

# 삼각형 메쉬에서 안정적인 변형을 기반 동역학을 위한 굽힘 스프링 모델

김종현<sup>o</sup>

<sup>o</sup>강남대학교 소프트웨어응용학부

e-mail: jonghyunkim@kangnam.ac.kr

## Bending Spring Model for Stable Strain-Based Dynamics in Triangular Meshes

Jong-Hyun Kim<sup>o</sup>

<sup>o</sup>School of Software Application, Kangnam University

### ● 요약 ●

본 논문에서는 삼각형 메쉬 기반에서 변형을 기반 동역학(Strain-based dynamics, SBD)을 안정적으로 표현할 수 있는 굽힘 스프링 구조와 감쇠 기법을 대해 설명한다. SBD는 삼각형 메쉬의 에지 길이(Edge length) 기반의 에너지 대신 변형률(Strain)을 활용하여 에너지를 모델링한다. 하지만, 비정상적인 삼각형(Degenerate triangle)인 경우 변형률이 불안정하게 계산되어 잘못된 방향으로 늘어나는 문제가 발생한다. 본 논문에서는 이러한 문제를 효율적으로 처리할 수 있는 굽힘 스프링(Bending spring) 구조에 대해 소개한다. 결과적으로 본 논문에서 제안하는 기법은 안정적으로 SBD를 처리할 수 있기 때문에 다양한 재질의 옷감 시뮬레이션을 안정적으로 표현할 수 있도록 한다.

**키워드:** 변형률 기반 동역학(Strain-based dynamics), 옷감 시뮬레이션(Cloth simulation), 굽힘 스프링(Bending spring), 비정상적인 삼각형(Degenerate triangle)

### I. Introduction

위치 기반 동역학(Position-based dynamics, PBD)는 질량-스프링 구조 방식보다 안정적이고 빠르게 수렴이 가능하기 때문에 실시간 애플리케이션에서 주로 사용되고 있다[1]. PBD는 길이의 변화 방향인  $\nabla p$ 와 위치 변화량인  $\Delta p$ 를 기반으로 원본 길이를 보존하는 방식이다. 하지만, PBD는 삼각형 메쉬의 에지 길이를 기반으로 에너지를 계산하기 때문에 영역이나 볼륨을 보존하는 것에 대해서는 안정성이 떨어진다. SBD는 이러한 문제를 해결하기 위해 제안된 기법이며[2], 에지 길이 대신에 삼각형의 변형률을 기반으로 동역학을 계산하는 구조이다. 전처리 과정에서 초기 삼각형의 변형률인  $s$ 와 그의 기울기는  $\nabla s$ 를 기반으로 동역학을 계산한다. 하지만, 비정상적인 삼각형인 경우 변형률이 잘못 계산되기 때문에 원하지 않는 변형이 나타나기도 한다 (Fig. 1 참조).

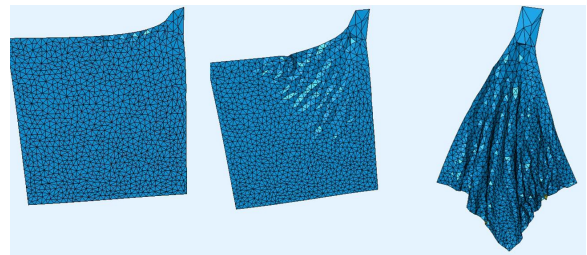


Fig. 1. Unstable strain occurring at a fixed point (upper right corner), and SBD-based cloth simulation using this strain.

이러한 문제는 정점 하나를 고정시킬 때 명확하게 나타난다. 그림에서 보듯이 오른쪽 상단 정점 부근에 존재하는 삼각형들의 변형이 이상하게 나타나는 것을 쉽게 볼 수 있다. 본 논문에서는 이러한 문제를 완화시킬 수 있는 굽힘 스프링 구조와 감쇠 기법을 새롭게 제안한다.

