大韓電氣學會誌 Vol. 14, No. 5, December 1965

論 文
14—5—2

突入電流의 抑制條件 解析및 突入電流 發生 確率式의 誘導

(An Analysis of Limiting Conditions of Excess Inrush Currents and a Derivation of the Probability Equations of Inrush Current Occurrence)

朴 永 文*
(Park Young Moon)

ABSTRACT

Because of the flat slope of the magnetic characteristic curves at high saturation, the transformer inrush current peakes may assume an extreme magnitude. Even though such is rarely any danger to the transformer itself, the currents can cause serious problems in associated apparatus.

This paper has analyzed various limiting factors of excess inrush currents, and then has suggested how to determine the frequency of encountering the inrush current peaks higher than an arbitrarily chosen value by deriving the probability equations of inrush current occurrence.

序 論

鐵心(非線型) 變壓器의 二次側을 開放한채 一次側에 電源을 印加할 때 一次側에 흐르는 突入電流의 實用式은 이미 發表하였다(本誌 第10輯, 1963年 5月號).

이번에는 이 實用式을 母體로 하여 過大한 突入電流를 抑制하는 條件을 究明함과 同時에 어느 所與値 以上의 突入電流가 發生하는 빈도를 決定하는 突入電流 發生 確率式을 誘導코져 한다. 이렇게 誘導한 結果式과 結果値는 그 妥當性을 立證하기 위하여 該當 實驗曲線과 實驗値에 의하여 比較하였다.

(記號 說明)

L_1 : 可變 一次側 自己誘導係數
L_2 : 可變 二次側 自己誘導係數
L_{1s} : 定常時의 一次側 自己誘導係數
T_1 : 一次側 時定數
T_2 : 二次側 時定數
T_{1m} : T_1의 代數的 平均値
r_1 : 一次側으로 換算된 全 等價抵抗
x_1 : 一次側으로 換算된 全 等價리액턴스
Kr : 殘留磁束의 定常時 磁束振幅에 對한 比
w : 電源 周波數의 角速度
θ : 電源 電壓의 初期 位相角
t : 回路 閉鎖時로 부터의 經過時間
P_{mp+}:突入電流 正尖頭値의 定常電流 振幅에 對한比
P_{mp-}:突入電流 負尖頭値의 定常電流 振幅에 對한比
$[P_{mp+}]$: 突入電流가 正値로 가장 尤甚하게 發生하는 경의 P_{mp+} 値
$[P_{mp-}]$: 突入電流 負値로 가장 尤甚하게 發生하는 경우의 P_{mp-} 値
π_{p+} : 過渡時 磁束 尖頭値의 定常時 磁束 振幅에 對한 比
E : 印加電壓 振幅
R_1 : 一次側 抵抗
I_{1ms} : 一次側 磁化電流의 定常時 振幅
I_{1ls} : 一次側 負荷電流의 定常時 振幅

* 서울工大 專任講師 · 正會員
College of Engineering,
Seoul National University

(引用된 實用式)

$$P_{mp+}\equiv\frac{L_{1s}}{L_1}\ \frac{I_{1ms}}{I_{1ls}}\left\{(Kr+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{\pi-\theta}{T_{1m}\omega}}+1\right\}\cdots\cdots\cdots(1)$$

但 $K_r+\cos\theta>0,\ -\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$

$$P_{mp+}\equiv\frac{L_{1s}}{L_1}\ \frac{I_{1ms}}{I_{1ls}}\left\{(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{3\pi-\theta}{T_{1m}\omega}}+1\right\}\ \cdots\cdots(2)$$

但 $K_r+\cos\theta>0,\ \ \pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$

$$P_{mp+}\equiv\frac{L_{1s}}{L_1}\ \frac{I_{1ms}}{I_{1ls}}\left\{(Kr+\cos\ \theta)\varepsilon^{-\frac{\pi-\theta}{T_{1m}\omega}}+1\right\}\cdots\cdots(3)$$

但 $K_r+\cos\theta>0,\ \frac{\pi}{2}<\theta<\pi$

$$P_{mp-}\equiv\frac{L_{1s}}{L_1}\;\frac{I_{1mr}}{I_{1ls}}\left\{(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{2\pi-\theta}{T_{1m}\omega}}-1\right\}\cdots\cdots(4)$$

但 $Kr+\cos\theta<0,\quad \frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{2}\pi$

$$P_{mp-}\equiv\frac{L_{1s}}{L_1}\;\frac{I_{1ms}}{I_{1le}}\left\{(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{\theta}{T_{1m}\omega}}-1\right\}\cdots\cdots(5)$$

但 $K_r+\cos\theta<0,\quad -\frac{\pi}{2}<\theta<0$

$$P_{mp-}\equiv\frac{L_{1s}}{L_1}\;\frac{I_{1ms}}{I_{1ls}}\left\{(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{2\pi-\theta}{T_{1m}\omega}}-1\right\}\cdots\cdots(6)$$

