를 求하면

$$\mathbf{T}(s)=\frac{2\pi\int_0^a[T(r,s)]rdr}{2\pi\int_0^a rdr} \quad (8)$$

式(8)에 式(7)을 代入 計算하면

$$\mathbf{T}(s)=\frac{\left(q-\frac{2h}{qa}\right)I_1(qa)+hI_0(qa)}{qI_1(qa)+hI_0(qa)}\cdot\frac{P(s)}{Kq^2} \quad (9)$$

式(9)에 $q^2=\frac{s}{k}$를 代入하여 整理하면

$$qI_1(qa)+hI_0(qa)=\frac{aq^2}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(qa)^{2n}}{2^{2n}n!(n+1)!}+h\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(qa)^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}n!(n+1)!}\cdot\frac{as}{2k}+\frac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}(n!)^2}h\right]$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}n!(n+1)!}\left[\frac{as}{2k}+h(n+1)\right]$$

$$\left(q-\frac{2h}{qa}\right)I_1(qa)+hI_0(qa)=\left(\frac{aq^2}{2}-h\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(qa)^{2n}}{2^{2n}n!(n+1)!}+h\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(aq)^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}n!(n+1)!}\left(\frac{as}{2k}+hn\right)$$

結果的으로 式(9)는

$$\mathbf{T}(s)=\frac{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}n!(n+1)!}\left(\frac{as}{2k}+hn\right)}{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}n!(n+1)!}\left(\frac{as}{2k}+hn+h\right)}\cdot\frac{k}{Ks}P(s) \quad (10)$$

即 式 (10)은 原子爐內의 中性子 出力에서 燃料棒의 平均溫度까지의 熱傳達函數라고 볼 수 있다.

3. Zero Power Reactor Kinetics

Point Reactor Kinetics의 基本 方程式은[8]

$$\left.\begin{aligned}\frac{dn}{dt}&=\frac{\delta k-\beta}{l}n+\sum_{i=1}^{6}\lambda_i c_i\\\frac{dc_i}{dt}&=\frac{\beta_i}{l}n-\lambda_i c_i\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

計算의 複雜性을 避하기 爲하여 Delayed Neutron의 여러 Group을 平均化 하여 한 個의 Group으로 考慮하고 Small Perturbation Method에 依하여 線型化하면

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\delta n}{dt}&=\frac{n_0}{l}\delta k-\frac{\beta}{l}\delta n+\lambda\delta c\\\frac{d\delta c}{dt}&=\frac{\beta}{l}\delta n-\lambda\delta c\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

式 (12)는 原子爐의 어떤 一定한 Neutron Level n_o에서의 微少變化(δn 혹은 δc)를 表示하는 式이며 이 式을 Laplace 變換하여 δc를 消去하면

$$\frac{\delta n}{n_0}=\frac{1}{s\left(\frac{l}{\beta}+\frac{1}{s+\lambda}\right)}\cdot\frac{\delta k}{\beta} \quad (13)$$

但 Average Decay Constant[9]는

$\frac{\beta}{\lambda}=\sum_{i=1}^{6}\frac{\beta_i}{\lambda_i}$, $\beta=\sum_{i=1}^{6}\beta i$에서 求할 수 있다. 式(13)은 原子爐의 內部 또는 外部에 依한 Reactivity 變化에 對하여 變化하는 Neutron Flux의 微少變化를 表示하는 傳達函數이다.

4. 原子爐 傳達函數

原子爐 傳達函數는 前述한 바와 같이 Zero Power Reactor Kinetics와 歸還傳達函數로 區分할 수 있다. TRIGA 爐에 있어서 歸還傳達函數는 燃料棒의 溫度効果에 依한 Negative Reactivity Feedback으로써 表示 할 수 있다. Coolant 의 Void Effect는 全혀 沸騰이 發生치 아니하므로 BWR인 境遇처럼 重要하지 않다.[10]

〔1〕 **Zero Power Reactor Transfer Function**

式 (13)으로 부터

$$G(s)=\frac{\delta n/n_0}{\delta k/\beta}=\frac{1}{s\left(\dfrac{l}{\beta}+\dfrac{1}{s+\lambda}\right)} \tag{14}$$

