

脈動渦流裝置에 있어서의 渦流擴散

姜 雄 基* · 金 永 旭**

(1963. 7. 20 受理)

A Study on the Eddy Diffusion in a Pulsed Turbulent System

By Woong Ki Kang and Yung Wook Kim***

Atomic Energy Research Institute, Korea

Abstract

The eddy diffusion in the pulsed wetted wall column, where the spherical balls are consecutively arrayed along the axis of the column and turbulence is caused around the balls by pulsation, has been studied both theoretically and experimentally.

A diffusion equation is solved for a longitudinal column where a concentration impulse is given at the top of the column, and the experimental results, which are the impulse response measurements at the half of the total height of the column, have shown a good agreement with the developed theory.

A method of measuring the eddy diffusivity, which is based on the slope of concentration vs. time in the particular interval of concentration, is proposed and the measured diffusivity is used as a criterion of comparing the theory and the experiment.

The eddy diffusion is remarkably increased as the amplitude and the frequency of the pulsation increase but the increasing rate is decreased as the pulsation increases.

序 論

渦流擴散乃至混合에 관한 最近의 研究는 分子의 平均自由行路(mean free path)와 對等한 混合距離(mixing length)^{1,2,3} 概念의 導入을 契機로 해서 渦流擴散係數의 測定^{4,5}, 各種 渦流擴散裝置에 있어서의 解析^{6,7,8,9} 등의 研究가 活潑해졌다.

한편 渦流擴散係數를 常數로 하고 擴散方程式의 解를 求하여 各種裝置의 渦流擴散機構와 渦流擴散效果를 解析한은 工學者가 恒用하는 것이며 이렇게 함으로써 方程式의 解를 比較的 쉽게 求할 수 있다.

本 研究는 물이 채워진 脈動垂直塔(pulsed wetted wall column)에 軸方向으로 一定한 間隔을 두고 球를 配列한 裝置의 渦流擴散을 理論 및 實驗으로 檢討한 것 인데 渦流擴散係數를 써서 얻은 理論式의 妥當성과 脈動으로 인한 球周圍의 渦流가 擴散에 미치는 影響을 究

明함을 目的으로 하였다.

研究의 結果, 脈動의 振動數와 振幅의 增加는 擴散을 顯著히 增加시키고 渦流擴散에 있어서도 分子擴散方程式을 效果의으로 適用할 수 있으며, 또 渦流擴散係數測定을 本 研究의 方式으로 求할 수 있음을 明할 수 있다.

理論的 考察

Fig. 1과 같은 垂直塔에 아래와 같은 擴散方程式과 境界條件을 生覺할 수 있다.

$$D_t C_{xx}(x,t) = C(x,t) \quad \text{for } -l \leq x < 0 \quad (1a)$$

$$D_{tt} C_{xx}(x,t) = C(x,t) \quad \text{for } 0 < x \leq L \quad (1b)$$

$$C(x,0) = A \quad \text{for } -l \leq x < 0 \quad (2a)$$

$$C(x,0) = 0 \quad \text{for } 0 < x \leq L \quad (2b)$$

$$C_x(-l,t) = 0 \quad (3a)$$

$$C_x(L,t) = 0 \quad (3b)$$

$$C(-a,t) = C_x(+a,t) \quad \text{for } t > 0 \quad (4a)$$

$$C_x(-a,t) = C_x(+a,t) \quad \text{for } t > 0 \quad (4b)$$

* ** 原子力研究所

*** Present address: Univ. of Tennessee

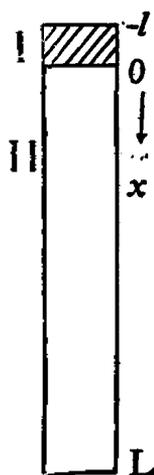


Fig. 1
Theoretical
model.

