論 文
13—3—4

竪軸型 水車發電機의 軸振動에 關한 硏究 (I)

(A Study for the Shaft Vibration of the Vertical Type Hydro Electric Power Generator)

李 承 院*
(Lee Sung Won)

ABSTRACT

It is the intention of this thesis to discriminate and investigate the causes of the shaft vibration of the vertical type hydroelectic power generator with respect to electrical, mechanical and hydraulic aspects, and to analyze the vibration which will occure by the each cause investigated above. In order to test the shaft vibration of No.1 generator in Hwachon, Korea new measurement method and measuring equipments were designed. In practice the shaft vibration of the generator was measured by above equipments and analyzed by the discriminative method. Detailed explanation for the designed measurement method and instruments is presented, and the results which I had tested three times for the generator No.1 in Hwachon power plant are added.

As a appendix the mechanism and causes of the thrust bearing's wear and remarks for the runner are written.

1. 竪軸型 水車發電機의 軸振動의 原因 分析

A. 概 要

水車發電機의 軸은 運轉中 여러가지 形態로 振動을 하는 수가 있는데 그 原因으로서는 크게 나누어 電氣的 原因, 機械的 原因, 水力的인 原因으로 大別할 수는 있으나 이들 各己의 原因도 大端히 多元的 이어서 어떤 振動의 原因을 簡單히 結論짓는다는 것은 어려운 일이다. 그래서 먼저 存在할 수 있는 各 原因을 分類 究明하고 그에 依해서 發生하는 振動現象을 여러가지 方法으로 解析해 보기로 했다.

* 서울 工大 敎授
Prof., College of Eng.
Seoul National University

B. 軸振動의 原因

(가) 電氣的인 原因

(1) 基本波 磁束에 依한 振動(平衡狀態)

(2) 空隙磁束의 高調波分에 關한 振動(平衡狀態)

(3) 不平衡負荷에 依한 振動

(4) 偏心回轉에 依한 發電機部의 振動

(5) 軸固定 偏心回轉에 依한 振動

(나) 機械的인 原因

(1) 回轉體의 靜的 不平衡에 依한 軸振動

(2) 回轉體의 動的 不平衡에 依한 軸振動

(3) 靜的 不平衡과 動的 不平衡이 重覆되어 있을 境遇

(4) 推力 軸受 不良에 依한 軸振動

(5) 上下振動이 左右振動에 미치는 影響

(다) 水力的인 原因

(1) Draft whirl 에 依한 振動

(2) Runner 에 依한 軸振(cavitation 影響 考慮)

C. 各 軸振動 原因別 振動現象의 解析

(가) 電氣的인 原因에 依한 振動

(1) 基本波 磁束에 依한 振動(平衡狀態)

發電機 軸의 電磁氣的 振動 原因을 取扱함에 있어서는 우선 回轉子와 固定子 사이의 空隙에 存在하는 磁束分布를 解析하여 이 磁束에 依한 回轉子와 固定子間의 磁氣的 吸引力을 誘導하여야 한다.

空隙 圓周上 任意의 一點으로 부터 θ 의 機械角을 갖는 點上의 半徑方向의 $d\theta$ 部分에 作用하는 吸引力 $F\theta$는 그 點의 磁束密度를 $B\theta$ 라고 할 것 같으면

$$F\theta=\frac{p\tau l}{2\pi\mu_0}B\theta^2 d\theta \tag{1}$$

가 된다.

但 p; 極對數, τ; 極間隔, l; 回轉子의 길이

$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$

그런데 一般的으로 極數가 $2p$ 인 回轉機에 있어서는 基本波 磁束密度는 空隔 주위의 $1/p$ 을 一波長으로 하는 正弦波임으로

$$B\theta=Bw\ \sin(p\theta-\omega t) \tag{2}$$

로 表示할 수 있다. ω는 電氣的 각속도이다. 따라서 空隙 圓周上의 任意의 點에 있어서의 半徑 方向의 힘은 式(2)을 式(1)에 代入하므로서 求할 수 있다.

$$F\theta=\frac{p\tau l}{4\pi\mu_0}Bw\{1-\cos(2p\theta-2\omega t)\}\,d\theta \qquad (3)$$

式(3)의 둘째項은 圓周의 $\frac{1}{2p}$을 一波長으로 하고 2ω의 角速度로 回轉하는 磁界이다. 지금 $p=1$ 및 $p=2$일때를 生覺해보면 그 鐵心이 받는 힘의 分布는 **그림 1**과 같이 되어 그와 같은 模樣으로 鐵心이 變形하려고 한다.

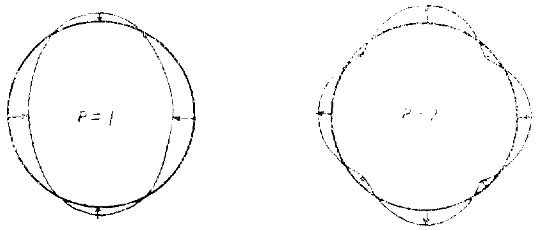


그림 1.

그림 1에서 보는 바와 같이 磁氣的 吸引力은 軸中心에 對하여 完全히 對稱이므로 回轉子 全體를 振動시키지는 않으나 內部鐵心 및 body는 電源周波數의 2倍의 周波數로 振動하게 된다. 이 振動力은 極數가 적을 수록 振幅이 크고 鐵心의 固有振動數와 共振을 일으키게 되면 큰 振動幅을 갖게 된다. 勿論 回轉體가 어떤 原因에 依해서 偏心되어 있을 境遇에는 磁氣的 吸引力이 軸中心에 對한 均衡을 잃어 回轉體 全體를 振動케 할 것이나 이것은 後에 따로 取扱하였다.

(2) 空隙 磁束의 高調波分에 依한 振動(平衡狀態)

交流發電機에서 發生하는 높은 周波數의 振動 原因中의 하나는 空隙內의 高調波 磁束에 依하여 發生한다. 이 高調波 磁束은 固定子 捲線內에만 電流가 集中的으로 흐름으로 因한 起磁力의 階段的 變化에 依한 것과 突極 回轉子에서의 空隙의 不均一이나 slot 側과 teeth 側의 空隙이 다르므로 因하여 發生하는 磁束密度의 變化에 依한 것이 있다.

따라서 固定子와 回轉子의 兩電流에 依하여 發生하는 磁束密度中에 次數의 和나 差가 m가 되는 두개의 磁束密度가 存在할 때에는 空隙 全圓周의 $1/m$을 한 波長으로 하는 正弦波形으로 分布되어 있는 半徑 方向의 電磁力이 存在하게 된다.