〔2〕 **歸還傳達函數**

式 (10)으로 부터 電力對 溫度傳達函數의 比는

$$\frac{\mathrm{T}(s)}{P(s)}=\frac{\dfrac{k}{Ks}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}n!(n+1)!}\left(\dfrac{as}{2k}+hn\right)}{\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}n!(n+1)!}\left(\dfrac{as}{2k}+hn+h\right)} \tag{15}$$

式 (14) 및 (15)에 依한 原子爐 傳達函數의 Block di-

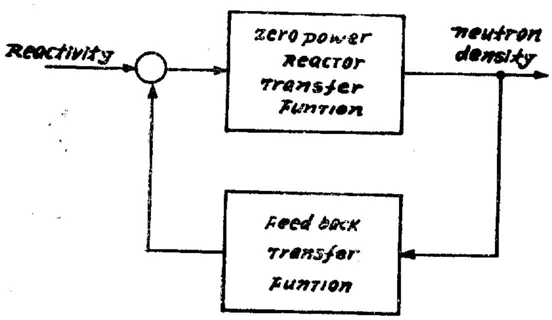

그림 2. 原子爐 傳達函數
(Fig. 2. Reactor Transfer Function)

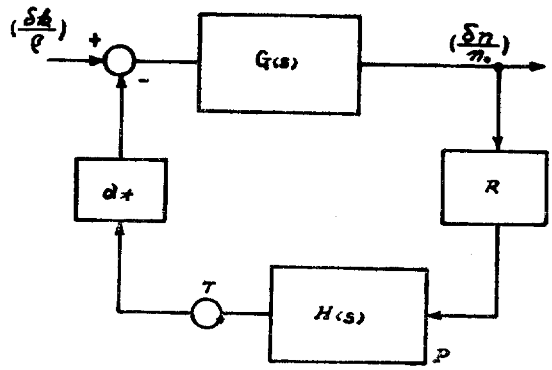

그림 3. 原子爐의 블럭線圖
(Fig. 3. Block Diagram of Reactor)

agram은 **그림 3**과 같다. 그림 3에서 α_T는 溫度係數이고 R는 Neutron Flux 對 電力比이다.

歸還傳達函數는

$$H(s)=\alpha_T\cdot R\frac{\mathrm{T}(s)}{P(s)}$$

$$=\alpha_T\cdot\frac{R\cdot k}{K}\;\frac{\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}(n+1)!n!}\left(\dfrac{as}{2k}+hn\right)}{s\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{\left(\frac{a^2}{k}\right)^n s^n}{2^{2n}n!(n+1)!}\left(\dfrac{as}{2k}+hn+h\right)} \tag{16}$$

式(14) 및 (16)에 Reactor Parameter를 代入 計算하면 式 (14)는

$$G(s)=\frac{\delta n/n_0}{\delta k/\beta}=\frac{s+0.77}{1.25\times10^{-2}s(s+80.077)} \tag{17}$$

式 (16)은 分子 分母를 各各 展開하여 s^n의 係數가 10^{-10} 程度 以下의 項을 無視하고 因數分解하면

$$H(s)=\frac{(\delta k/\beta)_T}{\delta n/n_0}$$

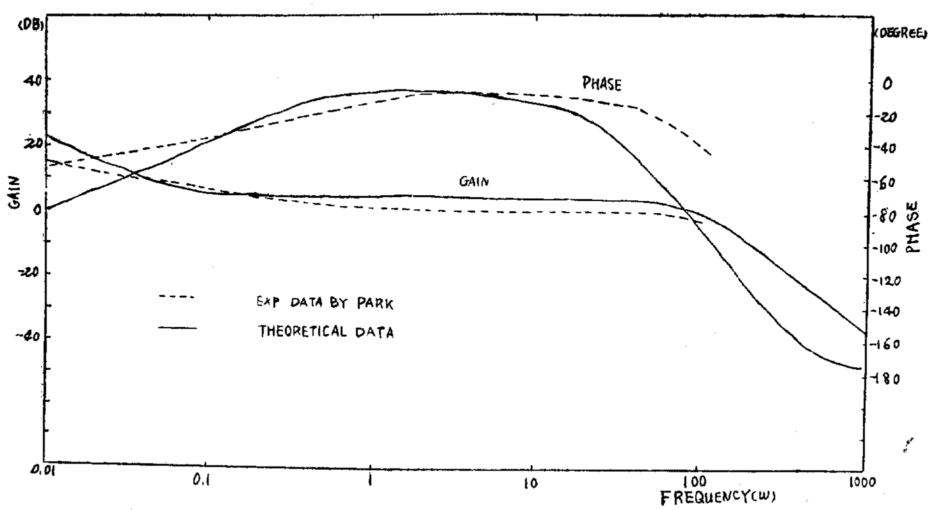

그림 4. 原子爐 傳達函數의 보오드線圖
(Fig. 4. Reactor Transfer Function of Bode Diagram)

