林分에 對한 幾何學的 生長率 및 有機的 生長率의 比較와 그 應用性에 對한 考察

朴 泰 植 *

A Comparison between geometric growh percent and organic growth percent on a stand and some observations in application of these two growth percents into practice.

Tae Shik Pack

I 緖 論

一定한 期間에 걸친 林分의 正確한 生長量은 期間初와 期間末에 全林 測定을 하므로서 비로소 알 수 있는 것이지만, 生長量을 推定하는 期間이 그리 길지 않을 境遇에는 過去에 生長한 經路와 거의 비슷한 生長을 앞으로 할 것이라고 推定해도 實用的 見地에서 過히 큰 過誤는 없는 것이므로 生長率을 算出하여 生長量을 推定하는 수가 있다. 또 生長率을 算出함으로써 蓄積과 生長量과의 比 卽 元資本과 利子와의 關係가 明白해 지므로 林分 生長의 經濟的 關係도 알 수 있고, 아울러 林分 取扱에 對한 指針도 얻을 수 있는 것이다.

그러므로 지금까지 生長率 算出方法에 對해서 많은 發表가 있었으나 어느것이나 다 絕對的으로 正確하다고 斷定하기는 困難한데 그것은 林木 生長이 어떤 數式과 꼭 같이 이루어지지 않기 때문에 어찌할 수 없는 일인 것이다. 여러 生長率 計算式 中에서 現在 널리 使用되고 있는 公式은 Leibnitz 氏의 複利算公式과 Pressler 氏의 公式인데, 이 中에서도 Pressler 氏 公式이 計算이 簡便하므로 많이 使用되고 있지만 그 公式을 仔細히 檢討해 보면 理論上으로 不合理한 點이 있는 것이다. 林木의 生長 現象을 살필때 今年 자란 部分은 前에 자란 部分과 合쳐서 다음해의 元資本이 되어 어떤 比率로 불어 나가므로 林木生長은 複利現象을 이루고 있으며 그의 增加는 幾何級數的 增加를 하고 있는 것이다. 그러나, Pressler 氏公式에서는 年間 生長量이 算術級數的으로 이루어진다고 看做하는 것은 理論上 不適當하며, 또한 生長率 計算에 基準이될 平均値는 正當한 平均値가 되지 못하므로 다른 平均値를 基準으로 할 必要가 있지 않는가 생각 된다. 또 Leilenitz 氏의 複利算式은 얼핏 생각하면 林木生長 現象이 複利算的이므로 理論上 妥當한것 같지만 林木 生長 現象을 좀더 깊이 觀察하면 이것도 亦是 多少 不合理한 點이 있다고 하여야 할 것이다. 왜냐하면 Leibnitz 氏의 複利算式은 林木의 生長이 年末에 한번 複利算的으로 불어나는 것처럼 計算되는 것인데 林木의 生長은 年間 繼續的인 細胞의 分裂로 數 없는 複利的인 增加에 依하여 이루어지고 있기 때문에 Leibnitz 氏의 複利算式도 理論的으로 따지볼 때 不合理한 點이 包含되어 있다는 것을 否認하기 어려운 것이다.

筆者가 過去 뉴욕 州立大學校 林科大學 大學院에 在學하고 있을 때 指導敎授였던 H. C. Belyea 氏는, 그 當時 林木 生長 現象에 適合하고 理論上 適合한 새로운 生長率 計算式을 考察하고 있다는 말을 한 적이 있었는데 새로운 生長率 計算式에 關한 同 敎授의 論文이 1959 年 "Journal of Forestry" 2 月號에 揭載되었으므로 이제 同 敎授 論文의 骨子를 紹介하고 京畿道 民有 소나무林(地位三等地)의 收穫表에 對해서 Leibnitz 氏의 複利算式으로 生長率을 計算한 것을 基準으로 하여 Pressler 氏 公式과 H. C. Belyea 敎授가 提唱한 所謂 幾何學的 生長率 및 有機的生長率 計算式에 依한 生長率과의 精度를 檢討하고 이의 應用性에 關한 考察을 報告하고저 한다.

II. 幾何學的 生長率式

一定한 期間에 있어서 期間 初의 크기와 期間末의 크기를 알면 그 期間 동안의 平均 變化率을 算出 할 수 있으며 이 變化率을 算出하는 方法에 두가지가 있는데, 그 하나는 算術級數的으로 計算 하는 것이고 다른 하나는 幾何級數的으로 計算 하는 것이다.