이러한 電磁力이 中心에 對해서 對稱일 境遇에는 鐵心에 變形을 일으키거나 body에 振動을 이르키지만 對稱이 못될 境遇에는 回轉體를 半徑 方向으로 振動케 한다. 即 $m=0$일 境遇에는 電磁力은 空隙 圓周上에 均一한 크기를 갖고 一定한 周波數로 變動하므로 鐵心은 純半徑 方向으로 對稱的인 强制振動力을 받게 되어 body가 振動하게 된다. 다음에 $m=1$일 境遇에는 半徑 方向의 힘은 全圓周를 一波長으로 하여 分布되어 있어서 이 힘은 回轉子를 어느 한 方向으로 끌어 당기는 힘이 되는데 回轉子 軸은 이 힘에 依하여 圓運動을 하게 된다. 이 回轉速度가 軸의 危險速度와 一致할 境遇에는 甚한 振動이 일어나게 된다. $m>2$의 境遇에는 m의 値에 따라 楕圓形이나 多角形 變形이 나타나게 된다. 따라서 內部鐵心 및 body는 振動을 하게 되는데 이 振動의 振幅은 回轉數에 比例하여 增加하게 된다.

(3) 不平衡 負荷에 依한 振動

發電機가 機械的으로는 完全히 平衡이 이루어져 있고 負荷만이 不平衡이기 때문에 發生하는 振動을 考慮하여 본다.

3相 不平衡 電流가 흐를 境遇 回轉磁界는 正相分 電流에 依한 正相回轉磁界와 逆相分 電流에 依한 逆相 回轉磁界로 나눌 수가 있으므로 磁束密度는 다음과 같이 表示할수 있다.

$$B\theta=B_1\sin(p\theta-\omega t)+B_2\sin(p\theta-\omega t) \qquad (4)$$

式(4)을 式(1)에 代入하면 空隙 圓周上의 吸引力은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}F\theta&=\frac{p\tau l}{2\pi\mu_0}\left\{B_1\sin(p\theta-\omega t)+B_2\sin(p\theta-\omega t)\right\}^2 d\theta\\&=\frac{p\tau l}{2\pi\mu_0}\left\{\frac{1}{2}(B_1^2+B_2^2)-\frac{B_1^2}{2}\cos 2\,(p\theta-\omega t)\right.\\&\left.-\frac{B_2^2}{2}\cos(p\theta+\omega t)-B_1B_2(\cos 2\,p\theta-\cos 2\,\omega t)\right\} \qquad (5)\end{aligned}$$

式(5)에서 보면 一定한 吸引力 外에 2倍의 電氣角速度로 回轉하는 正相 및 逆相의 吸引力이 存在하는데 이吸引力은 基本波에 依한 定常發電機에서의 振動과 같은 種類로 앞에서 說明한 것과 같은 效果를 나타낸다. 다음 $\cos 2\theta$의 項은 時間에 따라 變하지 않고 軸中心에 對하여 對稱인 分布를 갖는 吸引力으로 이것은 軸振動에는 影響을 미치지 않는다.

다음의 $\cos 2\,\omega t$의 項은 空隙周圍에 均一하게 分布되고 2ω의 角速度로 回轉하는 힘이다. 이 힘은 完全한 半徑 方向의 힘으로 이힘에 依하여 發生하는 振動이 軸自體를 振動시킨다고 볼 수 있다. 따라서 不平衡 負荷時의 軸振動 周波數는 60～의 2倍인 120～로 된다는 것을 알 수 있다.

(4) 偏心 回轉에 依한 發電機部의 振動(電氣的 原因)

發電機의 回轉子의 偏心 回轉이 原因인 同期發電機의 異常振動의 解析, 同期發電機의 回轉子가 偏心 回轉을 할 境遇에는 air gap에 不平衡이 생기고 이 不平衡은 또 電氣的 不平衡을 發生케 하여 發電機에 異常振動을 이르

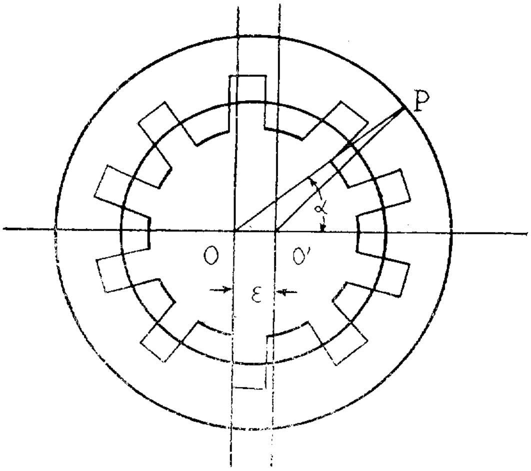


그림 2.

킨다.

이것은 偏心 回轉이 電機子捲線의 並列回路에 環狀電流를 흐르게 하므로서 나타나는 現象인데 發電機가 無負荷時에는 普通 回轉數와 같은 周波數의 振動이 생기지만 負荷가 增加하면 振幅이 增加하고 回轉數에는 無關한 듯한 振動周波數가 나타난다.

그림 2 와 같이 偏心된 發電機에서 任意點 p 에서의 air gap 길이는

$$\delta=\delta_0-\varepsilon\cos\alpha \tag{6}$$

但 δ_0 는 平均 air gap 길이 이고, ε 은 偏心된 거리 이고 α 는 最少 air gap 點에서 부터 p 點까지의 機械角이다.

따라서 空隙의 permeance 는

$$\frac{1}{\delta_0-\varepsilon\cos\alpha}\sim\frac{1}{\delta_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{\delta_0}\cos\alpha\right) \tag{7}$$

그런데 回轉子는 普通 突極이므로 air gap 길이의 周期的 變化를 考慮하여야 한다. 最少 air gap 點에 極軸中心이 있다고 하고 一般的으로 高調波를 無視하면 突極回轉子인 境遇의 空隙의 permeance 는

$$(A+B\cos 2p\alpha)\times\frac{1}{\delta_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{\delta_0}\cos\alpha\right) \tag{8}$$

但 A. B: 定數

따라서 α 點의 permeance 는

$$(A+B\cos 2p\alpha)\frac{1}{\delta_0}\left(1+\frac{\varepsilon}{\delta_0}\cos\alpha\right)$$
$$=\frac{1}{\delta_0}\left(A+B\cos\alpha+\frac{A\varepsilon}{\delta_0}\cos 2p\alpha+\frac{B\varepsilon}{\delta_0}\cos 2p\alpha\cos\alpha\right) \tag{9}$$

即 近似的으로 permeance 는 機械角 α 의 正弦函數가 된다.

다음 磁界의 起磁力과 固定子의 負荷電流에 依한 起磁力의 差에 依하여 誘起되는 各 並列回路의 電壓은 air gap 의 길이에 따라서 若干의 差가 생기므로 이 電壓差에 依하여 並列回路內에 循環電流가 發生한다. 이 境遇 各 並列回路內의 循環電流의 크기는 機械角의 正弦函數로 表示할 수 있다. 그런데 最少 air gap 點은 機械의 回轉速度로 回轉移動 하므로 α 는 $\frac{\omega t}{p}$ 로 置換할 수 가 있다.

