

世界數學教育的動向

李 錫 映

§0. 序 論

國際數學教育委員會(ICMI)는 1962年 8月 Stockholm에서 열린會議에서 數學教育的現代化에 對한 여러가지 問題를 討論하였다. 卽 中高等學校에서는 現代數學에 알맞는 어떤 內容을 뽑아 가르쳐야 하고, 또 그것을 現代思潮에 알맞도록 어떻게 應用시킬 것인가? 하는 問題이다. 이 問題에 關하여 ICMI는 John G. Kemeny(Professor of Dartmouth College, Hanover, New Hampshire) 教授로 하여금 各國의 研究論文을 蒐集하여 檢討하도록 지명 하였는데, 그 問題에 對한 report를 提出한 國家는 다음 21個國이다. (알제티나, 오오스트리아, 덴마크, 잉글랜드, 핀란드, 프랑스, 독일, 그리스, 헝가리, 인디아, 이스라엘, 이태리, 룩셈부르크, 네델란드, 노웨이, 폴란드, 폴투갈, Sierra Leone, 스웨덴, 스위스, 미국) 등.

本論文은 數學教育的現代化를 위하여 各國에서는 어떤 運動을 하고 있나 하는것을 John G. Kemeny 教授가 調査한 report를 中心으로 여기에 소개 하려 한다.

§1에서는 各國의 數學教育現代化에 對한 運動過程을 살피고, §2에는 現代數學에서 어떠한 內容을 첨가시키려고 하는가? 를 보고, §3에는 結論으로 世界數學教育的動向에 對하여 要約해 보겠다.

§1. 數學教育的現代化에 對한 運動過程

大部分의 國家는 그들의 數學教育的 現況을 소개하는 論文을 ICMI에 提出하였는데 그 중에서 國家의 革新運動이 있는 몇나라의 것을 보면 다음과 같다.

첫째 프랑스는 아주 傳統이 강한 나라이지만 數學教育的 새로운 計劃을 제일 먼저 始作하였다. 처음에는 現代數學의 여러가지 새로운 topics를 알아 보려는 高等學校 教師들이 많은 討論과 세미나를 통하여 論文을 發表하고, 또 大學教授들

과 合同으로 教育課程의 改訂에 따르는 여러가지 教育的 問題를 研究하기에 이르렀다. 이들이 아무런 보수도 없이 自發적으로 강연회와 여러 會誌를 통하여 數學教育的 革新을 주장 해 온 結果로 프랑스의 文敎部에서도 리세, 프레쥬(中高校)의 數學科 教育課程의 現代化를 위하여 具體的인 計劃을 하고 여러가지 일에 協助하게 된 것이다.

獨逸에서는 聯邦共和國의 諸般 教育問題가 聯邦政府의 손에 있지 않고 各州의 손에 달려 있으며, 또한 數學을 가르치는 方向이 아주 다른 세 가지 型의 高等學校가 있어서 教育課程의 改訂이 매우 복잡하게 되어 있다. 그래서 獨逸은 새로운 教育課程을 만드는 代身에 學生들이 勤勞社會에 나가서 有用하게 應用할 수 있는 教科要目이 어떤 것이냐를 研究하게 되었다. 卽 現代의 idea를 기르기 위하여는 現代數學에서 選擇한 topics를 가지고 教育을 해야 한다는 것이다.

이태리도 2個의 委員會를 構成하고, 고등학교 教育課程을 現代化하는 問題를 研究하여 그 結果를 ICMI에 報告하였다.

이스라엘에서는 文敎部에서 Hebrew 大學校의 數學教授들이 實驗教材를 쓰도록 特別 豫算을 마련해 놓았고, 폴란드도 여러가지 數學教育的 現代化를 위한 實驗 活動이 展開되어서 數學教師들 間에 많은 討論이 벌어지고, 폭이 넓고, 깊이를 가진 많은 새로운 topics를 發見하게 되었다.

특히 덴마크, 핀란드, 노웨이 및 스웨덴의 四 個國은 數學教育的 改善을 目的으로 "Scandinavian Committee"를 構成하고, 學問의 財政的으로 같이 協助를 하면서 合同研究를 하고 있다. 勿論 이 네나라는 地理的으로 接近해 있고, 教育制度도 상당히 類似하다. 이 Scandinavian 委員會는 1960년에 아래와 같은 5個의 計劃을 세워 일하고 있다.

- ① 工業方面에의 應用과 大學에서의 必要에 適應하는 數學內容의 比較研究
- ② 새로운 數學教育課程의 改善策研究

③ 實驗教材의 制定

④ 實驗教材의 資料를 광범위 하게 test 할 수 있는 計劃

⑤ 새로운 教育課程의 채택 等.