但 $K_r+\cos\theta<0,\quad 0<\theta<\frac{\pi}{2}$

$$[P_{mp+}]=-[P_{mp-}]\equiv\frac{L_{1s}}{L_1}\;\frac{I_{1ms}}{I_{1ls}}\left\{([K_r]_{max}+1)\varepsilon^{-\frac{\pi}{T_{1m}\omega}}+1\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$\pi_{p+}\equiv\frac{L_1}{L_{1s}}\;\frac{I_{1ls}\,P_{mp+}}{I_{1ms}}\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

$$T_{1m}\doteqdot\frac{E}{\omega\,I_{1ls}\,R_1}\;\frac{\pi_{p+}-K_r}{P_{mp+}}\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

$$\pi_{p+}\equiv(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{I_{1ls}R_1}{E}(\pi-\theta)\frac{P_{mp+}}{\pi_p-K_r}}+1\cdots\cdots(1)'$$

但 $K_r+\cos\theta>0,\quad -\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$

$$\pi_{p+}\equiv(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{I_{1sl}R_1}{E}(3\pi-\theta)\frac{P_{mp}^{+}}{\pi_{p+}-K_r}}+1\cdots(2)'$$

但 $K_r+\cos\theta>0,\quad \pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$

$$\pi_{p+}\equiv(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{I_{1ls}R_1}{E}(\pi-\theta)\frac{P_{mp}^{+}}{\pi_{p+}-K_r}}+1\cdots(3)'$$

但 $K_r+\cos\theta>0,\quad \frac{\pi}{2}<\theta<\pi$

$$\pi_{p-}\equiv(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{I_{1ls}R_1}{E}(2\pi-\theta)\frac{P_{mp-}}{\pi_{p-}-K_r}}-1\cdots(4)'$$

但 $K_r+\cos\theta<0,\quad \frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{2}\pi$

$$\pi_{p-}\equiv(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{+\frac{I_{1ls}R_1}{E}\theta\frac{P_{mp-}}{\pi_{p-}-K_r}}-1\cdots\cdots(5)'$$

但 $K_r+\cos\theta<0,\quad -\frac{\pi}{2}<\theta<0$

$$\pi_{p-}\equiv(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{I_{1ls}R_1}{E}(2\pi-\theta)\frac{P_{mp-}}{\pi_{p-}-K_r}}-1\cdots(6)'$$

但 $K_r+\cos\theta<0,\quad 0<\theta<\frac{\pi}{2}$

1. 突入電流의 抑制條件

A. 保護抵抗(Protective resistance)의 挿入

突入電流의 尖頭値가 過大하면 附屬 機器에 좋지 못한 영향을 끼치므로 이를 어느 特定의 許容限度까지 抑制할 必要가 생긴다. 그런데 이를 抑制하는 가장 간단한 方法은 變壓器의 一次側 回路에 保護抵抗을 挿入하는 方法인데 이 抵抗은 過渡時에 있어서의 變壓器의 磁化電流를 抑制함으로써 所期의 目的을 達成한다. 即 가장 過大한 突入電流의 尖頭値가 發生할 경우는 $\theta=0$, $K_r=[Kr]_{max}$ 때와 $\theta=\pi$, $K_r=[Kr]_{max-}$ 인 때로서 그 값은 式(7)에 依하여

$$\Big[P_{mp+}\Big]=-\Big[P_{mp-}\Big]=\frac{L_{1s}}{L_1}\;\frac{I_{1ms}}{I_{1ls}}\left\{([K_r]_{max}+1)\varepsilon^{-\frac{\pi}{T_{1m}\omega}}+1\right\}$$

로서 表示되는데 突入電流의 尖頭値를 어느 許容値로 限定하기 위한 抵抗値를 決定하기 위하여, 위의 式을

$$\frac{\pi}{\pi_{1m}\omega}=I_n\left(\frac{[K_r]_{max}+1}{\frac{L_1\,I_{1ls}}{L_{1s}\,I_{1ms}}[P_{mp+}]-1}\right)$$

로 變形하고, 式(9)로 부터

$$T_{1m}=\frac{L_{1m}}{R_1}=\frac{E}{\omega I_{1ls}\,R_1}\;\frac{\pi_{p+}-[K_r]_{max}}{P_{mp+}}$$

와 式(8)로 부터

$$\pi_{p+}=\frac{L_1\,I_{1ls}}{L_{1s}\,I_{1ms}}P_{mp+}$$

의 關係를 利用하면

$$\rho=\frac{I_{1ms}\,R_1}{E}=\frac{I_{1ms}(\pi_{p+}-[K_r]_{max})}{\pi\;I_{1l}\,P_{mp+}}In\left(\frac{[K_r]_{max}+1}{\pi_{p+}-1}\right)$$

를 얻는다. 여기서 ρ는 磁化電流에 基因한 電壓降下의 電源 電壓에 對한 比를 意味한다. 가령 어떤 變壓器의 回路를 닫을 경우, 순시적인 突入電流에 依하여 遮斷器가 誤動作하게 되면 困難하므로 突入電流의 尖頭値를 過電流 繼電器의 電流 整定値 以下로 抑制하여야 한다. 이 抑制値를 $[P_{mp+}]_a$ 또는 $[P_{mp-}]_a$ 라 놓으면 이 값은 既知値이므로 이에 對應하는 ρ 의 값 ρ_a 은 다음 式으로 表示된다.

