論文 資料
9—7

直流機整流에 對한 理論的考察

千　　熙　　英

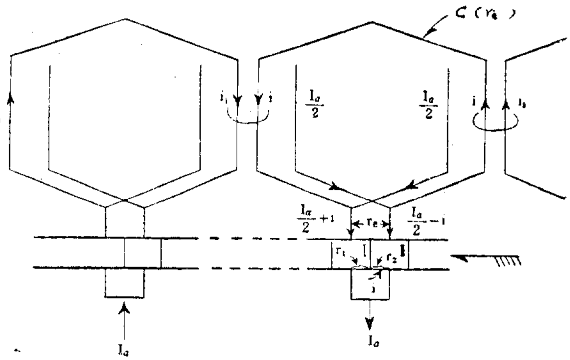
〔1〕序　　言

電氣機器는 電氣裝荷(Electrical loading) 磁氣裝荷(magnetic loading) (漏滅)絕緣 및 熱放散方法의 네가지를 主要한 構成要素로 取扱하며 이와 同時에 電氣的性質로서 整流 電壓變動率 速度變動率 効率 機械的性質로서 靜的 及 動的平衡 信賴度로서 溫度上昇 安定度 絕緣度 機械的强度(過速度 및 急短絡에 對하여서도) 또 經濟的條件으로서 低廉한 것이 要求된다. 直流機의 設計 및 製作에 있어서도 上述한 具備條件을 滿足하여야 하며 特히 整流(Commutation)는 電氣特性을 決定하는 重要한 要素임으로 補極(Commutating pole)의 應用에 따라 大部分의 問題가 解決 되었다고는 하나 高速度, 低電壓 大電流의 直流機에 있어는 지금도 整流가 그 中心問題로 되어있다. 良好한 整流를 얻기 爲하여 整流의 理論的硏究, Brush의 構成材料에 對한 硏究, reactance voltag 를 적게하고 leakage reactance 를 없세기 爲한 捲線法의 改良等 廣範圍한 硏究가 進行되어 整流改善에 進一步를 거듭하고 있으며 兼하여 直流機의 設計 및 製作法의 改善도 整流改善에 크게 寄與하고 있다. 直流機整流理論은 Arnold 氏, Langsdorf 氏 等에 依하여 硏究되어 왔으며, 이들은 整流方程式에서 整流周期中의 電流의 時間的變化와 整流周期終端에서 電流의 時間的變化率의 값에 依하여 spark 發生如否를 判別하여 整流良否를 判別하였다. 本論文은 上記한 諸氏의 方法과는 달리 整流의 基本方程式에서 整流曲線의 一般式을 求하고 整流曲線을 解析하여 整流良否를 判別하는 것이며, 整流周期中에 있는 短終線輪의 coil 抵抗과 隣接한 極(pole) 아래의 Brush 의 依한 短絡電流의 相互誘導作用까지도 考慮하 였을때의 整流曲線의 一般式을 求하고 이를 解析하여 Langsdorf 諸氏에 依하여 硏究된 整流判別의 結果를 比較하여 整流判別에 對한 差異點과 明確한 結論을 提示코저 한다.

〔2〕整流曲線의 一般表示式

整流周期中 Brush 에 依하여 短絡되는 電機子線輪

仁荷工科大學講師



(Armature coil)에 흐르는 電氣에 對한 微分方程式은 아래의 假定에 依하여 다음과 같이 얻을 수 있다. (그림 參照)

假　定

① Brush 의 幅을 Commutator segment(整流子片)의 幅과 같으다고 함.

② Segment mica 의 幅을 無視함.

③ Brush 와 Commutator segment 間의 接觸抵抗은 普通의 導線抵抗과 같이 取扱하고 이때의 接觸抵抗은 Brush 와 Commutator segment 의 接觸面積에 反比例하는 것으로 함.