Pressler 氏의 生長率式은 $P:100=\frac{V-v}{n}:\frac{V+v}{2}$ 란 關係에서 $P=\frac{V-v}{V+v}\cdot\frac{200}{n}$ 이란 式을 만든 것이므로 算術級數的 計算임을 分明히 表示하고 있는

* 서울大學校 農科大學 副敎授

것이다. 이 式은 計算이 簡單하므로 널리 使用되고 있기는 하지만 다음과 같은 점을 注意해서 생각해 보아야 할 것이다.

n 年이란 一定 期間의 增加額의 年 平均值를 期間 初의 크기 v와 期間 末의 크기 V만을 가지고 $\frac{V-v}{n}$ 로 表示하고 있는데 이것은 實際에 있어선 어느 一個年의 生長과도 一致하지는 않을 것이지만 n 年이란 過히 길지 않은 期間中의 平均 連年 生長值의 近似值로 看做해도 無妨할 것이다. 그러나, $\frac{V+v}{2}$는 林木生長이 幾何級數的으로 이루어 진다는 것을 前提로 할 때 一定 期間의 크기의 變化에 對한 適合한 平均을 나타내고 있지 못하다. 萬若 期間初의 크기 v에서 期間 末의 크기 V가 되기까지 每年의 生長의 數值 $v, v_1, v_2, \cdots\cdots, v_{n-1}$, V가 주어졌다고 假定하면 이 幾何級數的 林木 生長值의 數列에 適合한 平均值라는 것은 이 數列 全體에 適用 했을 때나 兩端 數值에만 適用 했을 때나를 莫論하고 같은 數值를 주는 것이어야 할 것이다. 萬若 一定 期間內의 林木生長 數值가 幾何級數的으로 되어 있다고 하면 全生長 數值 數列에 對한 幾何 平均值와 兩端 生長數值의 相乘積의 平方根으로 얻어지는 幾何平均值는 같을것이다. 이 두 計算에서 같은 數值를 얻지 못한다면 그 數值는 適合한 平均으로서 使用 할수가 없을 것이다.

Pressler 氏公式은 一定 期間內의 林木 生長을 算術級數的인 것으로 보고 期間內의 生長 變化에 對한 平均은 期間初와 末의 數值를 算術平均한 것을 使用하고 있는데 林木生長이 幾何級數的으로 이루어진다는 假定이 成立하는 限 이 計算은 正當치 않다. 그러므로, 이 假定에 適合한 生長率을 計算하려면 期間內의 林木 生長 變化에 對한 平均值는 幾何平均值를 使用하여야 할 것인데 一定 期間의 林木 生長 變化에 關한 數值로는 期間 初의 것과 期間 末의 것만이 주어졌을 뿐이므로 이 두 數值의 幾何平均을 내어 使用하는 수 밖에 다른 길이 없다. 이 方法도 兩端의 數值에만 基礎를 두고 그 中間 數值는 考慮하지 못하는 것이므로 亦是 또 하나의 近似法에 지나지 못하다 하겠으나, 그러나, 年間生長量의 計算 基礎를 算術平均에 두는 것보다는 훨신 더 좋은 近似值를 줄 것이라고 믿어진다. 그리하여 幾何學的生長率은 다음 式으로 求하는 것이다.

$$P:100=\frac{V-v}{n}:\sqrt{V\cdot v}$$

$$P=\frac{V-v}{\sqrt{V\cdot v}}\cdot\frac{100}{n}$$

이 式은 林木의 生長現象을 幾何級數的인 것으로 보고 林木의 生長變化率의 數學的 根據를 幾何平均에 두고 있으므로 實質的인 林木 生長現象에 適合한 것이라고 하는데 이 式의 論據가 있는 것이다.

Ⅲ. 有機的生長率

林木의 生長過程이란 것은 樹體內의 細胞의 不斷한 分裂에 依하여 이루어지고 있다는 것을 생각하면 林木의 生長方式은 等比的이라는 것을 알 수 있지만, 一定 期間동안에 일어나는 細胞分裂의 回數와 細胞의 數를 알 수 있는 方途가 없을뿐더러 生長狀態도 樹令 季節 및 林木 自體의 先天性에 따라서 各異하므로 林木의 全生涯에 對한 平均 生長率을 計算하는 公式을 誘導하기는 힘들다. 그러나, 比較的 짧은 期間에 對한 林木生長을 計算하는 數學的 方程式은 成立 될수 가 있다.

林木과 같이 많은 細胞가 不斷히 빠른 速度로 分裂되어 增殖 할 때의 過程은 無限小의 複利過程이 되므로 이 增殖過程을 數式的으로 表示할 수 있다.