따라서 偏心 回轉時의 한 相의 電流 Ia 는 다음과 같이 表示할 수가 있다.

$$Ia=\left\{I_0+\Sigma\, Im\left(m\frac{\omega t}{p}+\theta m\right)\right\}\sin\omega t \tag{10}$$

여기서 循環電流中 가장 큰 基本波 電流만을 考慮하면

$$Ia=I_1\sin\left(\frac{\omega t}{p}+\theta_1\right)\sin\omega t \tag{11}$$

다른 相에서의 循環電流는 各各

$$\left.\begin{aligned}I_b&=I_1\sin\left(\frac{\omega t}{p}+\theta_1-\frac{120^\circ}{p}\right)\sin(\omega t-120^\circ)\\ I_c&=I_1\sin\left(\frac{\omega t}{p}+\theta_1-\frac{240^\circ}{p}\right)\sin(\omega t-240^\circ)\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

위의 3 相電流에서 正相 및 逆相電流를 求하면 循環電流는 $(1\pm1/p)\omega$ 의 電氣角度를 갖는 起磁力을 發生한다.

固定子의 ampere-turn 은 **그림 3** 과 같이 固定子 周

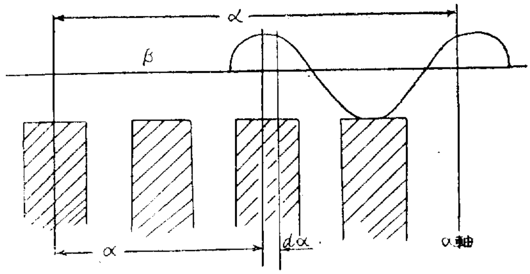


그림 3.

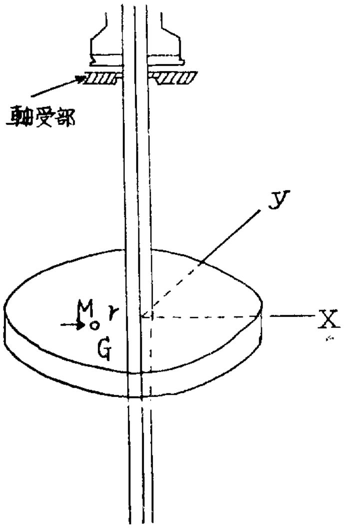


그림 4.

圍에서 正弦的으로 變化하므로 α 點의 磁束密度는 各點의 ampere-turn (AT)에 permeance를 곱한 것으로

$$B(\alpha)=\frac{1}{\delta_0}(A+B\cos 2p\alpha)\left(1+\frac{\varepsilon}{\delta_0}\cos\alpha\right)\times\sin p(\alpha-\beta) \cdots\cdots (14)$$

따라서 $d\alpha$ 點의 磁束에 依한 固定子와 回轉子間의 吸引力은 그 點에서의 磁束의 自乘에 比例하므로 式(8)의 自乘에 $d\alpha$를 乘한 것이 된다.

이 吸引力의 原點에서 γ 되는 位置에 있는 軸에 對한 分力은

$$f=B(\alpha)^2\cos(\gamma-\alpha)d\alpha \qquad (13)$$

따라서 回轉子의 半圓周上의 吸引力의 γ 軸 方向의 總分力은

$$\int_{\gamma}^{\gamma+\pi} B(\alpha)^2\cos(\gamma-\alpha)d\alpha \qquad (15)$$

나머지 半圓周에 對한 吸引力은 위의 積分範圍를 $\alpha+\pi$에서 $\alpha+2\pi$까지 取하면 된다. 위의 두쪽의 吸引力中 同一方向으로 作用하는 힘만을 取하면 그 크기는

$$K+K'\cos 2p\gamma \qquad (16)$$

로 表示할 수 있다. 또 反對方向으로 作用하는 힘은

$$N\sin\phi+N'(\pm)\sin\{(2p\pm1)\phi\} \cdots\cdots (17)$$

위의 힘의 方向과 直角方向으로 作用하는 힘은

$$-N\cos\phi+N'(\pm)\cos\{(2p\pm1)\varphi\} \qquad (18)$$

가 된다. 그런데 環狀電流의 正相分 ampere-turn은 回轉子上을 $\pm\omega/p$의 速度로 移動하므로 이 境遇 吸引力은 上式에서

$$\phi=\pm\omega t/p^2 \qquad (\phi;\ 機械角)$$

으로 놓으면 다음과 같이 된다.

$$K+K'\cos\frac{2\omega}{p}t$$

$$N\sin\frac{1}{p}\frac{\omega t}{p}+N'(\pm)\sin\left(\frac{2p\pm1}{p}\frac{\omega}{p}t\right) \qquad (19)$$

$$-N\cos\frac{1}{p}\frac{\omega t}{p}\mp N\cos\left(\frac{2p\pm1}{p}\frac{\omega t}{p}\right)$$

따라서 環狀電流의 正相分에 依하여 回轉子에 生기는 一定吸引力의 回轉周波數 $\frac{\omega}{p}$의 2倍, $1/p$倍, $(2p\pm1)1/p$倍의 周波數의 吸引力이 存在한다. 이 힘에 依하여 回轉子는 振動을 하고 軸振動周波數도 이들과 같은 周波數成分들을 包含할 것이다. 이 成分 周波數中 어느 하나와 發電機의 固有振動周波數가 一致하면 共振現象이 發生하여 이 成分의 振幅이 크게 나타날 것이다.

그림 5. 回轉體의 平衡에 依한 振動式 analog computer simulation

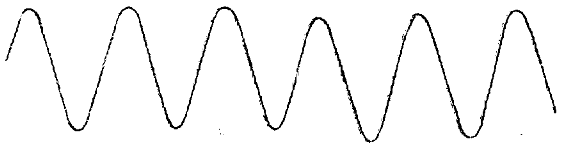


그림 6.

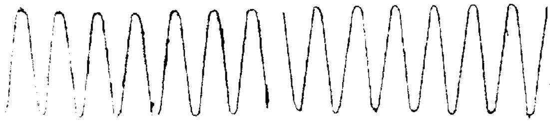


그림 7.

(5) 軸固定 偏心 回轉에 依한 振動(電氣的 原因)

다음 發電機의 製作時의 잘못이나 組立時의 回轉子 偏心에 依하여 空隙의 길이가 平衡되어 있지 않을 境遇에도 磁氣的 吸引力에 依하여 軸의 振動이 發生한다.