④ 相接한 極 아래의 Brush 에 依한 短絡電流(i_1, i_2)의 時間的變化率은 短絡線輪 C 의 短絡電流(i) 의 變化率과 같다고 함

지금 記號를 다음과 같이 定한다.

e_L : 短絡線輪 C 의 自己誘導起電力

e_M : 相互誘導起電力

e_C : 整流起電力

i : 短絡線輪 c 의 短絡電流

i_1, i_2 : 相接한 極 아래 Brush 에 依한 短絡電流

I_a ·· 負荷電流

γ_c : 短絡線輪 C 의 電氣抵抗

γ_e : 接觸導線의 電氣抵抗

$\gamma_b=\gamma_1+\gamma_2$: Brush 의 接觸電氣抵抗

L : 短絡線輪의 自己誘導係數

M_1, M_2, M : 相互誘導係數

T_K : 整流周期

自己誘導起電力 e_L 및 相互誘導起電力 e_M는 다음과

같다.

$$e_L=-L\frac{di}{dt},\ e_M=-\left(M_1\frac{di_1}{dt}+M_2\frac{di_2}{dt}\right)$$

지금 $M_1=M_2=M$ 이라 하고 假定 ④를 適用하면

$$e_M=-\Sigma M\frac{di}{dt},\ \therefore\ e_L+e_M=-(L+\Sigma M)\frac{di}{dt}$$

假定 ③에 依하여

$$\gamma_1=\gamma_b\frac{T_K}{T_K-t}\ \left(\because\ \begin{matrix}t=0 & \gamma_1=\gamma_b\\ t=T_K & \gamma_1=\infty\end{matrix}\right)$$

$$\gamma_2=\gamma_b\frac{T_K}{t}\ \left(\because\ \begin{matrix}t=0 & \gamma_2=\infty\\ t=T_K & \gamma_2=\gamma_b\end{matrix}\right)$$

短絡線輪 C 에 對하여 다음의 電壓方程式을 얻을 수 있다.

$$e_L+e_M-e_C=i\gamma_c+\left(\frac{I_a}{2}+i\right)\gamma_e+\left(\frac{I_a}{2}+i\right)\gamma_1$$
$$-\left(\frac{I_a}{2}-i\right)\gamma_2-\left(\frac{I_a}{2}-i\right)\gamma_e$$
$$\left(\frac{I_a}{2}+i\right)\gamma_e-\left(\frac{I_a}{2}-i\right)\gamma_e=2i\gamma_e$$

$\gamma=\gamma_c+2\gamma_e$ 라 하면 e_L, e_M, γ_1, γ_2 의 값을 代入하여

$$(L+\Sigma M)\frac{di}{dt}+e_c+i\gamma+\left(\frac{I_a}{2}+i\right)\frac{\gamma_b T_K}{T_K-t}$$
$$-\left(\frac{I_a}{2}-i\right)\frac{\gamma_b T_K}{t}=0 \quad\cdots\cdots(1)$$

여기서 x' y 를 다음과 같이 놓으면

$$x=\frac{t}{T_K},\quad y=\frac{i}{\frac{I^a}{2}} \quad\cdots\cdots(2)$$

$$\frac{di}{dt}=\frac{\left(\frac{I_a}{2}\right)}{T_K}\frac{dy}{dx} \quad\cdots\cdots(3)$$

(2), (3),式을 (1)이 代入하면

$$(L+\Sigma M)\frac{\left(\frac{I_a}{2}\right)}{T_K}\frac{dy}{dx}+\left(\frac{I_a}{2}+\frac{I_a}{2}y\right)\frac{\gamma_b T_K}{T_K-xT_K}$$
$$-\left(\frac{I_a}{2}-\frac{I_a}{2}y\right)\frac{\gamma_b T_K}{xT_K}+e_c+\gamma\left(\frac{I_a}{2}\right)y=0 \cdots\cdots(4)$$

$\frac{\gamma_b T_K}{L+\Sigma M}=B$, $\frac{e_c}{I_a\gamma_b}=C$, $\frac{\gamma}{\gamma_b}=D$ 라 놓고

$(L+\Sigma M)\frac{\left(\frac{I_a}{2}\right)}{T_K}$로 (4)式을 除하여 式을 整理하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{dy}{dx}+B\left(\frac{1}{1-x}+\frac{1}{x}+D\right)y=-2BC+\frac{B}{x}$$
$$-\frac{B}{1-x} \quad\cdots\cdots(5)$$