$$\rho_a=\frac{I_{1ms}([\pi_{p+}]_a-[K_r]_{max})}{\pi\;I_{1lS}[P_{mp+}]_a}\;In\left(\frac{[K_r]_{max}+1}{[\pi_{p+}]_a-1}\right)\cdots(10)$$

따라서, 變壓器 一次捲線 抵抗과 挿入抵抗(保護抵抗) 合 Ra는

$$Ra=\rho_a\frac{E}{I_{ms}}\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

이다. 一般的으로 保護抵抗은 回路 投入後 不過 數 싸이클 동안만 挿入하는 것이 좋으며 그 以後는 突入電流는 急激히 減衰하게 되므로 回路에 계속 存在할 必要性이 없을뿐만 아니라 오히려 電壓降下와 電力消耗의 見地에서 有害하다. 本 셈플・變壓器에 對하여 위의 兩式을 適用하면

$$\rho_a=0.0294\frac{[\pi_{p+}]_a-0.7}{[P_{mp+}]_a}In\left(\frac{1.7}{[\pi_{p+}]_a-1}\right)\cdots\cdots\cdots(10)'$$

$$Ra=829.59\;\rho_a\cdots\cdots\cdots\cdots(11)'$$

가 되고, 許容 尖頭値$[P_{mp+}]_a$를 다음 表 1에서와 같이 여러 값으로 假定하고 이들에 該當하는 ρ_a, R_a의 값을 $\pi-P_m$ 曲線을 使用하여 計算한 結果를 表 1에 記載하였으며, 또한 實側値(그림 1)와 比較 하였다.

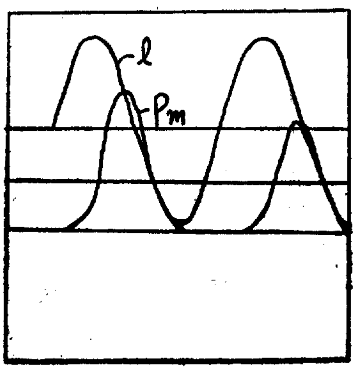
表 1. 各 保護抵抗 挿入時의 $[P_{mp+}]_a$의 計算値 및 實測値

ρ_a	R_a	$[P_{mp+}]_a$의 計算値	$[P_{mp+}]_a$의 實測値	Osci. No.
0.0019	1.65	4.20	4.21	R_1
0.0026	2.19	3.50	3.49	R_2
0.0036	3.01	3.00	2.98	R_3
0.0053	4.36	2.50	2.40	R_4
0.0080	6.60	2.00	—	—
0.0130	10.80	1.50	—	—
0.0233	19.30	1.00	—	—

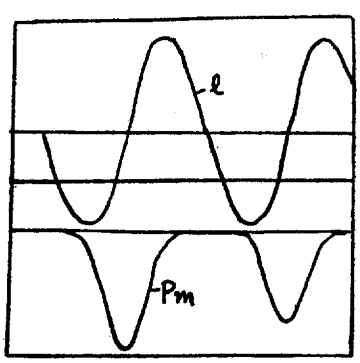
表 1에 依하여 曲線을 그리면 **그림 2**와 같다.

B. 電源 電壓 初期 位相角의 調整

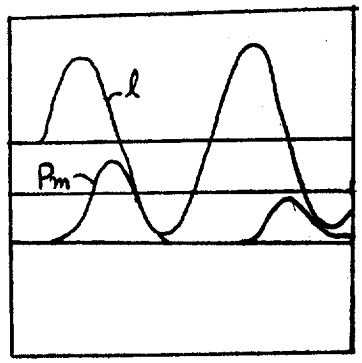
式 (1)—(6)에서 突入電流의 첫 尖頭値 P_{mp+}, P_{mp-}는 電源 電壓의 初期 位相角 θ와 殘留磁束比 Kr의 函數가 됨을 알 수 있다. 그런데 Kr은 鐵心의 性質에 起因한 것이므로 이를 적은 값으로 調整하기가 容易치 않으나, θ를 調整함으로써 P_{mp+} 또는 P_{mp-}를 許容値 以下로 抑



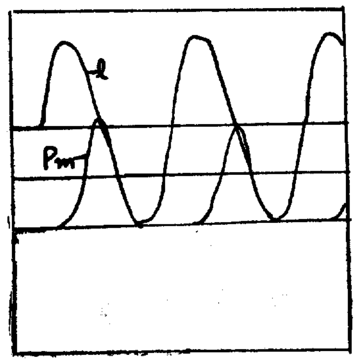
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 1. $[P_{mp+}]_a$의 實測을 위한 오씰로그램

制할 수 있다. 即 任意의 θ에 對한 P_{mp+}와 P_{mp-}의 가장 過大한 값은 式(1)′와 式(4)′에 $Kr=[Kr]_{max}$와 $Kr=-[K_r]_{max}$를 代入함으로써 얻어지는 다음의 關係式에 依하여 決定된다.

$$\pi_{p+}=([K_r]_{max}+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{\pi-\theta}{T_{1m}\omega}}+1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

但 $Kr+\cos\theta>0$, $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$, $Kr=[Kr]_{max}$

$$\pi_{p-}=(-[Kr]_{max}+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{2\pi-\theta}{T_{1m}\omega}}-1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