卽 一般的인 複利算式인 Leibnitz 氏公式을 가지고 幾何學的 生長率을 誘導하기로 하면

$$P=\left((n)\sqrt{\frac{V}{v}}-1\right)\cdot 100\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{①}$$

①을 簡單하게 쓰면

$$(1.OP)^n=\frac{V}{v}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{②}$$

$$V=v(1.OP)^n=v(1+r)^n\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{③}$$

여기서 n= 期間의 길이
V= 期間末의 크기
v= 期間初의 크기
.op= 小數로 表示된 變化率
r= 百分率로 表示된 變化率

이 式은 複利가 年一回 그 年度 末에 가서 일어난다고 할 때 適合한 複利算式이지만 林木의 生長과 같이 年間 無數히 일어나는 細胞分裂에 依하여 無數한 複利的 增殖이 이루어진다고 생각하는 基本的假定에는 適合하지 않으므로 n 라는 一定期間동안에 일어난 複利 回數를 式에 導入시키어야 된다.

只今 이 複利回數를 t 라고 하면

$$V=v\left(1+\frac{r}{t}\right)^{nt}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{④}$$

그런데 t가 大端히 크며는 上記한 形態의 計算이 容易하지 않다. 그러므로 $K=\frac{t}{r}$라고 하면 t=kr 이것을 ④에 代入하면

$$V=v\left(1+\frac{1}{k}\right)^{krn}=v\left[\left(1+\frac{1}{k}\right)^k\right]^{rn}\cdots\text{⑤}$$

그런데 年間 複利 回數가 大端히 많아서 거의 無限에 가깝다고 하면 k도 無限에 가까워지는데 k가 無限에 가까워지며는 $(1+\frac{1}{k})k$는 自然 對數의 Base인 e에 가까워진다. (e의 값은 約 2.7182818) 그러므로 林木의 複利的 生長 現象이 年間 大端히 頻繁하게 일어난다고 할 때의 生長率式은 다음과같이 된다고 믿어진다.

$$V=v\cdot(e)^{rn} \quad \cdots\cdots⑥$$

이것을 自然對數로 表示하면,

$$\log_e V=\log_e v+rn \quad \cdots\cdots⑦$$

여기서 r를 算出하면,

$$r=\frac{\log e\,V-\log e\,v}{n} \quad \cdots\cdots⑧$$

이 自然對數는 林業家에게 낯익은 計算이 아니므로 常用對數表를 使用하여 計算할 수 있도록 하기 위하여 다음과 같이 ⑧을 바꾸어 쓰며는

$$P=\log_e 10\,(\log_{10} V-\log_{10} v)\cdot\frac{100}{n} \quad \cdots⑨$$

그런데 通常的인 計算에 있어서는

$\log_e 10=2.302583\fallingdotseq 2.3$ 이므로 ⑨는 다음과 같이 된다.

$$P=2.3\,(\log \bar{V}-\log v)\cdot\frac{100}{n} \quad \cdots\cdots⑩$$

이것이 所謂 有幾的生長率 計算式인 것이다.

京畿道 民有 소나무林(地位 三等地) 收穫表에 對한 生長率 計算比較表

林令	幹材積 (m³)	Leibnitz 氏의複利式에依한材積生長率 (%)	Pressler 氏 公式 材積生長率 (%)	複利算式과의相違 單位差	複利算式과의相違 %	幾何學的 生長率 材積生長率 (%)	複利算式과의相違 單位差	複利算式과의相違 %	有幾的 生長率 材積生長率 (%)	複利算式과의相違 單位差	複利算式과의相違 %
10	25										
		14.4	13.0	−1.4	−9.7	13.7	−0.7	−4.9	13.4	−1.0	−6.9
15	49										
		7.7	7.3	−0.4	−5.2	7.5	−0.2	−2.6	7.4	−0.3	−3.9
20	71										
		4.1	4.1			4.1			4.1		
25	87										
		2.8	2.8			2.8			2.8		
30	100										
		2.1	2.1			2.1			2.1		
35	111										
		1.6	1.6			1.6			1.6		
40	120										
		$P=\left(\sqrt[n]{\frac{V}{v}}-1\right)\times 100$ or $1\cdot op^n=\frac{V}{v}$	$P=\frac{V-v}{V+v}\cdot\frac{200}{n}$			$P=\frac{V-v}{\sqrt{V\cdot v}}\cdot\frac{100}{n}$			$P=2.3(\log V-\log v)\cdot\frac{100}{n}$		

Ⅳ. 比 較

幾何的 生長率과 有幾的 生長率의 精度를 檢討하고 그 應用性을 考察하기 爲하여 京畿道 民有 소나무林 (三等地)의 收穫表에 對한 生長率을 네개의 生長率 計算式으로 計算해본 結果 위의 表와 같은 數値를 얻었는데 이 計算 比較에서 가장 오래 되고 또 比較的으로 林木 生長 現象에 符合 된다고 믿어지는 Leibnitz 氏의 複利算式을 比較의 標準으로 하였다.