美國은 일찍이 10여년 전에 大學의 數學教育 改善이 計劃됨으로서 高等학교 數學教育의 現代化를 위한 새로운 要求를 불러 일으켰다. 1950年에는 Princeton 大學의 A. W. Tucker 教授 主宰下에 한 數學教育委員會가 構成되고 많은 研究論文이 發表되었는데, 그후 美國은 다음 두가지의 改革이 必要하다는 結論을 얻었다.

첫째로는 그것이 비록 實驗的인 성격을 띠고 있을지라도 數學教育을 改善할 수 있는 適當한 教材를 만들어야 하고,

둘째로는 아직 現代數學을 理解하지 못하고 있는 教師들을 訓練시키는 일이다. 여기에 美國科學財團은 財政的으로 教師들의 再教育을 도와 주었고, 특히 近來에는 教師들로 하여금 一定한 期間을 大學에 가서 研修할 수 있도록 하고 있다. 또한 Stanford 大學의 E. G. Begle 教授의 指導아래 數學教育研究會가 構成되어 백여명의 教師들이 5年 以上이나 걸려서 實驗教材를 만드는 일을 完成한 다음 全美國을 通하여 테스트를 해 보고 비로서 教科書를 쓸수 있는 基盤을 形成하게 된 것이다.

하여간 數學科教育課程의 大變化를 完成하는 데는 아직 요원하지만 大部分의 國家가 現在의 數學을 보다 더 發展시켜서 現代의 教育課程으로의 改革을 願하고 있는 것만은 틀림없다.

§2. 教科內容의 檢討

數學教育의 現代化를 위해 ICMI 에 report 를 보낸 21個 國家들은 大部分이 高等학교 數學의 要目속에 새로운 것을 집어 넣도록 제안 했는데 그것을 綜合하면 ① 初等集合論, ② 論理學概論, ③ 現代代數의 새로운 基本概念, ④ 確率 統計의 概論 等 4가지 이다. 이 밖에도 數學의 術語와 概念上의 構成도 現代化 해야 한다는 그 必要性도 많이 강조되고 있다.

특히 初等集合論은 U (Unions), \cap (Intersections), C (Complements) 等の 演算記號를 가지고 現代數學의 모든 部分에 對해 共通的으로 概念의 基盤을 이루어 주고, 또 학생으로 하여금 過度한

抽象的인 生覺을 하지 않고도 現代數學의 精神을 느낄수 있도록 하기 위하여 이것을 高等學校 數學에 強調하는 것이다.

初等 記號論理學도 集合論의 概念과 같이 大部分의 國家가 그 重要性을 강조하고 있는데 勿論 論理學은 數學을 展開해 나가는데 있어서 論理的인 추리를 하는 根本的인 바탕이 되는 反面에 現代의 記號論理學은 그 自身이 하나의 興味 있는 教科內容으로 들어 가는 것이다. 하여간 모든 경우에 있어서 論理學의 基礎原理는 高等學校 教育課程에 하나의 研究課題로 꼭 삽입 해야 한다는 것이다.

確率과 統計에 對해서도 그 重要性을 많이 強調하고 있는데, 이 確率論은 그 確率計算을 包含하는 實例를 日常生活의 經驗에서 아주 쉽게 얻을수 있기 때문에, 高等학교 수학에 그것을 순수 수학에서의 아주 매력있는 한 分野로서 집어 넣을수 있다는 것이다.

또 實際로 確率論의 精神을 살리기 위해서는 measure space 의 概念을 소개하는 것이 必要하고 또 部分集合에서의 measure 에 關한 여러가지 事件의 確率을 定義해 놓는 것도 必要하다고 했다

그러나 事實 高等學校 學生으로서의 measure theory 의 취급이 너무 어려우니 어떤 特別한 學生에게나 실험해 보는 것이 좋겠고, 보통 高等학교 학생에게는 日常生活의 經驗과 아주 부합되는 基礎的인 것을 가지고 確率論을 다루어야 한다는 意見이 더 우세하다.

다음에는 現代代數에서 어떤 topics를 撰하여야 할 것인가를 研究하였는데 根本的으로 群, 環, 體 等の 代數系와 線型代數系의 두 갈래로 나누어 生覺하였으나 結局 高等學校 教育課程에 있어서의 配當時間 不足으로 다만 適當한 양의 現代代數의 基本概念 만을 소개하고 있다.

勿論 線型代數는 幾何에 많이 應用되고, 한편 群, 環, 體 等の 代數系는 數體系의 現象을 이해하는데 이용된다. 現代代數에 있어서의 公理系의 한 例를 소개 하려면 간단하고도 有用한 群의 性質을 利用한다.

어떤 國家에서는 幾何의 現代의 topics, 等號와 順序關係, cardinal 數, topology 의 基礎概念 等を 들고 나왔다.

高等學校의 幾何學을 現代化 해야 한다는데는

一般的으로 各國이 모두 同意하고 있으나 實際로 그 일을 어떻게 成就할 것인가에 對한 具體的인 言及은 없다. 1958年 國際 數學者會議에서도 이 問題를 論議했으나 아직 解決을 못하고 있다.