$$= 4.9318\times10^{-4}\times R \times \frac{(s+0.737\times10^3+0.45\times10^3 i)}{(s+1.250\times10^2)(s+7.09\times10^2+4.87\times10^2 i)} \frac{(s+0.737\times10^3-0.45\times10^3 i)}{(s+7.09\times10^2-4.87\times10^2 i)} \quad (18)$$

但 R는 Neutron Flux 對電力比로써 表 1과 같다.[11]

表 1. Neutron Flux to Power Ratio

Power Level	Neutron Flux to Power Ratio (R)
100(kw)	0.7734×10^6 (Kcal/m³-sec)
50 (〃)	0.3867×10^6 (〃)
10 (〃)	0.7734×10^5 (〃)

以上의 式 (17) 및 (18)에 依한 原子爐 傳達函數는 **그림 4**에 있는 비와 같이 實測値와 比較할때 거이 一致함을 알 수 있다.

5. 安定性 解析

實驗[2]에 依하여서도 알 수 있는 바와 같이 이 原子爐는 安定性에 對하여는 問題될 것이 없으나 求하여진 原子爐 傳達函數를 基礎로 하여 Nyquist Method와 根軌跡法에 依하여 그 動作 樣狀을 解析코저 한다. Nyquist Diagram은 **그림 5**에 보여진 바와 같이 各 Power Level에 있어서 位相交點(Phase Crossover)은 全혀 存在하지 않고 다만 軌跡은 $w=\infty$일 때 原點으로 接近하고 있으므로 Gain Margin은 絕對的이라고 볼 수 있다. Phase Margin은 亦是 $w=\infty$일 때 180°로 接近하고 있으며 負의 實軸에 全혀 交叉하지 아니 하므로 絕對 安定을 表示하고 있다. 根軌跡은 **그림 6**에 表示한 것처럼 根軌跡은 左 半平面上에만 存在하므로 Nyquist Diagram에서 본 바와 같이 安定을 表示하고 있다. 그리고 여기서 注意할 點은 振動項이 存在함을 볼 수 있다. 그러나 振動項의 減衰 時定數는 100 kw 時 9.7msec이며 98% 減衰하기에 必要한 時間 38.8 msec은 振動의 週期 10 msec에 比하여 約 4倍 程度이므로 事實上 過渡的 振動現象은 나타나지 않는다. 이와 같은 現象은 實驗에 있어서도 나타나