1) Pressler 氏 公式은 다른 어떤 公式보다도 큰 差異를 나타내고 있으며 特히 幼令인 때 그 差가 約 1.4%나 적게 나타난다는 것은 Pressler 氏 公式은

林木 生長經路를 算術級數的으로 보고 生長率을 單利的 計算式으로 算出하는데 基因하는 것이다.

2) 壯令期에 가까워지면 Pressler 氏公式의 값이 標準式의 값과 別差異가 없게 되는데 이것은 林木 生長率이 年令의 增加와 더불어 生長率이 漸減되는데 작은 變化率에 依한 短期間의 單利와 複利와의 差는 크지않는데 基因하는 것이다.

3) 有幾的 生長率은 Pressler 氏 生長率보다는 確實히 적은 差異를 나타내고 있으며 幼令時의 가장 큰 差異라 해도 標準式에 比하여 약 −1.0%에 지나지 않었다.

4) 幾何學的生長率은 가장 적은 差異를 보이고 있으며 幼令時의 가장 큰 差異라 해도 單位差로 −0.7 %百分率로 약 −5%을 넘지 않었다.

5) 以上과 같은 傾向은 筆者가 다른 資料에 對해서 計算 比較해 보아도 거의 같았으므로 幾何學的生長率 計算에서 平方根을 내는 것이 좀 時間이 걸린다는 不便點을 除外하면 前記 네개의 生長率式 中 第一 適切한 生長率 計算式이라고 생각된다.

V. 應用性에 對한 考察

前揭한 比較 計算表에서는 生長率을 小數點 以下 二位에서 四捨五入하여 小數點 以下 一位까지를 表示한 것인데 萬若 生長率을 小數點以下 三位까지 計算하면 壯令期 以後에 있어서도 生長率 相互 間에 若干의 差異를 나타내고 있으나, 實地的面에서는 그렇게 할 必要가 없을 것이므로 生長率을 小數點 以下 一位까지 내면 前揭한 比較計算表에서 보는 바와 같이 幼令時(10~20年)에만 生長率式 相互 間에 差異를 나타내고 20年 以後 卽, 壯令期에 있어서는 差異가 없다. 비록 幼令時에 生長率 相互 間에 差異가 있다 하여도 全林이 幼令으로 構成되어 있는 境遇를 除外하면 幼令 林分이 차지하는 原蓄積이 적으므로 原蓄積과 生長率의 相乘積으로 表現되는 生長量에는 그리 큰 差額을 招來하지 않을 것이다. 生長率의 測定은 幼令時보다 壯令期 以後에 있어서 森林 取扱 方法의 決定, 伐採 時期의 決定 收穫 豫定 等을 하는데 더욱 必要한 것인데 壯令期 以後에서는 生長率 相互間에 別差異가 없음으로 實用的 見地에서는 어떤 生長率 計算式을 使用하느냐 하는 것은 別로 큰 問題가 되지 않을 것으로 생각한다. 한편 生長率 計算의 難易를 살펴 보면 幾何學的 生長率 計算이 가장 時間이 많이 걸리고, 다음이 Leibnitz 氏公式, 有幾的生長率式, Pressler 氏公式의 順序이며, 特히 Pressler 氏公式의 計算時間은 Leibnitz 氏式의 1/4, 幾何學的式의 1/6 밖에 않걸렸다. 以上에서 보는 바와 같이 幾何學的 生長率이나 有幾的 生長率의 理論的인 妥當性은 充分히 認定 되지만 그의 實用性은 期待했던 바와 같이 크지 못하다고 생각 된다.

文　　獻

(1) Rudolph, P.O. (1930) A comparison of several of the growth percent methods of predicting growth. Journal of Forestry. 28, 28.

(2) Belyea, H.C. (1959) Two New formulae for predicting growth percent. Journal of forestry, vol. 57, pp. 104.

(3) Grosendaugh L. R. (1959) Comments on new Growth percent formulae. Journal of forestry, vol. 57, pp. 515.

(4) 西決正久(1959) 材積成長率에 依한 林分 材積成長量의 測定. 日本林學會誌, vol. 41, pp. 130

(5) 藥袋次郎(1956) 林分成長量의 直接豫測法(Ⅱ). 日本林學會誌, vol. 38, pp. 291.

(6) 西決正久(1959) 森林測定法. pp. 208~212.

(7) 阿部昌夫(1962) 生長率을 測定하기 爲한 2 개의 새로운 公式에 對하여, 日本林學會誌, vol. 44, pp. 73.