## II. The Proposed Scheme

### 1. 변형률 기반 동역학

SBD는 PBD에 적용될 새로운 제약 조건을 제안했다. 시뮬레이션 메쉬의 에지 방향에 상관없이 물체가 움직이는 방향에 변형률을 조절할 수 있도록 하였다[2]. 이 과정에서 두 점 사이의 거리를 제약 조건으로 사용하는 것이 아닌, 그린 변형률 텐서(Green's strain tensor)를 제약함수로 사용한다. 각 삼각형의 변형률을 다음과 같이 계산한다 (수식 1 참조).

$$S = F^T F = Q^{-T} P^T P Q^{-1} \quad (1)$$

여기서  $P$ 는 월드 공간에서의 변형을 나타내는 행렬이며,  $Q$ 는 재질 위치(Material position)을 나타는 행렬이다. 위 수식에서  $P, Q \in R^{3 \times 2}$ 이기 때문에  $Q^{-1}$ 가 존재하지 않는다. 이 문제를 피하기 위해 삼각형의 텍스처 좌표를 이용하면  $Q$ 가  $2 \times 2$  행렬이 되어서  $Q^{-1}$ 를 계산할 수 있다.

### 2. 굽힘 스프링 구조와 동역학

굽힘 힘(Bending force)은 옷감의 뻣뻣함(Stiffness)을 제어하기 위해 일반적으로 많이 사용하는 방법이며, 삼각형 메쉬에서는 일반적으로 삼각형간의 접힘을 완화하기 위해 각도나 스프링 구조를 추가한다 (Fig. 2 참조).

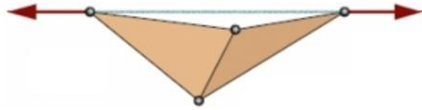


Fig. 2. Bending force can be computed according to tensile crossover springs.

많은 연구들에서 위 방법을 채용하고 있고[3,4,5], 질량-스프링 구조를 활용하는 방법들에서 안정적으로 실행된다. 하지만, SBD는 삼각형 기반에서 변형률을 계산하기 때문에 비정상적으로 늘어나는 경우 시뮬레이션 발산하거나 과한 변형률(Over-strain)에 의해 옷감 형태가 왜곡되는 문제가 발생한다 (Fig. 1 참조). 이러한 문제를 해결하기 위해, 본 논문에서는 느슨한 레벨(Loose-level)을 나타내는  $m^l$ 과 엄격한 레벨(Tight-level)을 나타내는  $n^l$ 을 두어 고정된 노드와 그렇지 않은 노드를 독립적으로 처리한다.

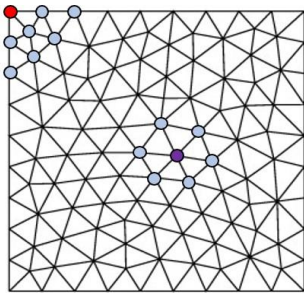


Fig. 3. Adaptive bending spring (red : fixed node, violet : non-fixed node).

Fig 3은 레벨별 인접 노드의 구조를 보여주는 그림이다. 상대적으로 삼각형의 변형률이 심하게 나타나는 고정된 노드들은  $n^l$ -ring 인접 노드 구조로 굽힘 스프링을 추가하고, 고정되는 않는 노드들은  $m^l$ -ring 인접 노드 구조로 연결한다. 여기서,  $n^l > m^l$ 이며,  $n^l$ 과  $m^l$ 은 보다 커야 한다. 이렇게 만들어진 굽힘 스프링은 PBD를 기반으로 동역학을 계산하여 위치를 업데이트 한다 (수식 2 참조)[1].

$$C(p + \Delta p) \approx C(p) + \nabla_p C(p) \cdot \Delta p = 0 \quad (\text{by Taylor}) \quad (2)$$

여기서  $\Delta p$ 는 다음과 같이 계산한다 (수식 3 참조).

$$\begin{aligned} \Delta p &= -\frac{C(p)}{\nabla_p C(p)} = -\frac{C(p)}{\nabla_p C(p)} \cdot \frac{w}{w} \cdot \frac{\nabla_p C(p)}{\nabla_p C(p)} \left( \text{where } w = \frac{1}{m} \right) \quad (3) \\ &= -\frac{C(p)}{|\nabla_p C(p)|^2} \cdot w \cdot \nabla_p C(p) \\ &= \lambda w \nabla_p C(p) \left( \text{where } \lambda = -\frac{C(p)}{w |\nabla_p C(p)|^2} \right) \\ &= -s w \nabla_p C(p) \left( \text{where } s = \frac{C(p)}{\sum_j w_j |\nabla_p C(p_1, \dots, p_N)|^2} \right) \end{aligned}$$

여기서 투영에 의해 얻어진 변위(Displacement)는 다음과 같다 (수식 4 참조).