固定子 中心과 回轉子 中心이 ε 만큼 떨어져 있을 境遇의 空隙長은 大略

$$\delta=\delta_0+\varepsilon\cos\theta \qquad (20)$$

但 δ_0는 平均 空隙長이다. 따라서 半徑 方向의 吸引力은 大略

$$\frac{p\iota l}{4\pi\mu_0}Bm^2\frac{\varepsilon}{\delta_0}[-2\cos\theta+\cos\{2p-1)\theta-2\omega t) +\cos\{2p+1)\theta-2\omega t\}] \qquad (21)$$

가 된다. 이 中 첫項은 $\cos\theta$에 比例하므로 空隙 全圓周가 一波長이 되므로 時間的으로 不變인 一定 方向으로 힘이 作用하게 된다. 即 δ가 最少인 方向의 吸引力이 最大이므로 이 方向으로 作用하는 힘이 된다. 따라서 空隙이 第一 좁은 方向의 不平衡이 점점 增加하여 案內 bearing에 다을 때까지 힘이 作用할 憂慮가 있다. 第2項 및 3項은 2倍의 電氣的 周波數로서 $(2p\pm1)$의 多角形 變形을 鐵心에 이르킨다.

(나) 機械的 原因

無負荷下에 定格速度로 回轉하고 있는 水車의 振動이 斷水된 後에도 繼續된다면 그 振動은 機械的인 原因에 依한 것임이 分明하다.

그 原因으로서는 그 (나)의 各項에 列擧하였는데 지금부터 그 原因別 振動現象을 解析해 보기로 한다. 여기에 있어 振動의 測定은 한곳에서 測定하고 그 方向으로 나타나는 各振動 成分을 考察하였다. 단지 여기서 各原因을 解析할 때는 다른 原因은 關係되지 않는다는 假定下에 取扱하였다.

(1) 回轉體의 靜的 不平衡에 依한 軸振動

設置時 回轉軸 中心이 回轉體 中心과 一致하지 않게 되었거나 回轉體 自體의 무게의 不平衡으로 軸 中心이 不一致할때 重心 G 에는 遠心力이 作用하게 되는데 이의 x 軸 方向成分 힘에 依한 振動方程式은

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+f\frac{dx}{dt}=m\gamma\omega^2\cos\omega t \tag{22}$$

여기서 x : 橫方向 振動變位

f : 橫方向 摩擦係數

m : 回轉子 全體重量

γ : 中心軸에 重心까지의 距離

ω : 回轉 角速度(機械角)

우리가 測定한 것을 正常狀態만을 取扱 하였으므로 特別解는 $x=A\cos(\omega t+\beta)$의 型이 될 것이다.

$$x=\frac{m\gamma\omega^2}{\sqrt{(J\omega^2)^2+(f\omega)^2}}\cos(\omega t+\theta)$$

여기서

$$\theta=\tan^{-1}\frac{f\omega}{J\omega^2}=\tan^{-1}\frac{f}{J\omega} \tag{23}$$

그런데 여기서 f가 thrust bearing의 摩擦係數 및 案內軸受等의 影響으로 常數가 아니고 時間의 函數가 되거나 角速度 ω가 runner의 影響으로 한 回轉內에 變速을 할때는 위 方程式은 非線型이 되어 풀 수가 없고 analog computer를 쓸 수 밖에 없다.

計算機에 simulate시키기 爲하여 式을 變形하면

$$\frac{dx}{dt}=-\int\left(+\frac{f_1(t)}{m}\cdot\frac{dx}{dy}-\frac{m\gamma\omega^2(t)}{m}\cos\omega(t)\right)dt \tag{24}$$

가 되고 이를 set up 하면 **그림 5**와 같다.

위 simulation된 計算機에 依하여 f=const, ω=const 일 때의 曲線이 **그림 6**과 같다.

f가 sinusoidal로 變한다고 假定할때 그 曲線이 **그림 7**과 같이 된다.

(2) 回轉體의 動的 不平衡에 依한 軸振動

ω : const

C 點에 作用하는 힘 Fc는

$\langle m_1\gamma_1\omega^2 < m_2\gamma_2\omega^2$ 일 境遇$\rangle$

$$(m_2\gamma_2\omega^2a_2-m_1\gamma_1\omega^2a_1)=Fc\cdot C \tag{25}$$

$$Fc=\frac{1}{C}(m_2\gamma_2a_2-m_1\gamma_1a_1)\omega^2 \tag{26}$$

$$\therefore\ m\frac{d^2x}{dt^2}=f\frac{dx}{dt}=\frac{1}{C}(m_2\gamma_2a_2-m_1\gamma_1a_1)\omega_2\cos\omega t \tag{27}$$

여기서 x를 求하면 測定點의 變位는

$x_1=x\frac{D}{C}$ D : 測定點의 bearing으로부터의 距離

f가 x의 어떤 函數로 變化할 때는 積의 非線型이 되어 analog computer로 simulate하면 그림 5와 비슷하고 이 境遇에는 thrust bearing의 上下에서 圓周上의 한 方向에서 同時에 振動을 測定 (**그림10參照**)하면 位相이 180° 다른 振動波形이 나타날 것이다. 그러므로 同時에 測定된 두 振動曲線에서 位相差가 없을 때는 이런 動的 unbalance는 없는 것으로 看做할 수 있을 것이다.

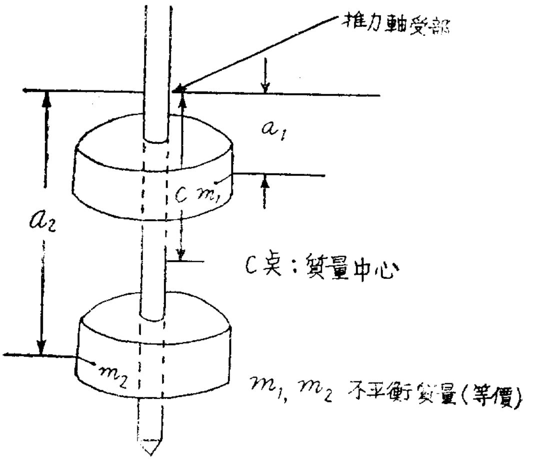


그림 8.

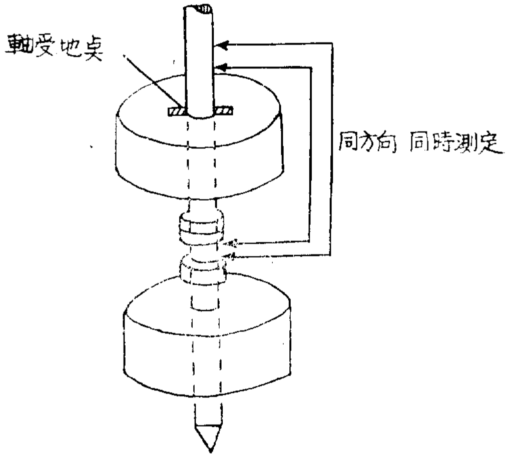


그림 9.