(5)式은 整流周期中 短絡線輪 C 의 短絡電流에 對한 基本微分方程式이 된다. 一般的으로 y 는 $0\leqq x<1$ 의 範圍에서 B, C, D 가 주는 여러값 (여러條件)에 對하여 여러가지의 整流曲線을 表示한다. 지금 y 를 直線整流(linear Commutation)을 表示하는 y_L와 그나머지 整流曲線成分을 表示하는 y_M로 表示하면

$$y=y_L+y_M=1-2x+y_M \quad\cdots\cdots(6)$$

$$\therefore\ \frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}(y_L+y_M)=-2+\frac{dy_M}{dx} \quad\cdots\cdots(7)$$

(6)(7)式을 (5)式에 代入하여 式을 整理하면

$$\frac{dy_M}{dx}+B\left(\frac{1}{1-x}+\frac{1}{x}+D\right)y_M=2(1-BC)$$
$$+BD(1-2x) \quad\cdots\cdots(8)$$

上 (8)式의 微分方程式의 解은 다음과 같이 된다.

$$y_M\left(\frac{x}{1-x}\right)^B e^{BDX}=\int_0^x\{2(1-BC)$$
$$+BD(1-2x)\}\left(\frac{x}{1-x}\right)^B e^{BDX}dx+C_1 \quad\cdots\cdots(9)$$

$x=0$ 일 때 $y_M=0$ 인 初期條件에서 $C_1=0$ 를 얻은다. 따라서 (9)式은

$$y_M\left(\frac{x}{1-x}\right)^B e^{BDX}=\int_0^x\{2(1-BC)$$
$$+BD(1-2x)\}\left(\frac{x}{1-x}\right)^B e^{BDX}dx$$

$$\therefore\ y_M=\left(\frac{1-x}{x}\right)^B e^{-BDY}\int_0^x\{2(1-BC)$$
$$+BD(1-2x)\}\left(\frac{x}{1-x}\right)^B e^{BDX}dx \quad\cdots\cdots(10)$$

整流曲線 $y=y_L+y_M$에서

$$y=1-2x+\left(\frac{1-x}{x}\right)^{B-BDX}\int_0^x\{2(1-BC)$$
$$+BD(1-2x)\}\left(\frac{x}{1-x}\right)^B e^{BDX}dx \quad\cdots\cdots(11)$$

(11)式은 $0\leqq x<1$ 인 範圍에서 (5)式을 滿足 할 뿐만 않이라 整流終了時 $t=T_K$ 에서 $i=-\frac{I_a}{2}$가 되어야 한다. 따라서 $x=1$ 에서 $y=-1$ 이라야 한다. (11)式에 對하여 x 가1로 가까워 슬때의 y 의 값을 求하면 $\lim_{x\to 1} y=-1$ 이 됨으로 基本微分方程式 (5)를 滿足한다. 따라서 (11)式은 整流曲線의 一般 表示式이다. (11)式 y 의 積分은 一般的으로 不可能하나 特殊한 경우 即 $r=0$ 이고 $\left(\frac{L+\Sigma M}{r_b T_K}\right)$가 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 等의 경우에는 積分可能하다.

[3] 整流解析과 良好整流條件

整流解析法에는 Langsdrof 氏 等의 著書에 依한 $\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=T_K}$ 의 整洗周期終端에서의 값에 基礎를 두는 方法과 Brush 와 Commutator segment 間의 電壓降下가 3~3.5 vols 以下 일 때 spark 가 發生하지 않음으로 이러한 電壓降下의 값에 依한 方法의 두가지가 있다. 지금 後者의 경우를 整流解析의 根據로하여 이

러 날수 있는 모든 경우에 對하여 檢討하면 다음과 같이 된다. Brush 와 Commutator segment I 間의 電壓降下는 $\left(\frac{I_a}{2}+i\right)\frac{r_b T_K}{T_K+t}$ 임으로 整流終端의 값은 $t\to T_K$ 일때 $i\to-\frac{I_a}{2}$ 이니까.