$$\Delta p_i = -s k w_i \nabla_p C(p_1, \dots, p_N) \quad (k : \text{stiffness param} \in [0, 1], w_i = \frac{1}{m_i}) \quad (4)$$

$$s = \frac{C(p_1, \dots, p_N)}{\sum_j w_j |\nabla_p C(p_1, \dots, p_N)|^2} \quad (5)$$

### 3. 적응형 굽힘 스프링 구조

굽힘 스프링을 추가할 때 중요한 것은  $n^l$ 과  $m^l$ 의 값을 결정하는 것이다. 이 값들은 옷감의 해상도에 의존하기 때문에 본 논문에서는 이 값을 자동으로 찾기 위한 방법을 제시한다. 우선, 옷감 메쉬의 에지 길이를 활용하여 느슨한 레벨을 나타내는  $m$ 을 찾는다 (수식 6 참조).

$$m = \max \left( \left( \frac{\Omega}{e_{avg}} \cdot 0.1 \right) + 1, 1 \right) \quad (6)$$

$$\Omega = \frac{\|AABB_{\min} - AABB_{\max}\|}{2} \cdot 0.5 \quad (7)$$

$$n^l = 2m^l + 1 \quad (8)$$

여기서  $e_{avg}$ 는 에지의 평균 길이이고,  $\Omega$ 는 시뮬레이션 도메인의 크기로 입력 옷감 메쉬의 경계상자를 기반으로 계산한다 (수식 7 참조). 이 값을 기반으로 엄격한 레벨을 나타내는  $n^l$ 을 계산한다 (수식 8 참조). 이렇게 결정된  $n^l$ 과  $m^l$ 을 이용하여 적응적으로 굽힘 스프링을 추가한다. 앞에서 설명하였듯이 고정된 포인트는  $n^l$ 을 이용하여 굽힘 스프링을 추가하고, 고정되지 않은 포인트는  $m^l$ 을 이용하여

굽힘 스프링을 추가한다 (Fig. 3 참조). 본 논문에서는 비정상적인 삼각형을 최소화하기 위해 고정시키는 단위는  $i$ 노드뿐만 아니라,  $i$ 노드의 1-ring 인접 노드들도 고정시키도록 추가하였다.

#### 4. LOD기반 스프링 구조 연결

앞에서 설명한 방법은 안정적으로 수행되지만, 고해상도 옷감 시뮬레이션이 되면 상대적으로 에지의 길이를 짧아지기 때문에  $n^l$ 과  $m^l$ 의 값이 커지게 되어 계산량이 증가된다. 이 값을 강제로 줄이게 되면 비정상적인 삼각형들로 인해 변형률이 기하학적으로 이상하게 표현된다. 본 논문에서는 이러한 문제를 완화하기 위해 LOD(Level of detail)기반 굽힘 스프링의 구조적 연결 방식에 대해 소개한다. Fig. 3에서 보듯이, 너무 많은 스프링은 계산량이 증가될 뿐만 아니라, 오히려 옷감을 너무 뻣뻣하게 만든다. 이 문제를 해결하기 위해 목표치 레벨  $t^l$ 를 두어, 노드의 인접 노드가  $t^l$ -ring에 해당하는 노드만들 이용하여 굽힘 스프링을 추가한다.

Fig. 4는 본 논문에서 제안하는 LOD기반 스프링 연결 기법을 보여주고 있는 그림이며, 여기서  $t^l \in [n^l, m^l]$ 이다.

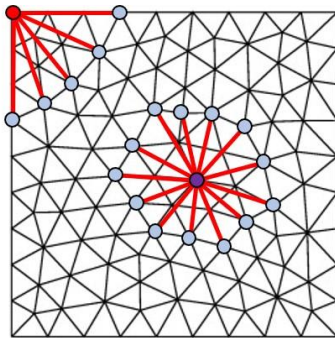


Fig. 4. LOD-based structural connection of bending spring.

### III. Results

본 논문에서 제안하는 방법을 다양한 방법으로 분석하기 위해 일반적으로 많이 사용하는 굽힘 스프링 구조와 비교/실험하였다.