(1a)와 (1b)는 各各 I region 과 II region 에서의 擴散方程式(Fick's 2nd law)이며 擴散係數는 常數로 假定했고, 軸方向 外의 擴散은 無視 되었다. (2a)와 (2b)는 初期條件을 달하는 것이며 (3a)와 (3b)는 境界 에서의 擴散條件이며 (4a)와 (4b)는 $x=0$ 에서는 濃度가 $t > 0$ 이면 continuous 하고 smooth 함을 말한다.

上記한 boundary value problem 을 Laplace transform 에 依하여 풀고 $D=D_I=D_{II}$ 일 때의 解를 求하면

$$C(x,s) = \frac{A}{S} \left[1 - \frac{\sinh \sqrt{\frac{S}{D}} L}{\sinh \sqrt{\frac{S}{D}} (L+l)} \right]$$

$$\cdot \cos \sqrt{\frac{S}{D}} (l+x) \quad \text{for } -l \leq x < 0 \quad (5a)$$

$$C(x,s) = \frac{A}{S} \cdot \frac{\sinh \sqrt{\frac{S}{D}} l}{\sinh \sqrt{\frac{S}{D}} (L+l)} \cdot \cosh \sqrt{\frac{S}{D}} (L-x) \quad \text{for } 0 < x \leq L \quad (5b)$$

$l < L$ 라 하면 初期條件은 塔上部에 濃度의 impulse 를 준 것으로 생각될 수 있으며 $l \rightarrow 0$ 되면 $A \rightarrow \infty$ 가 되고 그 limit 는 $lA = M = \text{const.}$ 即 單位表面積에 加해 준 salt 의 量이 一定함을 前提로 한다. 따라서 $l \rightarrow 0$ 인 경우 (5a)式은

$$C(x,s) = \frac{M}{\sqrt{D}} \left[\frac{\cosh \left(\frac{L-x}{\sqrt{D}} \right) S^{\frac{1}{2}}}{S^{\frac{1}{2}} \sinh \left(\frac{L}{\sqrt{D}} \right) S^{\frac{1}{2}}} \right]$$

$l \rightarrow 0$ $L \leq x \leq 0$ 일 때 (6)

가 된다. 이것의 Inverse Transform¹⁰⁾을 求하면

$$\frac{c(x,t)}{C_{\infty}} = \theta_0 \left(\frac{L-x}{2L} / \frac{\sqrt{Dt}}{L} \right) \quad (7)$$

또는 $\frac{c(x,t)}{C_{\infty}} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 \frac{Dt}{L^2}} \cos \left(n \pi \frac{L-x}{L} \right)$

(7a)가 된다. 但 $C_{\infty} = \frac{M}{L}$.

$L = 140 \text{ cm}$ 이고 $x = 70 \text{ cm}$ 이면 (7a)式은

$$\frac{C(t)}{C_{\infty}} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 (2.01 \times 10^{-3} Dt)}$$

로 되며 Fig. 2 와 같이 D 의 값에 따라 顯示된다.

Fig. 2 에서 보면 $c(t)/C_{\infty}$ 의 값이 0.2~0.4 에서는 $c(t)/C_{\infty}$ 의 時間函數는 거의 直線이 된다. 事實 그 區間의 勾配는 3% 以下의 誤差로 一定하다. 그 區間의 平均勾配와 D 를 關聯지우면

$$D \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right) = 14.2 \times \text{Slope} \left[\frac{c(t)}{C_{\infty}} \text{ vs. time (min.)} \right] \cdot \frac{C_{\infty}}{C_{\infty}} = 0.2 \sim 0.4 \quad (8)$$

가 되며 Fig. 1 의 'Theoretical model' 에 類似한 裝置 에서의 擴散係數는 上記 Slope 를 求하여 (9)式으로 計算할 수 있을 것이다.