但 $Kr+\cos\theta<0$, $\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{2}\pi$, $Kr=$ $[K_r]_{max}$

따라서, 實驗에 使用된 샘플·變壓器에 對하여는

$$\pi_{p+}=(0.7+\cos\theta)\varepsilon^{-0.0215(3.14-\theta)\frac{P_{mp+}}{\pi_{p+}-0.7}}+1 \cdots(12)'$$

但 $0.7+\cos\theta>0$, $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$

$$\pi_{p-}=(-0.7+\cos\theta)\varepsilon^{-0.0125(2\times3.14-\theta)\frac{P_{mp-}}{\pi_{p-}+0.7}}-1 \cdots(13)'$$

但 $-0.7+\cos\theta<0, \quad \frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{2}\pi$

위의 各 式에서 突入電流의 最大 許容尖頭値 $P_{mp+}=[P_{mp+}]_a$ 또는 $P_{mp-}=[P_{mp-}]_a$ 는 旣知値이므로 이에 對應하는 $[\pi_{p+}]_a$ 또 $[\pi_{p-}]_a$ 는 $\pi-P_m$ 曲線에서 찾을 수 있고, 各各 對應하는 $[P_{mp+}]_a$ 와 $[\pi_{p+}]_a$를 式(12)에 $[P_{mp-}]_a$ $[\pi_{p-}]_a$를 式(13)에 代入하면 未知數는 θ만 남게 된다. 따라서 $P_{mp+}<[P_{mp+}]_a$ 또는 $|P_{mp-}|<|[P_{mp-}]_a|$ 를 滿足

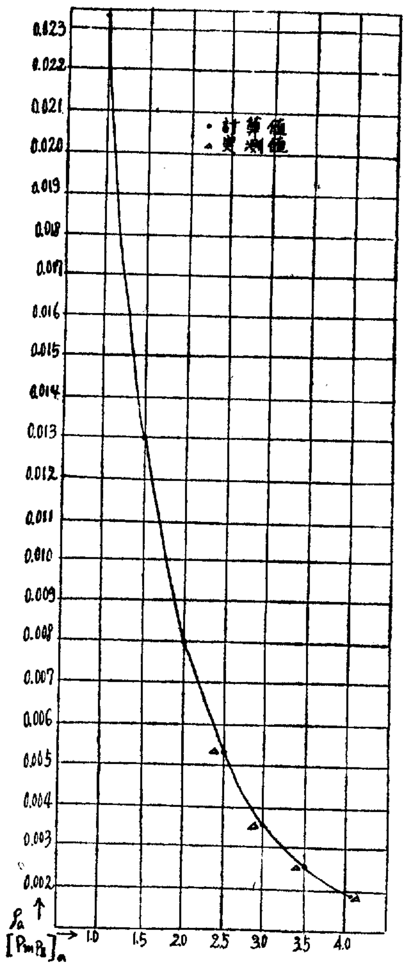


그림 2. $[P_{mp+}]-P_a$曲線

하는 θ의 範圍를 決定할 수 있고, 이 θ의 範圍內에서 變壓器 回路를 投入하도록 位相을 調整하면 過大한 突入電流를 抑制할 수 있게 된다.

C. 變壓器 設計時에 考慮할 事項

變壓器의 設計時에 미리 突入電流의 抑制條件을 考慮할 수 있다. 그러나 이 條件은 經濟的 設計 條件과는 相反되므로 前者를 安全히 滿足시킬 수도 없을 뿐만 아니라, 實際에 있어서는 後者에 더 置重하고 있는 實情이다. 以下에서는 經濟性을 無視한다는 假定下에 純全히 突入電流를 抑制하는 條件만을 생각한 設計時의 考慮事項을 論하기로 한다.

(a) 一次側 抵抗의 增大

이의 効果는 式(11)로서 說明된다.

(b) 殘留磁束이 적은 鐵心材料의 選擇

鐵心內의 殘留磁束 即 Kr 은 突入電流値에 甚大한 影響을 준다. 그러므로 이를 防止하기 위해서는 殘留磁束이 可能한 限 적은 鐵心材料를 選擇 하여야 한다.

(c) 鐵心의 理想的 크기

突入電流의 크기는 主로 磁束의 通路인 鐵心의 磁化特性에 따라 決定됨은 前述한 바와 같다. 即 鐵心이 飽和되면 過大한 突入電流가 發生하게 되므로, 經濟性을 無視하고 순전히 過大한 突入電流를 抑制하는 見地에서 생각한 가장 理想的인 鐵心은 그 磁化特性曲線이 正常狀態의 磁束 振幅의 2倍 以上의 범위까지 거의 直線이 되어야(飽和되지 않아야)하는 條件을 滿足하여야 한다. 더욱 嚴格히 말하자면, 鐵心內에는 이미 殘留磁束도 있을 것이므로

$$\pi_{p^+}=([Kr]_{max}+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{\pi-\theta}{T_{1m}\omega}}+1 \fallingdotseq [Kr]_{max}+2 \quad \cdots\cdots (14)$$

를 滿足하는 π_{p+}에 이르기 까지 磁化曲線이 飽和되지 않을 程度로 鐵心의 크기를 擇하면 過渡時의 變壓器 電流는 線型性을 保持하여 distort 되지 아니 하고 따라서 過大한 突入電流는 發生하지 아니한다. 그러나 이러한 크기로 鐵心을 設計한다는 것은 實際에 있어서 거의 不可能한 일이라 할 수 있다.