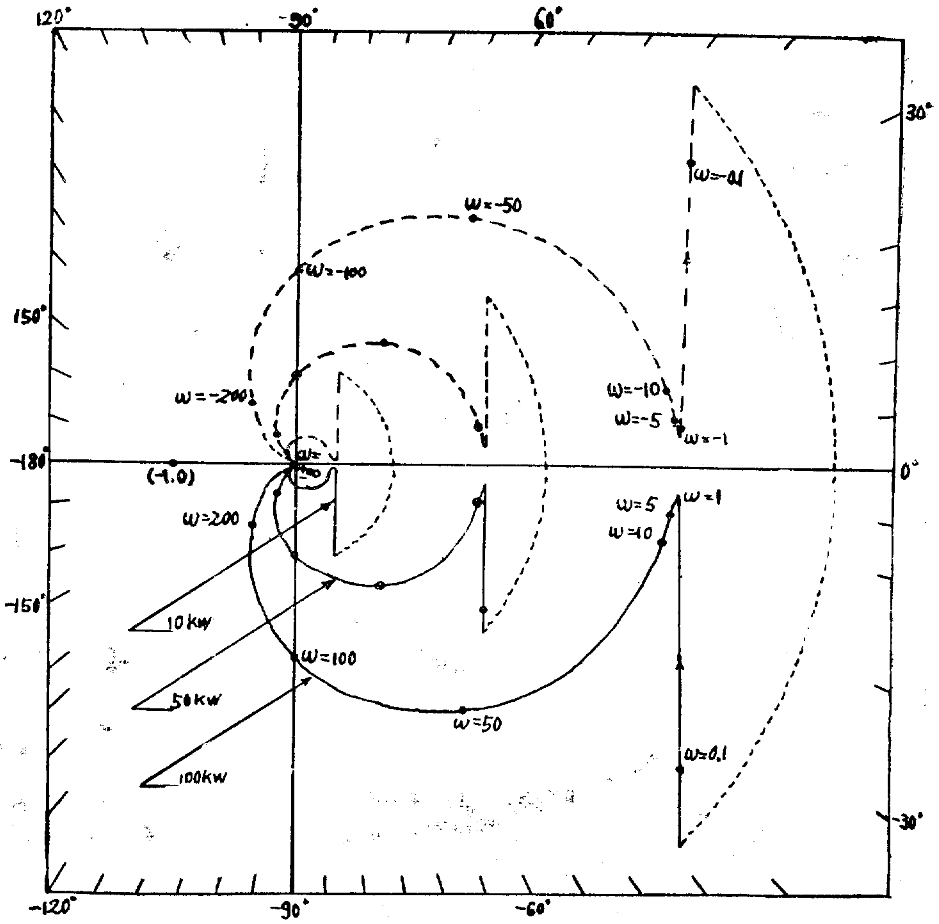

그림 5. 나이퀴스트 線圖
(Fig. 5. Nyquist Diagram)

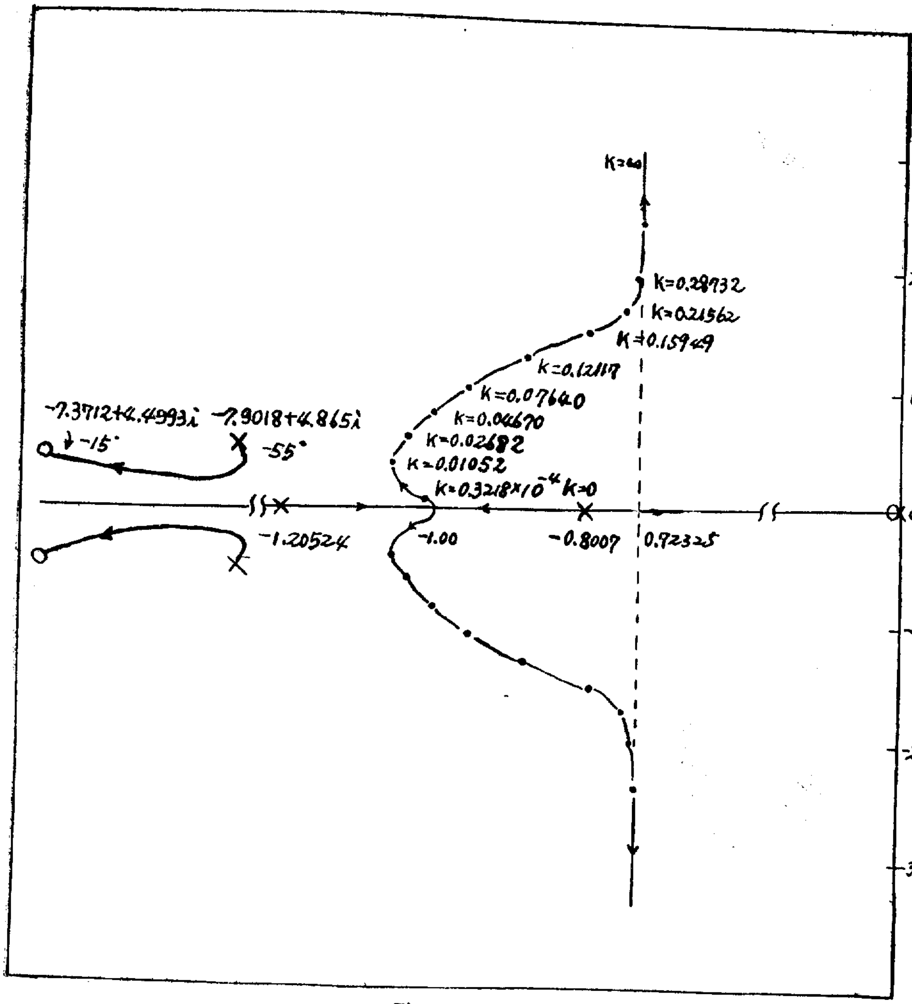

그림 6. 根軌跡
(Fig. 6. Root Locus)

지 않으므로 잘 一致함을 알 수 있다.