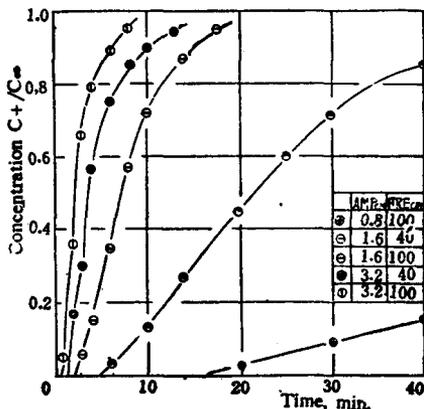


Fig. 2 Concentration vs. Time, Theoretical, D in cm^2/sec .

實驗過程 및 結果

直徑 8 cm 인 垂直塔의 軸에 軸方向으로 4 cm 直徑의 球을 10 cm 間隔으로 配列하고 물을 채운 후 脈動을 加하여 球周圍에 渦流를 일으켰다. (Fig. 3 參照)

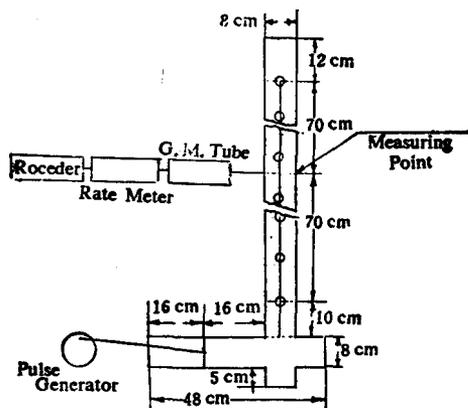


Fig. 3 Experimental apparatus and measuring system.

脈動을 加하기 前에 Na^{24}Cl 同位元素 0.3~0.5 mc를 50%의 에탄올 溶液 20 cc.로 희석하여 對流이 있어나지 않도록 徐徐히 水面에 입혔다.

脈動이 始作됨과 同時에 水面으로부터 70 cm 떨어진 곳에서 end window type G.M. 計數管(TGC-2, end window geiger tube)과 ratemeter(Nuclear Chicago, Model 1619 Labitron)로서 Na^{24} 의 activity 即 NaCl 의 濃度를 測定하고 recorder(Bristol, Dynamaster)에 時間의 函數로서 記錄하였다.(Fig. 3 參照). 測定位置 外에서의 放射性效果를 막기 위해서 G.M. 計數管은 4 inch 두께의 납으로 쌓이게 하였으며 0.8 cm 直徑의 구멍을 測定位置를 向해 뚫어 그 位置에서의 濃度를 測定하도록 했다. 이로서 測定位置 即 初期水面으로부터 70 cm 떨어진 곳 ± 1 cm 外에서의 本實驗中의 放射性變化가 測定에 影響을 미치지 못하도록 하였다.

Fig. 4는 濃度の 時間函數 圖表이다. 濃度は 어떤 時間에 있어서의 recorder reading을 完全擴散後의 recorder reading으로 나누어 0에서 1사이의 數로 表示하였다.

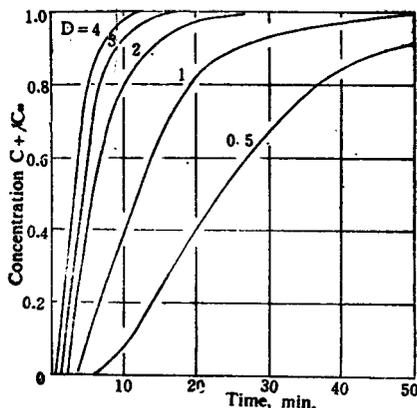


Fig. 4 Concentration vs. Time, Experimental.

濃度 0.2~0.4 사이에 있어서의 濃度の 時間函數 圖表의 勾配를 求하고 式(9)에서 渦流擴散係數를 定하여 Table 1을 얻었다.