2. 突入電流 發生 確率式

過大한 突入電流는 恒常 發生하는 것이 아니며 그 尖頭値는 式 (1)~(7)에 보는 바와 같이, 殘留磁束比 Kr 과 初期電源 電壓位 相角 θ의 函數이다. 가장 甚한 尖頭値는 $Kr=[Kr]_{max}$, $\theta=0$ 인 경우와 $Kr=-[Kr]_{max}$, $\theta=\pi$ 의 경우에 發生하게 된다. 그런데 만일 過大한 突入電流의 尖頭値가 어느 特定의 許用値보다 큰 경우의 確率이 극히 작을 경우에는 이 突入電流를 그다지 念慮할 必要가 없으나 클 경우에는 問題꺼리가 된다.

이러한 點에 비추어 過大 突入電流 發生의 確率式을 誘導할 必要性을 느끼게 된다. 正의 尖頭値 P_{mp+}는 式(1)~(3)으로서 表示되나, 實際의 變壓器에서는

$$\varepsilon^{-\frac{\pi-\theta}{T1Hw}} \fallingdotseq \varepsilon^{-\frac{2\pi-\theta}{T1Hw}} \fallingdotseq \varepsilon^{-\frac{\pi}{T1Hw}}$$

로 놓을 수 있으므로, 式 (3)은

$$P_{mp+}=\frac{L_{1s}\,I_{1ms}}{L_1\,I_{1ls}}\left\{(K_r+\cos\theta)\varepsilon^{-\frac{\pi-\theta}{T_{1H}\omega}}+1\right\}$$

但 $Kr+\cos\theta>0$

의 單一式으로 要約하여도 큰 誤差는 없다. 따라서 위의 式으로부터

$$\cos\theta=\left(\frac{L_1 I_{1ls}}{L_{1s} I_{1ms}} P_{mp+}-1\right)\varepsilon^{\frac{\pi}{T_1 H\omega}}-Kr \cdots\cdots(15)$$

但 $Kr+\cos\theta>0$

를 얻는다. 確率式을 얻는 過程으로서 잠정적으로 $Kr=$ const 라 가정하면 P_{mp+}가 어느 特定의 正常數値 C(突入電流의 許用値의 定格電流에 對한 比)보다 클 確率 H_θ는

$$H_\theta=\frac{2\theta}{2\pi}=\frac{\theta}{\pi}=\frac{1}{\pi}\left|\cos^{-1}\left\{\left(\frac{L_1 I_{1ls}}{L_{1s} I_{1ms}}C-1\right)\varepsilon^{\frac{\pi}{T_1 H\omega}}-Kr\right\}\right| \cdots\cdots(16)$$

로서 表示되며 이 式은 殘留磁束이 不變인 경우의 確率式이나, 實際에 있어서는 以前에 回路를 遮斷할 時의 位相條件과 殘留磁氣의 aging effect 等으로를 미루어 보아 殘留磁束이 一定하다고 할 수는 없다. 그런데 에이징 效果를 無視한다면(回路의 開閉가 빈번한 경우) 定常時의 히스테레시스 루우프에 의하여 殘留磁束에 關한 確率을 決定할 수 있다. 即 **그림 3**의 히스테레시스 루우프를 생각할때 回路의 遮斷前에 π-P_m은 루우프 ABCDEFA 上의 궤적을 순환하나 回路를 遮斷한 直後로 부터는 P_m(또는 磁化電流)는 零이 되므로 殘留磁氣

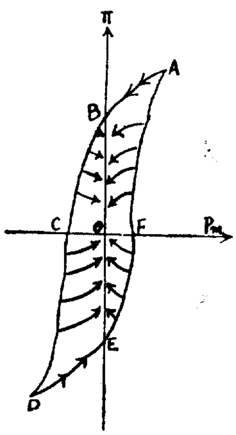


그림 3. 回路 遮斷時의 π-P_m 曲線

는 $\overline{BOE}$의 直線 區間의 어느 한 點에 이를 것이 分明하다. 回路의 遮斷時(P_m, π)의 座標가 曲線 $\widehat{AB}$上에 있었다면 遮斷後의 位置는 B로 移動되어 殘留磁束比가 正의 最大値($Kr=[Kr]_{max}$)가 될 것이며 마찬가지로 $\widehat{DE}$上에 있었다면 E로 移動하여 負의 最大値($Kr=-[Kr]_{max}$)가 될 것이다.