6. 結 論

以上에서 記述한 바와 같이 誘導한 燃料棒의 熱傳達動特性은 實驗과 잘 一致하며 앞으로 複雜한 動力用 原子爐에도 그대로 適用시킬 수 있음을 確信한다. 特히 燃料棒의 溫度効果에 依한 熱分布에 對하여서는 實測이 거이 困難하므로 Spatial Direction 뿐만 아니라 軸方向도 考慮하여 計算한다면 燃料棒의 一部分에만 高溫이 되어 事故를 發生하는 일은 Coolant 의 흐름을 適切하게 하므로써 좀 더 細密하게 防止할 수 있을 것이다. 또한 根軌跡法을 原子爐 安定性解析에 適用 한다면 原子爐의 過渡的인 Mode 를 解析할 수 있으며 原子爐 制御系統의 設計에 좋은 資料를 提供하여 주리라 믿는다.

記號 및 爐 定數

a; radius of fuel rod $= 1.8$ (cm)

c; specific heat of fuel rod $= 0.1$ $\left(\frac{\text{Kcal}}{\text{kg °C}}\right)$

h; $= \frac{H}{K}$ $= 0.8$ $\left(\frac{1}{\text{cm}}\right)$

H; heat transfer coefficient $= 2.6447 \times 10^{-5} \left(\frac{\text{Kcal}}{\text{cm}^2 \text{ sec °C}}\right)$

k; thermal diffusivity of fuel rod $= 0.0527$ $\left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}\right)$

K; thermal conductivity of fuel rod $= 0.195$ $\left(\frac{\text{Watt}}{\text{cm°C}}\right)$

l; effective prompt neutron life time $= 8 \times 10^{-5}$ (sec)

ρ; density of fuel rod $= 6.296$ $\left(\frac{\text{gr}}{\text{cc}}\right)$

β; fraction of delayed neutron $= 0.0064$ —

λ; decay constant of delayed neutron $= 0.077$ $\left(\frac{1}{\text{sec}}\right)$

α_T; reactor temperature coefficient $= -1.3 \times 10^{-4} \left(\frac{\delta k}{\text{°C}}\right)$

R; neutron flux to power ratio
γ; radius of fuel rod
s; Laplacian operator
n; neutron density
t; time
P; reactor fission power per unit volume
T; temperature of fuel rod
$\mathbf{T}$; average temperature of fuel rod
T_w; Coolant temperature
δk; reactivity
$G(s)$; forward transfer function
$H(s)$; feedback transfer function

參考文獻

(1) S.L. Koutz and et al, "Design of a 10-KW Reactor for Isotope Production, Research and Training Purposes", 2nd U.N. Int. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy, p/1017, 1958.

(2) R.S. Stone and et al, "Transient Behavior of TRIGA, a Zirconium-Hydride, Water-Moderated Reactor", Nuclear Science and Engineering, Vol.6 pp. 255—259, 1959.

(3) I.Y. Park, "TRIGA Mark-II Transfer function Measurement and the Dynamic Analysis", AERI E/R-1, Korea, March, 1963.

(4) GA-660, "Potential Hazards Torrey Pines TRIGA Reactor", Feb., 1959.

(5) U. Merten and et al, "The Preparation and Properties of Zirconium-Uranium-Hydrogen Alloys", 2nd U.N. Int. Conf on Peaceful Uses of Atomic Energy, p/789, 1958.

(6) M. Iriarte, Jr., "An Accurate Transfer Function for the Dynamic Analysis of Temperature ard Heat Release in Cylindrical Fuel Elements", Nuclear Science and Engineering. Vol. 7, pp. 26-32, 1960.

(7) T.V. Kármân and M.A. Biot, "Mathematical Methods in Engineering", p. 61, McGraw-Hill, 1940. (Book)

(8) S. Glasstone and G. Edlund, "The Elements of Nuclear Reactor Theory", D. Van Nostrand, 1952. (Book)

(9) C.F. Bonilla, "Nuclear Engineering", p-216, Mc Graw-Hill, 1957. (Book)

(10) Y.S. Lee, "Power Reactor Simulation, Considering the Void Fraction and the Water Flow in the Reactor Core", 大韓電氣學會誌, Vol. 13, No. 4, 1964.

(11) Refernce (9)과 同一, p. 184.

(1966年 1月 26日 接受)