Table 1 渦流擴散係數(Eddy Diffusivity) cm^2/sec

振動數	振 幅	0.8 cm	1.6 cm	3.2 cm
40 c.p.m	—	—	0.44	3.80
100 c.p.m	—	0.15	1.50	4.00

綜合的 考察

本研究의 理論은 homogeneous tubular longitudinal turbulence를 假定해서 方程式을 세워 그 解를 얻은것

이나, 實驗은 嚴格한 意味에서는 homogeneous turbulence는 아니다. 即 實驗裝置(Fig 3)는 球를 一定한 間隔으로 塔의 軸에 配列한 것으로 球周圍의 渦流는 球周圍에 흐르는 流體의 流動方向과 球로부터의 거리에 關係되며 均一하지는 못 할 것이다. 그러나 流體의 흐름이 週期的으로 變하며 球間의 距離는 一定하고 塔의 全長에 比해 球間의 間隔과 塔의 直徑이 적으므로, 塔全體의 擴散에 對해서는 homogeneous turbulence로 보아 理論式에서 얻은 結果와 實驗值를 比較하여 Table 1에 表示한 것과 같은 擴散係數를 얻었다.

Fig. 3에서 보던 球의 配列은 水面으로부터 140 cm 까지이며 그 以下에서는 球周圍의 渦流에 依한 渦流擴散은 일어나지 않는다고 생각 할 수 있다. 本實驗과 같은 方法으로 水面에 Na^{24} 를 입히고 水面에서부터 150 cm의 位置에서 그 濃度를 測定한 結果 脈動의 振動數가 100 c.p.m. 이고 振幅이 3.2 cm 일 때 約 3時間 經過해야 若干의 濃度增加를 볼 수 있었으며 이는 Fig. 4의 結果와 比較해 볼 때 그 位置에서는 分子擴散이 主가 되어 있음을 말하는 것이라 하겠다. 理論式의 下端條件 即 式(3b)의 L를 140 cm로 한 것은 上記와 같은 理由에서이며 이로 因한 L의 誤差는 實質的으로 10 cm/150 cm 即 7% 以下이다. 이 誤差는 C_{∞} 의 값에 影響을 주며 따라서 Ct/C_{∞} vs. time의 0.2~0.4 間의 勾配로서 얻은 擴散係數에도 7% 以下の 誤差를 갖게 한다.

Ct/C_{∞} 가 0.2~0.4 되는 곳에서 Ct/C_{∞} 의 時間函數 勾配를 測定 함으로써 渦流擴散係數를 얻는 方法은 理論式이 그 사이에서는 直線에 近似하며, 實驗의 初期에 일어날 수 있는 若干의 對流로 因한 絕對值의 不正確性을 包含하지 않는 利點이 있을 것이다.

또한 計測器의 time delay(本實驗에서는 5 sec 程度)로 因한 絕對值의 誤差도 本方法을 씀으로써 無視된다.

Fick's 2nd law를 本研究와 같이 渦流擴散의 境遇에 利用할 때에는 D는 渦流擴散係數와 分子擴散係數의 合으로써 取扱되어야 하지만 大概의 境遇 分子擴散係數는 渦流擴散係數에 比해서 極히 적으므로 無視된다. 本研究의 境遇도 NaCl 의 分子擴散係數는 $1.3 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ 로서 無視할 수 있으며 D는 渦流擴散係數로 볼 수 있다.

實驗結果 얻어진 渦流擴散係數를 理論式의 D에 代置하여 圖表를 그리고 이것과 實驗值를 Fig. 5에서 比較하였다. Fig. 5에서 보는 바와 같이 理論과 實驗은 圖表 모양에 있어서 매우 近似하며, 結果의 으로 D를 常數로한 擴散方程式을 本實驗과 같은 渦流擴散裝置에 使用하여도 無妨함을 말할 수 있다.