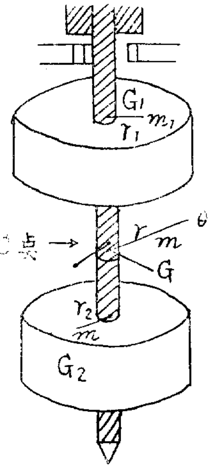


그림 10.

(3) 靜的 不平衡과 動的 不平衡이 重複되어 있을 境遇

이 境遇는 위의 두 境遇에서 發生하는 不平衡力에 依한 振動現象이 合成되어 發生하게 되는데 左圖에서와같이 全體質量m의 回轉 中心이 軸 中心에서 r 만큼 偏心되어 있고 또 水平方向에서 본 上下回轉體의 回轉中心이 軸 中心에 對稱으로 各各 r_1, r_2 만큼 떨어져 있을 境遇이다. 이러한 狀態에서는 全體回轉中心의 偏心으로 因한 不平衡 遠心力으로 橫方向의 힘이 形成되고 또 上下質量의 對稱的 偏心에 依한 偶力으로 橫方向力이 作用하게 된다.

竪軸 水力發電機에서 이러한 狀態의 發生 可能性은 發電機側에서는 送電系統의 3相短絡과 같은 故障時의 過負荷로 因한 電氣的 힘에 依하여 回轉子內에 어떠한 變形이 發生하거나 또는 機械的 힘에 依하여 回轉中心이 偏心될 可能性이 多分히 存在하고 水車側에서는 cavitation 이나 腐食 또는 corrosion 에 依한 runner 의 不均一磨耗에 依한 質量 不平衡으로 偏心될 境遇가 있다. 이 境遇 thrust bearing 을 支持點으로 한 垂直方向의 質量 中心點 C 에 作用하는 偶力 要素에 依한 回轉體의 運動方程式은

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+f\frac{dx}{dt}=\frac{1}{C}(m_2r_2a_2-m_1r_1a)\ \omega^2\cos(\omega t+\theta) \tag{28}$$

但 θ 는 偶力方向과 mass unbalance force 와의 機械的 位相角이다. 따라서 橫方向의 變位 x 의 正常狀態의 解는

$$x=\frac{(m_2r_2a_2-m_1r_1a_1)\omega}{C\sqrt{(m\omega)^2+f^2}}\ \cos(\omega t+\theta+\theta') \tag{29}$$

但 $\theta'=\tan^{-1}\left(\frac{-f}{m\omega}\right)$

다음 靜的 不平衡力에 依한 運動方程式은 式(1)의 境遇에서와 같이 全體質量을 m, 偏心距離를 r 이라하면

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+f\frac{dx}{dt}=mr\omega^2\cos\omega t \tag{30}$$

이 境遇 正常狀態에서 m_1f_1 및 回轉速度 ω 를 一定하다고 보면 正常狀態의 橫方向의 變位 x 는

$$x=\frac{mr\omega}{\sqrt{(m\omega)^2+f^2}}\cos(\omega t+\theta') \tag{31}$$

但 $\theta'=\tan^{-1}\left(\frac{-f}{m\omega}\right)$

위의 두 境遇 變位 x 를 合하면 靜的 및 動的 不平衡力에 依하여 發生한 重複된 振動變傳을 求할 수 있다. 卽

$$x=X\,\mathrm{static}+X\,\mathrm{dynamic}$$
$$=\frac{mr\omega}{\sqrt{(m\omega)^2+f^2}}\cos(\omega t+\theta)+\frac{(m_2r_2a_2-m_1r_1a_1)\omega}{C\sqrt{(m\omega)^2+f^2}}\cos(\omega t+\theta+\theta') \tag{32}$$

위의 結果에서 이 두가지의 靜的 및 動的 不平衡力에 起因한 振動振幅은 回轉體의 回轉速度에 比例한다는 것을 알수 있고 두 不平衡力의 位相角 θ 가 零인 境遇에는 두 힘의 合成으로 振幅이 커질 수 있고 θ 가 180° 일 境遇에는 個個의 振幅에 比하여 合成振幅이 오히려 減少한다는 것을 알 수 있다.

따라서 回轉體의 速度를 變化시키면서 振動振幅의 變化를 보아서 振幅이 速度에 거의 比例하면 回轉質量의 不平衡에 依한 振動이라 斷定할 수 있고 이 中에서 動的 不平衡의 存在有無는 thrust bearing 의 上下側에서 振動을 同時測定하여 서로 位相差가 있으면 動的 不平衡의 原因도 存在한다고 볼 수 있다.

(4) 推力軸受의 不具에 依한 軸振動

水車發電機의 長期運轉 또는 設計 및 設置時의 잘못等으로 因한 軸受部의 損耗現象과 그 損耗原因은 別紙後記에 記述된 바와 같은데 이 損耗現象과 損耗原因들 間에 어떠한 因果關係가 있나를 알아낸다는 것은 大端히 어렵다. 그것은 여러가지 損耗原因이 複雜하게 結合되어 있을 뿐 아니라 한가지 原因에 依해서도 여러가지 損耗現象이 發生하기 때문이다.

이제 이런 損耗現象으로 軸受部의 原形이 理想的인 構造로부터 變形되었을 때 軸振動이 어떤 模樣으로 나타나는가를 取扱해 보았다.

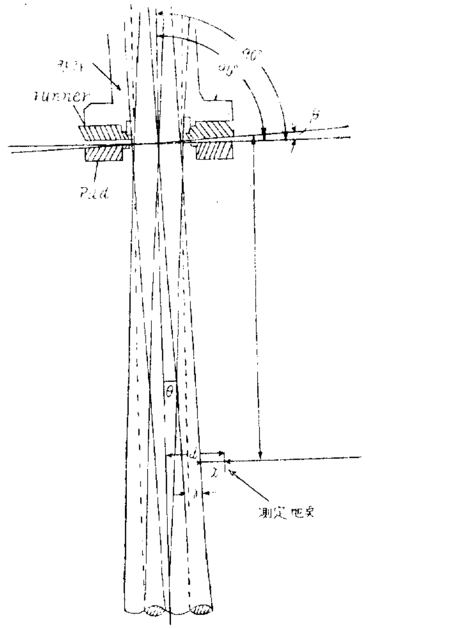


그림 11. Runner 의 不良에 依한 振動

(i) 軸受 runner 에 不平衡 損耗로 潤滑面이 軸에 對하여 直角이 안되어 回轉할때(pad 部는 完全하다고 假定) 아래 그림 12 와 같이 생각할 수 있다.