$$\lim_{t\to T_k}\left(\frac{I_a}{2}+i\right)\frac{r_b T_K}{T_K-t}=\lim_{t\to T} r_b T_K\frac{-\left(-\frac{I_a}{2}-i\right)}{T_K-t}$$

$$=-r_b T_K\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=T_k}$$

(3)式에서 $\frac{di}{dt}=\frac{\left(\frac{I_a}{2}\right)}{T_K}\frac{dy}{dx}$ 이니까 이것을 上式에 代入하면

$$\lim_{t\to TK}\left(\frac{I_a}{2}+i\right)\frac{r_b T_K}{T_K-t}=-r_b T_K\frac{\left(\frac{I_a}{2}\right)}{T_K}\cdot\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}$$

$$=-r_b\left(\frac{I_a}{2}\right)\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}\cdots\cdots\cdots(13)$$

即 整流良否의 判別은 $\lim_{x\to1}\frac{dy}{dx}$에 依하여 決定됨을 알 수 있다. 整流曲線의 一般式에서 $\frac{dy}{dx}$를 求하면

$$\frac{dy}{dx}=-2+(-B)e^{-BDX}\frac{(1-x)^{B-1}}{x^{B+1}}\int_0^x\{2(1-BC)$$

$$+BD(1-2x)\}\left(\frac{x}{1-x}\right)^B e^{BDx}dx$$

$$+(-BD)e^{-BDx}\left(\frac{1-x}{x}\right)^B\int_0^x\{2(1-BC)$$

$$+BD(1-2x)\}\left(\frac{x}{1-x}\right)^B e^{BDx}dx$$

$$+2(1-BC)+BC(1-2x)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

短絡線輪 C의 抵抗은 極히 적음으로 이를 無視하면 即 $D=O$라 하면

$$\frac{dy}{dx}\simeq-2+(-B)\frac{(1-x)^{B-1}}{x^{B+1}}\int_0^x\left\{2(1-BC)\left(\frac{x}{1-x}\right)^B\right\}$$

$$dx+2(1-BC)=-2+2(1-BC)$$

$$\left[1-B\frac{(1-x)^{B-1}}{x^{B+1}}\int_0^x\left(\frac{x}{1-x}\right)^B dx\right]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

$(L+\Sigma M)\gtreqless\gamma_b T_K$ 일 때 (15)式에 依한 $\frac{dy}{dx}$에서 $x\to1$ 일때의 極限을 求하여 整流解析하여 이를 Langsdorf 및 服部氏의 整流解析結果를 比較하면 다음 表와 같이 된다.

〔A〕 Langsdorf 氏의 整流解析

整流解析의 基本式 :

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=Tk}=-\frac{\frac{I_a}{2}(r+2\gamma_b)-e_c(t=T_K)}{\gamma_b T_K-L}$$

第 一 表

區分	v_{av} 와 V_B 의 關係	v_R와 $e_{c(t-Tk)}$ 關係	$\left.\frac{di}{dt}\right\|_{t=Tk}$	判別
1	$V_{av}>V_B$	$V_R<e_c$	Negative	良好
2	$V_{av}=V_B$	$V_R\fallingdotseq e_c$	∞	不良
3	$V_{av}<V_B$	$V_R>e_c$	Negative	良好
4	$V_{av}\fallingdotseq V_B$	$V_R=e_c$	0	良好

$V_{av}=L\frac{I_a}{T_K}$: average reactance voltage

$V_B=\gamma_b I_a$: Brush 에 依한 Voltage drop

$V_R=\frac{I_a}{2}(r+2\gamma_b)$: 導線抵抗에 依한 voltage drop

e_c : $t=T_K$ 일때 整流起電力

〔B〕 服部一治氏의 整流解析

整流解析의 基本式 :

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=Tk}=\frac{\frac{I_a}{2}(r+2\gamma_b)-e_{c(t-Tx)}}{(L+\Sigma M)-\gamma_b T_K}$$

第 二 表

區分	V_{av} 와 V_B 關係	V_R와 $e_{c(t-Tk)}$ 關係	$\left.\frac{di}{dt}\right\|_{t=Tk}$	判別
1	$V_{av}>V_B$	$v_R<e_c$ $v_R>e_c$	Negative Positive	良好 不良
2	$V_{av}=V_B$	$v_R\fallingdotseq e_c$	∞	不良
3	$V_{av}<V_B$	$v_R>e_c$ $v_R<e_c$	Negative Positive	良好 良良
4	$V_{av}\fallingdotseq V_B$	$v_R=e_c$	0	