Fig. 5에서 보던 實驗值는 理論值보다 時間的으로 앞

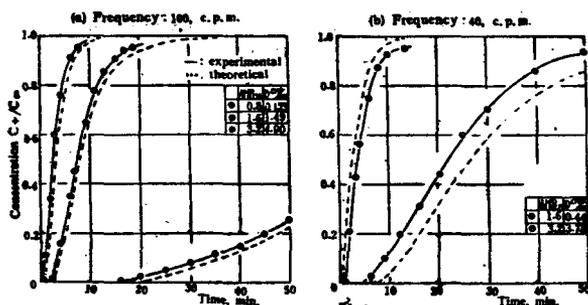


Fig. 5 Comparison of theoretical and experimental.

서上昇하는 傾向을 나타내고 있다. 이는 처음 Na^{24}Cl 溶液을 물 表面에 입힐 때 생기는 若干의 對流로 인한 擴散의 初期增加로 因하여 濃도가 理論値보다 앞서 增加하는 것으로 생각될 수 있다. 이러한 效果는 擴散의 程度가 빠를 때에는 別로 큰 差를 나타내지 않으며 擴散이 느릴 때에는 差를 나타내는 것이라 하겠다.

實驗結果 振動의 振幅과 振動數의 增加에 따라 渦流 擴散이 顯著히 增加했음을 알 수 있다. 이에 관해서는 球間의 間隙變化에 依한 影響과 함께 將次 定量的으로 檢討될 것이다.

結 論

本實驗과 같은 裝置 即 wetted wall column 의 軸에 球를 等間隙으로 配列하여 振動을 준 渦流擴散裝置에서도 渦流擴散係數를 써서 Fick's 2nd law 를 效果의으로 使用할 수 있다.

渦流擴散係數는 塔上部의 濃度衝擊에 對한 特定位置에서의 濃度變化를 時間의 函數로 얻어 그 函數의 特定 區間의 何配로써 計算되었으며 얻어진 擴散係數로 計算된 理論結果와 實驗結果는 近似하다.

振動의 振幅 및 振動數의 增加는 軸方向擴散을 顯著히 增加시키며 그 增加率 自體는 振幅 및 振動數의 增加에 따라 減少한다.

記 號

A=Initial concentration of upper region.

C=Concentration.

\bar{C} =Laplace transform of C.

C_{∞} =Average concentration over the column or concentration at $t=\infty$.

D=Diffusivity.

M=Amount of salt put on the upper boundary per unit cross sectional area.

L=Lower bound of the column.

l=Fictitious upper bound.

S=Parameter of Laplace transform.

t=Time.

x=Longitudinal Distance from the upper boundary of the column.

參 考 文 獻

- 1) L. Prandtl, *Z. Angew. Math. u. Mech.*, 22, 241 (1941)
- 2) G.I. Taylor, *Proc. Roy. Soc. London*, 135 A, 685(1932)
- 3) Th. von Karman, *J. Aeronaut. Sci.*, 4, 131(1937)
- 4) A.A. Kalinske and C.L. Pien, *I.E.C.*, 36, 220 (1944)
- 5) A.M. Dhanak, *A.I.Ch.E.J.*, 4, 190(1958)
- 6) R.R. Rothfus, D.H. Ardrer and K.G. Sikch, *A.I.Ch.E.J.*, 4, 27(1958)
- 7) S. Linn, *A.I.Ch.E.J.*, 5, 566(1959)
- 8) V.S. Yablonskii, A.Sh. Asaturyan and I. Kh. Khizgilro, *International Chem. Eng.*, 2, 3(1962)
- 9) J. Coste, Dale Rudd and N.R. Amundson, *Canadian J. of Chem. Eng.*, 39, 149(1961)
- 10) A. Erdelyi et al., *Tables of Integral Transforms Vol.1*, p. 258 McGraw Hill Book Co. (1954)
- 11) *ibid.*, Higher Transcendental Functions, Vol. 2, p. 355, McGraw Hill Book Co (1945)
- 12) A.R. Gordon, *J. Chem. Phys.*, 5, 522(1937)