一般으로 Vector 概念의 소개는 많은 나라가 強調하고 있다. 이 Vector 方法은 座標를 소개하는 데도 代身 使用되고, 또 2次元, 3次元 或은 그 以上の 次元에 對한 幾何學 사이에 類似推論을 가져 오기 때문에 특히 有用하다.

덴마크의 Aarhus에서 열린 ICMI會議에서는 Vector 概念을 基盤으로 해서 構成되는 순수한 Vector geometry를 發展시켰다.

한편 座標系에서의 Vector의 概念은 처음 始作하는 學生들에게는 理解하기가 약간 곤란하겠지만, 만일 Vector를 좌표로서 취급한다면 많은 幾何學的 證明은 실제로 아주 간단하게 된다.

이스라엘은 高等學校에서 幾何學에 公理的 취급을 하는 것은 初等學校에서 Peano's postulates (공준)을 사용하는 것과 같이 非現實이라 하고, 反對로, 美國에서는 유우클릿드 幾何學의 어떤 部分은 엄격히 다루어서 學生들이 公理로 부터 定理을 證明해 나가는 데 있어서 약간의 經驗을 주어야 한다는 것이다.

어떤 나라에서는 Cardinal number와 topology에 關한 概念을 간단히 소개하였고, 프랑스는 直觀的인 neighbourhood의 概念을 가르쳐야 한다고 제안하고, 이것에서 수열의 연속개념을 이끌어 오고, 또 이것이 limit와 Continuity의 概念을 自然스럽게 이끌어 올 수 있도록 하였다.

폴랜드는 Euclidean space의 topology에는 1次元, 2次元 및 3次元에 限하여 取扱하여야 한다고 역설했. 다 새로 制定한 덴마크 교육課程에는 數學史, 數論, 行列式, 群論, 集合論, Boolean Algebra, 微分方程式, 級數, 確率論, 統計, theory of games, 位相數學, 射影幾何, theory of Conics, 非유우클릿드幾何, 高次元幾何, 幾何學의 構成, 畫法幾何學, 등의 여러가지 選擇科目을 設定해 놓고, 教師가 選擇을 하여 學生들이 다른 數學의 教科內容을 가지고 問題를 다루는 것 보다 더 쉽게 이것들을 적용시키라는 것이다.

21個國의 研究論文 속에서는 數學을 應用하는 問題가 많이 나와 있는데 가장 주의 할만한 것이 統計學에의 應用이다. 이 統計學 以外에도 세가

지 특이한 것이 있는데 하나는 物理學에의 應用이고, 또 하나는 앞으로 數學을 가르치는데 있어서 計算機械를 自由로 使用할수 있다는 것이다. 셋째로는 linear programming이다. 이 linear programming은 linear algebra와 관련이 많은 것으로 抽象數學의 現代的 論題를 가르치는데 많이 強調되고 있는 것이다.

§3. 結 論

여러 國家의 研究論文을 통해서 볼때 많은 나라가 高等學校 數學教育을 現代化하기 위하여 여러가지로 研究를 많이 하고 있다는 것을 알수 있다. 高等學校 學生들에게도 集合論과 論理學의 基本概念을 소개 해야 되겠고, 또 幾何學의 指導方法이 現代化 되어야 겠으며 現代代數의 基本概念도 소개 하면서 確率 統計를 깊이 가르쳐야 겠다는 주장이 대개 一致되고 있다.

특히 過去의 傳統的인 數學教育을 改善하여 現代的인 觀點에서 教育을 할수 있도록 해야겠다는 努力이 었보인다. 이 모든 計劃을 수행하는데 있어서 가장 곤란한 것이 잘 訓練된 教師의 不足과 또 數學教育의 現代化를 위한 적당한 教材의 不足이다. 따라서 數學教育의 現代化를 위해서는 國家의 計劃下에 教師 再教育運動이 活潑히 있어야 겠고, 또 自國의 實情에 알맞는 實驗教材를 많이 만들어 광범위 하게 테스트를 해서 現代的인 教科書를 만들어야 된다는 것이다.

특히 여러 국가에서 강력히 주장하고 있는 問題를 要約해 보면 다음과 같다.

- (1) 高等學校에서 가르치는 應用數學을 어떻게 現代化 할 것인가?
- (2) 어느 程度까지 高等學校 數學을 合理化 시킬수 있을까?
- (3) 確率論은 어떤 方法으로 또 어느 程度까지 소개 해야 하는가?

以上的 問題는 아직도 對答해야 할 教育的 의문을 많이 가지고 있는 것이다. (서울대·師大)

《參考文獻》

- ① John G. Kemeny: "Report to the international congress of mathematicians" The mathematics teacher Vol. LVI, No.2. 1963. PP66-78
- ② 遠山 啓; 算數數學教育의 現代化 東京, 明治圖書 1960.
- ③ 現代教育實踐叢書; 數學教育 서울; 現代教育叢書出版社 1961.