軸半徑 : r

軸受부터 測定點까지의 距離 : C

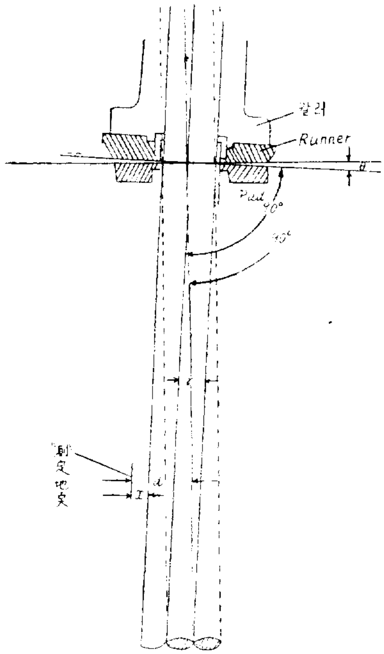


그림 12.

runner 가 正常일때 軸中心에서 測定點까지의 距離를 : d 振動測定點부터 軸表面까지의 距離 : x

軸受 runner 不良으로 中心線의 移動한 距離 : a

라면 a 의 振幅은 C $\sin\theta$ 로 表示되고 θ 의 값이 아주 적은 값이므로 $C\theta$ 가 되고 軸振動의 距離에 比해서 曲率半徑이 大端히 크므로 ωm 의 角速度로 軸이 回轉할 때 a 의 크기는 $\cos\omega mt$ 로 變할 것이다. (ωm : 回轉軸의 機械角速度)

그러므로 振動計에 나타나는 距離 x 는

$$x=d-r-a=d-r-c\sin\theta\cos\omega mt$$
$$\doteqdot d-r-d\,\theta\cos\omega mt \qquad (33)$$

로 表示된다.

그러므로 不平衡으로 생긴 角 θ 가 크면 클수록 x 의 振幅은 클 것이며 나타나는 振動數는 機械回轉과 같은 周期의 振動이 나타날 것이다. 이때의 特徵으로서는 軸受上下部의 振動을 同時에 測定하면 傳相이 180°의 相差角이 있게 될 것이다.

(ii) 軸受의 pad 部의 不良에 依한 軸振動(runner 部良好)

Runner部는 良好한데 pad 部의 軸受 metal 의 損耗 level 調整用의 lock screw 의 調整不良 等으로 pad 部가 水平에서 어긋나게 될때 다음 **그림 13** 과 같게 볼 수 있다. 이때 振幅 a 는 軸回轉에 關係없이 一定하므로

x=constant
$=[d-r-a]$

即 이때는 中心이 偏心된채로 固定回轉으로 볼 수 있다. 그러므로 이 境遇는 軸振動은 없을 것이다.

(iii) (i)(ii)의 境遇가 重疊된 境遇

세째 경우로는 (i)(ii)의 경우가 重疊된 境遇를 생각할수 있고 大部分이 境遇의 것이라 볼 수 있는데 이 境遇는

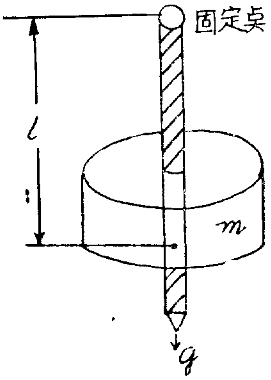


그림 13.

(i)의 境遇의 軸受의 runner 의 不良으로 角 θ 가 傾斜될 뿐 아니라 (ii)의 境遇의 pad 部의 水平에서 벗어났으므로 振動距離 x 는 軸의 偏心에 依해 偏心된 距離 一定量 K(測定場所에서)만큼 (i)의 境遇에 重疊된 것과 같으므로

$$x=d-r-c\,\theta\cos\omega t+K$$

로 되어서 이 振動 亦是 軸回轉周期와 같은 周期의 振動이 생긴다.

그러므로 軸受 runner 및 pad 의 不良에 依한 軸振動은 全體的으로 볼 때 軸回轉 周期와 같은 周期의 振動이 생긴다고 볼 수 있다.

(5) 上下振動이 軸의 左右振動에 미치는 影響

이제까지는 橫方向의 不平衡力에 依한 强制振動을 取扱하였으나 實際로는 回轉體나 水車全體의 上下의 振動도 橫振動과 同時에 發生하고 橫振動을 振動記錄計로 測하면 振動定振幅이 時間的으로 變化하고 또 高調波分의 振動도 重疊이 된다. 따라서 軸의 橫振動은 上記의 簡單한 한두개의 不平衡力에 依한 橫振動뿐만 아니라 上下振動 및其他의 水力學的 振動力의 諸原因이 同時에 複雜한 橫振動의 波形을 만든다고 볼 수 있다. 또水車는 質量에 比하여 粘性摩擦系數 f 는 되도록 적게 製作되어 있으므로 어떠한 橫方向의 衝擊에 依하여 거의 自由振動이라고 볼 수 있는 振動波形도 繼續的 外力에 依한 强制振動의 波形에 重疊된다. 따라서 上下振動이 軸의 左右振動에 어떠한 影響을 미치는가를 다음에 檢討하여 본다. 上下振動의 原因은 draft whirl 의 影響이나 runner blade 自體의 上下方向의 固有振動에 依하여 發生한다고 보고 우선 橫方向振動에 미치는 影響만을 解析한다.

水車의 回轉部全體가 thrust bearing 에 固定되어 있고 橫方向에서 본 質量中心이 固定點에서 l 의 距離에 있다고하면 回轉部分이 guide bearng 의 clearance 內에

서 左右로 微小變位의 振動을 이르킬 수 있다. 이 境遇 粘性摩擦은 거의 無視할 수 있으므로 回轉部分은 thrust bearing을 定點으로 左右로 振子運動을 한다고 볼 수 있다.(그림14參照)

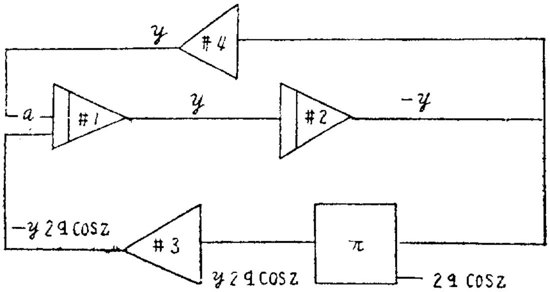


그림 14.

振子의 運動方程式은

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g}{l}\sin\theta=0 \tag{34}$$

但 g는 重力의 加速度이고 θ는 停止點에서 부터의 振子의 偏位角이다.