따라서, Kr이 $[Kr]_{max}$가 될 確率은 $\widehat{AB}$ 區間에 對應하는 磁束의 位相 區間을 찾음으로서 곧 얻어질 수 있다. 即 定常狀態의 磁束은 $\phi=\phi_s\cos(\omega t+\theta)$이고, A點의 位相은 O이고 B點의 位相은 $|\cos^{-1}[Kr]_{max}|$이다. 따라서 Kr이 $[Kr]_{max}$가 될 確率 H_{rmax+}는

$$H_{rmax+}=\frac{|\cos^{-1}[Kr]_{max}|-0}{2\pi}=\frac{|\cos^{-1}[Kr]_{max}|}{2\pi}\cdots(17)$$

로서 表示된다. 對稱性에 留意하면 Kr이 負의 最大値 $-[Kr]_{max}$가 될 確率 H_{rmax-}도

$$H_{rmax-}=P_{rmax+}\cdots\cdots(18)$$

의 關係가 있음을 곧 알 수 있다.

그 다음으로는 (P_m,π)의 座標가 曲線와 $\widehat{BD}$ $\widehat{EA}$上에 있었을 경우에 對하여 생각해 보기로 한다. 이 경우에는 最終的인 到達點은 直線 $\overline{BE}$ 即 π軸上의 어느 點이 된 것이다. 이에 對한 確率을 求하기 위해서는 π軸上의 任意點에 있어서의 確率密度(probability density)를 알아야 한다. 그러나 이를 안다는 것은 容易한 일이 아니므로 任意點의 確率密度는 B點과 E點을 除外하고는 모두 同一하다는 假定을 한다. 實際에 있어서는 엄격히 同一하다고는 볼 수 없으나 實用上으로 因한 誤差는 結果式에 그다지 큰 영향을 미치지 아니함이 實驗結果에 의하여 立證되었다.

이러한 假定下에 Kr이 開放區間 $\overline{BE}$ 上에 올 確率 Hr은 式 (17) 및 (18)로 부터

$$Hr=1-(H_{rmax+}+H_{rmax-})$$
$$=\frac{\pi-|\cos^{-1}[Kr]_{max}|}{\pi}\cdots\cdots(19)$$

로서 表示되고, $\widehat{BE}$上의 單位長當의 確率 即 確率密度는

$$\frac{dHr}{dKr}=\frac{\pi-|\cos^{-1}[Kr]_{max}|}{2\pi[Kr]_{max}}$$

이며, 따라서

$$dHr=\frac{\pi-|\cos^{-1}[Kr]_{max}|}{2\pi[Kr]_{max}}dKr\cdots\cdots(20)$$

그러므로, 突入電流의 첫 正尖頭値의 定格 負荷電流 振幅에 對한 比 P_{mp+}가 어느 特定의 常數値 C보다 클 確率 H_+는 다음 式으로 表示된다.

$$H_+=[H_\theta]_{(Kr)_{max+}}\times H_{rmax+}+[H_\theta]_{(Kr)_{max-}}\times H_{rmax-}+\int_{Kr=[Kr]_{max-}}^{[Kr]_{max+}} H_\theta dH_r$$

$$=\frac{1}{2\pi^2}\left|\cos^{-1}\left\{\left(\frac{L_1 I_{1ls}}{L_{1s} I_{1ms}}C-1\right)\varepsilon^{\frac{\pi}{T_1 H\omega}}-[Kr]_{max}\right\}\right|\times|\cos^{-1}[Kr]_{max}|$$

$$+\frac{1}{2\pi^2}\left|\cos^{-1}\left\{\frac{L_1I_{1ls}}{L_{1s}I_{1ms}}C-1\right)\varepsilon^{\frac{\pi}{T_1H\omega}}+[Kr]_{max}\right\}\right|\times\left|\cos^{-1}[Kr]_{max}\right|$$

$$+\int_{-[Kr]_{ma}}^{[Kr]_{max}}\frac{1}{\pi}\left|\cos^{-1}\left\{\left(\frac{L_1I_{1Ls}}{L_{1s}I_{1ms}}C-1\right)\varepsilon^{\frac{\pi}{T_1H\omega}}-Kr\right\}\right|\times\left(\frac{\pi-|\cos^{-1}[Kr]_{max}|}{2\pi[Kr]_{max}}\right)dKr$$

위 式의 簡略을 위하여

$$Z=\left(\frac{L_1I_{1ls}}{L_{1s}I_{1ms}}C-1\right)\varepsilon^{\frac{\pi}{T_1H\omega}}=(\pi C-1)\varepsilon^{\frac{\pi}{T_1H\omega}}\cdots(21)$$

라 놓고 計算을 進行하면

$$H_+=\frac{1}{2\pi^2}\left|\cos^{-1}[Kr]_{max}\right|\times\left\{\left|\cos^{-1}(Z-[Kr]_{max})\right|+\left|\cos^{-1}(Z+[Kr]_{max})\right|\right\}$$
$$+\frac{\pi-|\cos^{-1}[Kr]_{max}|}{2\pi^2[Kr]_{max}}\left\{\sqrt{1-(Z-[Kr]_{max})^2}-(Z-[Kr]_{max})|\cos^{-1}(Z-[Kr]_{max})|\right.$$
$$\left.-\sqrt{1-(Z-[Kr]_{max})^2}+(Z+[Kr]_{max})|\cos^{-1}(Z+[Kr]_{max})|\right\}\cdots\cdots(22)$$

가 된다.