$V_{av}=(L+\Sigma M)\frac{I_a}{T_K}$, $V_B=\gamma_b I_a$

$V_R=\frac{I_a}{2}(r+2\gamma_b)$

〔C〕 本論文의 整流解析

整流解析의 基本式 :

$$y=1-2x+\left(\frac{1-x}{x}\right)^B e^{-BDX}\int_0^x\{2(1-BC)$$

$$+(1-2x)\}\left(\frac{x}{1-x}\right)^B e^{BDX}dx$$

第 三 表

區分	V_{av}와 V_B 關係	V_{av}와 e_c 關係	$\lim_{t\to TK}\frac{di}{dt}$	V_B 와 e_c 關係	判別
1	$V_{av}>V_B$	$V_{av}>e_c$	$-\infty$		不良
		$V_{av}=e_c$	$-\frac{I_a}{T_K}$		良好
		$V_{av}<e_c$	$+\infty$		不良
2	$V_{av}=V_B$	$V_{av}>e^e$	$-\infty$		不良
		$V_{av}=e_c$	$-\frac{I_a}{T_K}$		良好
		$V_{av}<e_c$	$+\infty$		不良
3	$V_{av}<V_B$	$V_{av}\gtreqless e_c$	$-\frac{I_a\gamma_b-e_c}{\gamma_b T_K-(L+\Sigma M)}$	$V_B>e_c$	良好
				$V_B=e_c$	良好
				$V_B<e_c$	不良

$V_{av}=(L+\Sigma M)\frac{I_a}{T_K}$, $V_B=I_a\gamma_b$.

上記한 第一表, 第二表, 第三表를 比較하면 average reactance voltage가 Brush의 電壓降下 보다 클때 그 結果가 一致하지 않은다. 即 average reactance Voltage가 Brush의 電壓降下 보다 클 때는 Brush의 電壓降下가 整流起電力보다 充分히 적으면 良好한 整流를 얻을 수가 있는 것으로 되여 있으나 本論文에 依하면 $\lim_{t \to T_k} \frac{di}{dt} = \pm\infty$가 되며 $V_{av}=e_c$인 경우를 除外하고는 良好한整流를 얻을수가 없다. 即 Langsdorf 氏 및 服部氏의 整流解析은 $V_{av}>V_B$인 경우에는 이를 適用할수 없음을 알수 있다.

〔4〕結　　論

整流解析에서 〔2〕에서의 假定을 基礎로 하여 整流曲線의 一般表示式을 求하고 다음에 整流解析判別結果를 檢討한 結果 다음 結論을 얻음.

(1) Average reactance voltage가 Brush의 電壓降下보다 클 때는 良好한 整流가 얻기 困難하나 이와 反對인 경우에는 一般的으로 良好한 整流가 얻기 容易함을 確認함.

(6) 整流起電力이 average reactance voltage와 같은 경우에는 average reactance Voltage가 Brush의 電壓降下보다 큰 경우일지라도 良好한 整流(直線整流)를 얻을 수 있다. 이런 條件下에서의 直流機運轉때는 Commutator에 接觸된 Brush는 恒常振動함으로 整流起電力 e_c의 變化를 적게 하기 爲하여 Brush의 材料는 摩擦係數 및 彈性率이 적고 固定粘性이 큰 材料를 使用하여야 한다.

(3) average reactance voltage가 Brush의 電壓降下보다 클때는 Langsdorf 氏 및 服部諸氏의 整流解析의 基本式을 適用할 수 없음을 또 그 整流判別結果는 誤謬임을 指摘함.

(西紀1962年 7月24日接受)

參考 文獻

服部一治：直流機

電氣學會：直流機

竹內壽大郎：電氣機械設計學

高橋幸人：電氣機器設計〔1〕

中島友正：電氣機器設計

A.S. Langsdorf : Principle of direct current machines

J.O. Krachenbubel, M.A. Faucett : circuit & machines in Electrical engineering

A.E. Fitzgerald, C. Kingrley : Electric machinery

J.H. Kuhlmann : Design of electrical apparatus

K.S. Miller : Engineering mathematics

The Journal of the institute of elctrical engineers of Japan (No. 68~No. 79)