偏位角 θ가 작은 範圍에서 振動한다면 $\sin\theta\simeq\theta$가 되어 上式은 線形方程式이 된다. 위의 式에서 pivot가 上下로 $u=u\cos\omega' t$의 振動을 한다고 하면 이러한 運動은 全體振子를 加速시킴으로 重力加速度는 다음과 같이 變形되어 實效値 g_{eff}를 갖는다.

$$g_{eff}=g+u=g-A\cos\omega' t \tag{35}$$

여기서 $A=\omega'^2 u$로서 pivot의 最大加速度가 된다. 따라서 左右 微小振動의 振子의 pivot가 上下振動을 할 境遇의 運動方程式은

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\left(\frac{g}{l}-\frac{A}{l}\cos\omega' t\right)\theta=0 \tag{36}$$

上式은 Mathieu 方程式의 한 形態로서 標準形의 Mathieu 方程式으로 變하기 爲하여

$$\omega' t=2z \qquad \theta=y$$

$$\frac{d\theta}{dt}=\left(\frac{dy}{dz}\right)\left(\frac{dz}{dt}\right)=\frac{\omega'}{2}\left(\frac{dy}{dz}\right)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\left(\frac{d^2y}{dz^2}\right)\left(\frac{dz}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dz}\right)\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)$$

$$=\left(\frac{\omega'}{2}\right)^2\left(\frac{d^2y}{dz^2}\right)$$

위의 變化値를 運動方程式에 代入하면

$$\frac{d^2y}{dz^2}+\left(\frac{2}{\omega'}\right)^2\left(\frac{g}{l}-\frac{A}{l}\cos 2z\right)y=0 \tag{37}$$

여기서

$$a=\frac{4g}{\omega'^2 l} \qquad q=\frac{2A}{\omega'^2 l}$$

로 놓으면 Mathieu 方程式의 標準型인

$$\frac{d^2y}{dz^2}+(a-2q\cos 2z)y=0 \tag{38}$$

가 된다.

上記 微分方程式은 非線型 微分方程式이므로로 analong computer로 simulate 하면 다음과 같이 된다.

그림 15은 a=1 q=0.11로 할때 計算機 simulation 이고 이 計算機로부터 求한 橫振動曲線이 **그림 16**(a)와 같고 (b)는 上下振動을 表示한다.

그림 16의 境遇에 上下振動의 周期를 2倍로 했을 때

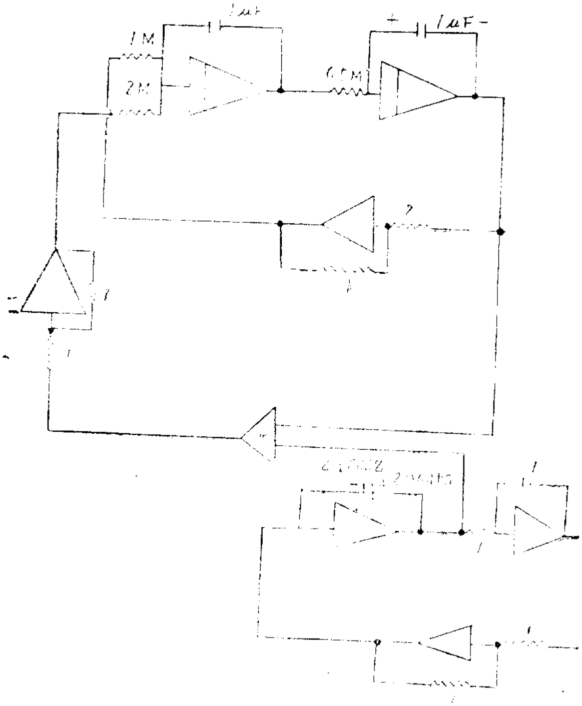


그림 15.

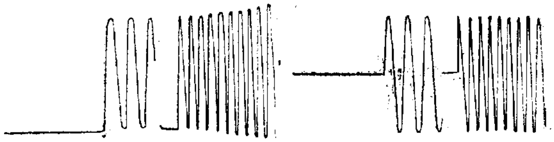


그림 16.

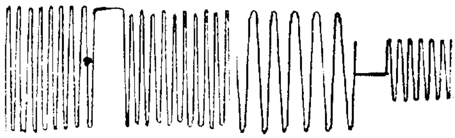


그림 17.

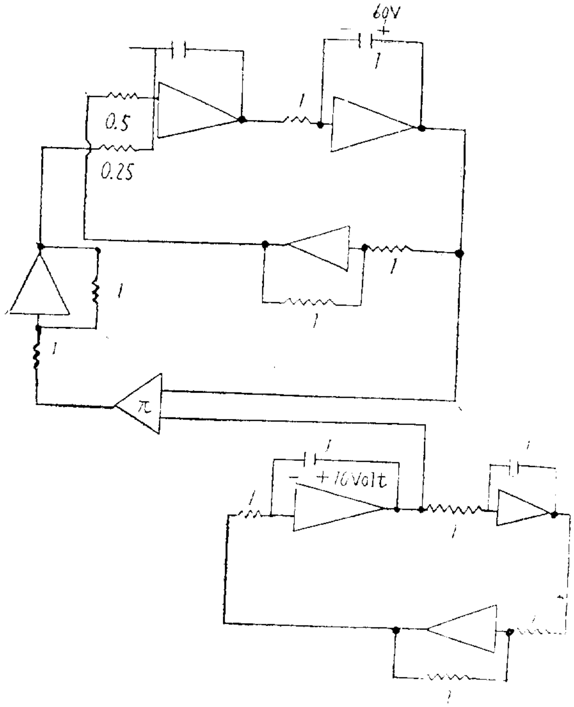


그림 18.

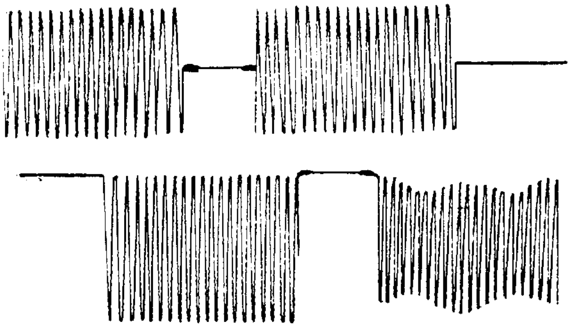


그림 19.

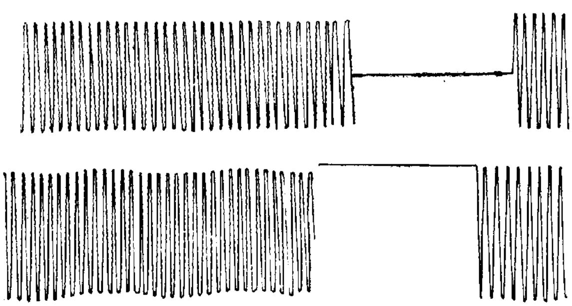


그림 20.