이 式으로서 표시되는 H_+는 正의 尖頭値가 正의 常數値 C보다 큰 確率을 意味하나 負의 尖頭値의 絶對値 $|P_{mp-}|$가 C보다 클 경우도 考慮해야 할 것이다. 이 경우의 確率을 H_-라 하면

$H_C=H_++H_-$

로에 표시되는 H_C는 突入電流의 첫 正및 負의 尖頭値의 絶對値 定格負荷電流 振幅에 對한 比가 어느 規定値 C보다 클 確率을 意味하게된다. 그런데 正負 사이에는 그 確率에 있어 對稱性이 存在함이 分明하므로

$$H_C=2H_+\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$
$$(\because\ H_+=H_-)$$

의 關係가 成立하며, 따라서 式(23)에 式(22)을 代入하면

$$H_C=\frac{1}{\pi^2}\left|\cos^{-1}[Kr_{max}\right|\times\left\{\left|\cos^{-1}(Z-[Kr]_{max})\right|+\left|\cos^{-1}(Z+[Kr]_{max})\right|\right\}+\frac{\pi-|\cos^{-1}[Kr]_{max}|}{\pi^2[Kr]_{max}}$$
$$\left\{\sqrt{1-(Z-[Kr]_{max})^2}-(Z-[Kr]_{max})\left|\cos^{-1}(Z-[Kr]_{max})\right|-\sqrt{1-(Z+[K_r]_{max})^2}\right.$$
$$\left.+(Z+[Kr]_{max})\left|\cos^{-1}(Z+[Kr]_{max})\right|\right\}\ \cdots\cdots(24)$$

但 $Z+[Kr]_{max}\leqq 1$

을 얻는다. 이 式은 誘導코저 한 最終 確率式이나, 만일 $Z+[Kr]_{max}>1$이면 式은 虛根을 包含하게 되므로 그 意義를 喪失한다.

$Z+[K_r]_{max}>1$인 경우에는 $K_r<Z-1$을 滿足하는 K_r은 當初부터 存在할 수 없으므로 다음 式의 積分項에서 K_r의 下限은 $K_r=-[K_r]_{max}$가 아니고, $K_r=-(1-Z)=Z-1$이며, 따라서 $H_{rmax-}=0$이다. 그러므로, 이 경우의 H_C는 다음과 같이 誘導된다.

$$H_c=2H_+=2[H_\theta]_{[K_r]\ max+}XH_{rmax+}+2\int_{Kr=Z-1}^{[Kr]max+}H_{od}Hr$$
$$=\frac{1}{\pi^2}\left|\cos^{-1}[K_r]_{max}\right|\times\left|\cos^{-1}(Z-[K_r]_{max})\right|$$
$$+\frac{\pi-|\cos^{-1}[K_r]_{max}|}{\pi^2[K_r]_{max}}\left\{\sqrt{1-(Z-[K_r]_{max})^2}-(Z-[K_r]_{max})\left|\cos^{-1}(Z-[K_r]_{max})\right|\right\}\cdots\cdots\cdots(25)$$

但 $Z+[K_r]_{max}>0$

式 (24)와 (25)는 각각의 경우에 있어서의 過大 突入電流 發生의 確率式이다.

本 샘플·變壓器에 對하여 위의 兩式을 適用 하면 다음과 같다.

$$H_c=0.08\left[\left|\cos^{-1}\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c-0.7}}-0.7\right\}\right|+\left|\cos^{-1}\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c+0.7}}+0.7\right\}\right|\right]$$
$$+0.34\left[\sqrt{1-\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c-0.7}}-0.7\right\}^2}\right.$$
$$-\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c-0.7}}-0.7\right\}\left|\cos^{-1}\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c-0.7}}-0.7\right\}\right|$$
$$-\sqrt{1-\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c+0.7}}+0.7\right\}^2}$$
$$\left.-\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c+0.7}}+0.7\right\}\left|\cos^{-1}\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c+0.7}}+0.7\right\}\right|\right]\cdots\cdots(24)'$$

但, $C\leqq 0.23$

$$H_c=0.08\left|\cos^{-1}\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c-0.7}}-0.7\right\}\right|$$
$$+0.34\left[\sqrt{1-\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c-0.7}}-0.7\right\}^2}\right.$$
$$\left.-\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c-0.7}}-0.7\right\}\left|\cos^{-1}\left\{(\pi_c-1)\varepsilon^{0.0675\frac{C}{\pi_c-0.7}}-0.7\right\}\right|\right]\cdots\cdots(25)'$$

但 $C>0.23$

위의 兩式에서 π_c는

$|P_{mp}\pm|=C$일 경우의 $\pi-P_m$ 曲線上의 π의 값이다. 그리고 任意의 初期 位相角과 殘留磁束에서 回路를 닫았을 경우 突入電流(磁化電流 成分만 생각함)의 첫 尖頭値의 絶對値가 定格 負荷電流値(振幅)의 C倍 以上이 될 確

率을 計算 할려면 $C \leqq 0.23$ 이면 式(24)'을 使用하고 $C < 0.23$ 이면 式(25)'을 使用한다.