Fig. 5는 일반적으로 많이 사용하는 기법 (Fig. 2 참조)과 우리의 방법을 비교한 결과이다. 저해상도 옷감 결과에서는 잘되는 것처럼 보이지만, 해상도가 증가하면 고정된 포인트들 주변에서 발생하는 비정상적인 변형률로 인해 불안정한 결과가 나타난다 (Fig. 5a 참조). 반면, 우리의 방법은 해상도에 관계없이 정상적인 옷감형태의 표현했으며, 해상도에 따라 뻣뻣함 정도가 변하지 않고 안정적으로 SBD 시뮬레이션 결과를 만들었다 (Fig. 5b 참조).



(a) Bending spring model with tensile crossover springs



(b) Bending spring model with our method

Fig. 5. Comparison results of bending forces between tensile crossover springs and our method.



(a) Fully bending structure (b) LOD-based bending structure

Fig. 6. Comparison results of LOD-based bending structure.

Fig. 6은 LOD기반 굽힘 스프링 구조를 이용한 결과를 비교한 그림이다. LOD를 사용하지 않은 굽힘 스프링 구조와 LOD기반 스프링 구조의 시각적 차이는 거의 발생하지 않았지만, 20% 적은 개수의 굽힘 스프링만을 사용하였다 (Fig. 6b 참조).

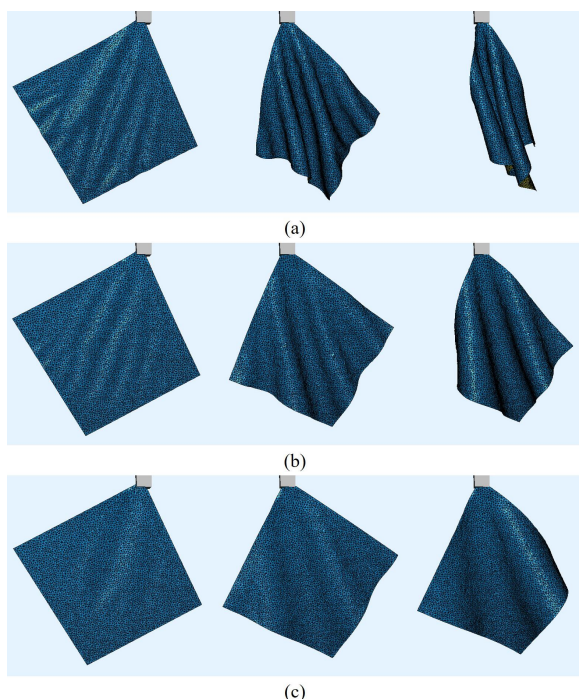


Fig. 7. Changing the material of cloth using our method : (a) default, (b)  $n^l = \times 2$ , (c)  $n^l = \times 4$ .

Fig 7은 우리의 방법을 이용하여 옷감의 재질을 변화시킨 결과이다. 비정상적인 변형을 없이 안정적으로 재질 변화 제어가 가능하기 때문에 가상 옷감을 사용하는 다양한 산업체 활용이 가능할 것으로 기대한다.

#### IV. Conclusions

본 논문에서는 안정적인 변형을 기반 동역학을 계산하기 위해서 새로운 굽힘 스프링 구조를 제안했다. 이 기법은 매쉬의 해상도에 따라 자동으로 굽힘 스프링 개수인  $n^l$  과  $m^l$  을 찾기 때문에 안정적으로 옷감의 뻣뻣함을 표현할 수 있다. 뿐만 아니라, 이 값을 조절함으로써 옷감의 재질을 쉽게 제어할 수 있다. 향후, 이 기법은 이용하여 실크와 같이 굽힘이 거의 없는 재질에서도 안정적으로 수행될 수 있도록 알고리즘을 확장할 예정이다.

#### REFERENCES

- [1] Müller, Matthias, et al. "Position based dynamics." *Journal of Visual Communication and Image Representation*, Vol. 18, No. 2, pp. 109-118, 2007.
- [2] Muller, Matthias, N. Chentanez, T. Y. Kim, and M. Macklin. "Strain based dynamics." In *Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation*, pp. 2,

2014.

- [3] Choi, Kwang-Jin, and Hyeong-Seok Ko. "Stable but responsive cloth." *ACM SIGGRAPH*, 2005.
- [4] Bridson, Robert, Sebastian Marino, and Ronald Fedkiw. "Simulation of clothing with folds and wrinkles." *ACM SIGGRAPH 2005*, 2005.
- [5] Kang, Young-Min, and Hwan-Gue Cho. "Complex deformable objects in virtual reality." In *Proceedings of the ACM symposium on Virtual reality software and technology*, pp. 49-56, 2002.