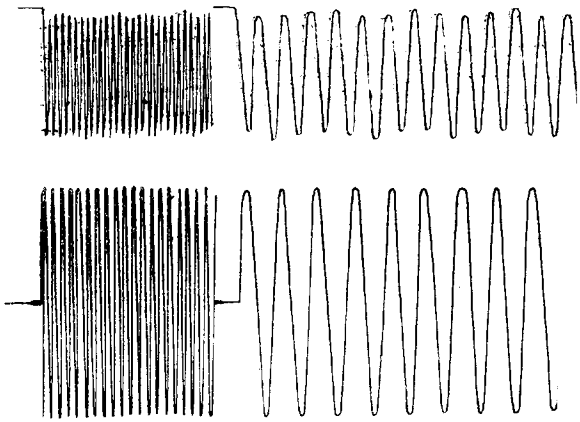


그림 21.

얻어진 曲線이 **그림 17**의 (a)와 같이 되고 그림17 의 (b)는 그림15과 같은 境遇에 q cosz 의 振幅만 $\frac{1}{2}$로 減少했을 境遇 振動曲線이다.

다음에는 a=2 q=0.4 일때 計算機 simulation 은 **그림 18** 와 같고 計算機로 記錄된 振動曲線들은 **그림 19** 과 같다. 이때 記錄機의 記錄速度 0.25(mm/sec)이다.

그림 20(a)는 그림 18의 條件中에서 上下振動의 振幅을 半으로 줄였을 때 振動曲線이고 그림 20(b)는 그림 20(a)와 같은 條件下에 a=2 로 할 때 曲線이다.

위의 Mathieu方程式의 analog computer에 依한 simulation 에서 여러가지 a 와 q 에 對한 y 의 波形을 求해본 結果 a=2 q=0.4 및 a=1 q=0.1 近處에서는 y의 波形은 振幅이 周期的으로 變하는 正弦波와 같이 나온다는 것을 알았다.

따라서 橫振動에서의 振幅의 變化는 이러한 上下振動의 影響이 作用하여 나타나는 것이라 볼 수 있다. 그러나 水車의 回轉速度 ω 의 周期的 變化에 따라서도 變動이 周期的으로 變한다는 事實을 銘心하여야 할 것이다. 實際로는 粘性磨擦이 있으므로 自由振動은 時間이 길어지면 減衰하게 되지만 여기서는 減衰率이 매우 작아서 無視할수 있다고 가정하였다.

(다) 水力的 原因에 依한 振動

(1) Dreft whirl 에 依한 振動

다음 水車의 吸出管에서 發生하는 draft whirl 의 影響으로 일어나는 振動에 關하여 생각해본다. 普通 runner 內에 流入되는 물이 draft tube 를 지나 runner 로 빠질 때에는 되도록 물의 絶對速度가 重力方向으로만 存在하도록 設計되나 負荷의 變動에 無關하게 언제나 下

方의 絶對速度만 갖게 設計하기는 不可能하므로 輕負荷時에는 물의 回轉方向의 分速度가 남게 된다. 이러한 물의 回轉方向의 分速度로 因하여 물이 吸出管을 빠질 때는 吸出管의 內表面을 따라 나선型으로 旋回하면서 밑으로 빠져나오므로 吸出管 中心部에 空洞部를 形成한다. 이 空洞部가 어느 時間 동안은 成長하였다가 다음瞬間 減衰하는 周期的인 現狀이 發生하게 된다. 따라서 이動搖가 水壓管과 共振하게되면 水壓管의 振動을 發生하게 되고 軸의 振動에도 影響을 미치게 된다.

吸出管의 振動數는 W.J Rheingans에 依하여 統計的인 式이 다음과 같이 나와 있다.

$$F_d \doteqdot \frac{n}{3.6} \tag{39}$$

但 F_d; 吸出管內의 每秒當 물의 振動數

n; 水車의 每秒當 回轉數

한편 日人 鬼頭史城의 計算式은 吸出管을 U-tube로 假定하고 Utube 진동의 周期 T를

$$T=2\pi\sqrt{\frac{lA_1A_2}{ga(A_1+A_2)}} \tag{40}$$

但 l; 吸出管에서 放水路까지의 길이

a; 管路의 有效斷面積

A_1; 吸出管 空洞部의 有效斷面積

A_2; 放水路의 斷面積

實際로 $A_2>A_1$ 이므로 周期 T는 簡單히

$$T=2\pi\sqrt{\frac{lA_1}{ga}} \tag{41}$$

이 된다.

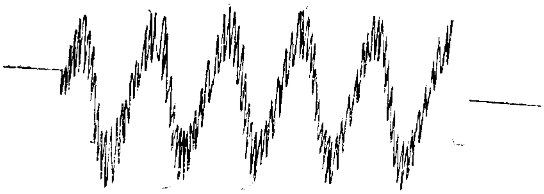
따라서 보통 draft whirl에 依한 振動波數는 水平의 約 1/3의 周波數가 되는데 이러한 振動은 輕負荷의 境遇일수록 심하게 發生하여 運轉 不能이 될 경우도 있다. 이러한 振動을 除去하기 爲하여 吸出管의 上部에 空氣管을 두어 外部의 空氣를 流入시켜 眞空을 防止하려고 하나 空氣의 流入量이 過大하면 水車의 効率이 減少하게 된다.

그러나 空氣管을 設置하여도 이러한 振動이 減少하지 않을 境遇가 있는데 이러한 境遇에는 空氣管의 空氣구멍의 位置나 數를 變化시키던가 空氣를 强制流入 시켜서 振動을 除去하여야 한다.

(2) Runner에 依한 軸振動

水車發電機에 加해지는 모든 機械的인 入力은 水車의 runner blade를 通하여 水力으로 들어가게 되므로 軸의 橫振動의 重要한 原因의 하나로서 runner 部를 考慮치 않을 수 없다. 以下 runner 部에 依한 振動을 考察해보면 cavitation, abrasion, corrosion 等으로 runner blade surface가 浸蝕되어 水力에 依한 半徑方向의 힘의 vector 和가 平衡을 잃게 되므로 零이 되지 않게 된다. 한편 guide vane에서 runner blade에 作用하는 水力의 回轉時 半徑方向 成分을 考慮할때 vane과 blade 相對位置의 變化에 따라 軸의 1回轉中 runner blade 數만큼

(a)



(b)

그림 22. Mass unbalance와 blade의 影響에 依한 진동

周期的으로 힘의 크기가 變化하게 됨은 自明한 事實이다. 그러므로 위 두事實로 말미암아 runner blade의 不良으로 橫方向으로 나타나는 振動은 1回轉中 runner의 數와 같은 高調波가 發生한다.

以上과 같은 runner blade 不良에 依하여 生起는 振動影響을 mass unbalance에 依하여 생기는 振動에 重疊하여 analog computer로 풀었을 때 **그림 22**과 같다.

이中 (a)의右圖 : Runner blade 影響이 없을 때

(a)의左圖 : 〃 〃 이 적을 때

(b)의 圖 : 〃 〃 이 클 때 (繼續)

(1963年 9月 10日 接受)