한 實例로서 $C=1$ 인 경우의 確率 H_1을 $\pi - P_m$ 曲線의 도움을 받아 求해 보기로 한다. 即 $P_m = C = 1$ 일 때, 曲線上에서 보면 $\pi_c = \pi_1 = 1.835$ 이다. 이들 對應値를 式(25)'에 代入함으로써

$$
\begin{aligned}
H_1 = 0.08 & \left| \cos^{-1}\left\{(1.835-1)\varepsilon^{0.0675 - \frac{1}{1.835-0.7}} - 0.7\right\}\right| \\
& + 0.34\left[\sqrt{1-\left\{(1.835-1)\varepsilon^{0.0675-\frac{1}{1.836-0.7}} - 0.7\right\}^2} \right. \\
& - \left\{(1.835-1)\varepsilon^{0.0675-\frac{1}{1.836-0.7}} - 0.7\right\} \left| \cos^{-1} \right. \\
& \left. \left. (1.835-1)\varepsilon^{0.0675-\frac{1}{1.835-0.7}} - 0.7\right\} \right| \Big] = 0.357
\end{aligned}
$$

따라서, 本 샘플 · 變壓器에 있어서 定格 負荷電流보다 큰 突入電流가 發生할 確率은 0.357 로서 計算된다. 이를 實測値와 比較하기 위하여 오씰로그램 68 枚를 調査하였는데 定格負荷電流보다 큰 突入電流의 오씰로그램은 26 枚이었다.

따라서 實測 確率은 0.382(=26/68)이어서 計算値와 비슷한 값을 나타낸다. 같은 方法으로 求한 C의 各値에 對한 H_c의 計算値 및 實測値를 表示하자면 **表 2**와 같고 **그림 4**는 이를 曲線으로 連結한 것이다.

表 2. 突入電流 發生 確率의 計算値및 實測値

C	π_c	H_c의 計算値	H_c의 實測値	오씰로그램 總68 枚中 $\lvert P_{mp} \pm \rvert > C$ 인 枚數
0.027	1.000	1.000	$1.000\left(=\frac{68}{68}\right)$	68
1	1.835	0.357	$0.382\left(=\frac{26}{68}\right)$	26
2	2.160	0.169	$0.164\left(=\frac{11}{68}\right)$	11
3	2.365	0.067	$0.074\left(=\frac{5}{68}\right)$	5
4	2.443	0.022	$0.030\left(=\frac{2}{68}\right)$	2
4.2	2.445	0.000	$0.015\left(=\frac{1}{68}\right)$	1

總　括

以上의 硏究를 要約하면 다음과 같다.

(1) 鐵心(非線型) 變壓器의 二次側을 開放한채 一次側에 電源을 印加할 때 一次側을 흐르는 突入(過渡) 電流를 $[P_{mp+}]_a$ 以下로 抑制하기 위하여, 保護抵抗을 揷入하려면, 그 値는 式(10) 또는 式(11)에 依한다.

(2) 電源電壓의 初期 位相角을 調整함으로써도 可能하며, 그 位相角 範圍의 決定은 式(12) 또는 式(13)과 $\pi - P_m$ 曲線(磁化曲線)을 使用함으로써 可能하다.

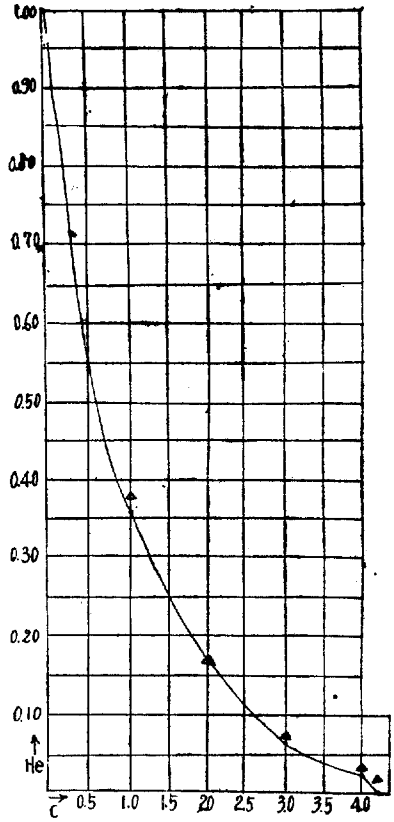


그림 4. 突入電流 發生 確率曲線

(3) 變壓器의 設計 條件에 依하여도 그 抑制가 可能하나, 이 條件은 經濟的 條件과는 相反되므로 實際的으로 實現하기 困難하다.

(4) 突入電流의 크기는 電流電壓의 初期 位相角과 殘留磁束의 크기에 따라 다르기 때문에 任意의 値 以上의 突入電流가 發生하는 狀態는 確率的이며 그 確率式은 式(24) 또는 (25)에 依한다.

參考文獻

1. Transient Performance of Electrical Power Systems by Reinhold Rüdenberg
2. Magnetic Circuits and Transformers by Members of the Staff of the Department of Electrical Engineering, M.I.T., John Wiley & Sons, Inc., New York
3. Electrical Circuits by Members of the Staff of the Department of Electrical Engineering, M.I.T., John Wiley & Sons, Inc., New York

(1965 年 11 月 16 日 接受)