

# 전차원 관측기를 이용한 유도기 센서리스 운전 시 제정수 오차의 영향 분석

이주현, 유지원, 설승기  
서울대학교

## Parameter Sensitivity Analysis of Induction Motor Sensorless Drive with Full-Order Observer

Joohyun Lee, Jiwon Yoo, and Seung-Ki Sul  
Seoul National University

### ABSTRACT

본 논문에서는 전차원 관측기를 이용한 유도기의 센서리스 운전에서 제정수 오차가 제어 성능에 미치는 영향을 수식적으로 분석하였다. 주파수 응답 함수를 이용해 실제 자속과 추정 자속의 관계를 운전 속도와 슬립 주파수의 함수로 나타내었다. 적응(adaptive) 법칙을 이용하여 추정 속도를 수식에서 제거하였다. 또한 각오차가 존재하는 상황에서 전류 운전점 변화를 고려하여 슬립 주파수를 토크 지령으로 변환하였다. 결과적으로 모든 운전 속도와 토크 지령에 대해서 임의의 제정수 오차가 시스템의 안정도, 속도 오차 및 토크 오차에 미치는 영향을 계산할 수 있는 수식을 구하였다. 기존의 분석 방법들이 많은 시뮬레이션과 실험을 통해 제정수의 영향을 평가했던 것과 달리, 구해진 수식에 근거하여 계산을 통해 빠르게 주어진 센서리스 운전 방법을 평가할 수 있는 방법을 제공하였다. 제안된 분석 방법은 시뮬레이션과 실험을 통해 검증되었다.

### 1. 서론

유도기의 센서리스 벡터 제어를 위해서는 회전자 속도와 회전자 자속의 추정이 필수적이다. 이를 위해 고정자 전류와 회전자 자속을 상태변수로 가지는 적응제어(adaptive control) 전차원 자속 관측기(full-order flux observer)가 널리 사용되어왔다<sup>[1]</sup>. 그러나 전동기 모델식에 의존하는 전차원 관측기는 전동기 제정수가 부정확할 경우 전 운전영역에서 안정한 운전 성능을 확보하는 것이 어렵다. 또 유도기의 실사용 상황에서는 온도에 의한 저항 변화나 자기 포화(magnetic saturation)에 의한 인덕턴스 변화 등에 의해 제정수를 정확하게 알기 어렵다.

따라서 유도기 센서리스 운전에서는 제정수 오차가 제어 성능에 미치는 영향에 대해 분석하는 것이 필수적이다. 제정수 오차의 영향에 대해 다음과 같은 분석이 이루어졌던 바 있다. 속도 검출 센서가 있는 경우, 여러가지 관측기 형태에 대해 주파수 응답함수를 이용하여 제정수 오차의 영향을 수식적으로 분석한 연구가 있다<sup>[2]</sup>. 그러나 전차원 관측기를 이용한 센서리스 운전에 대해서는 수식적인 분석 대신 시뮬레이션과 실험을 이용한 분석이 주를 이루어 왔다. 참고문헌 [3]에서 전차원 관측기를 이용한 센서리스 운전 시 제정수 오차의 영향에 대해 수식적인 분석을 제안하였다.

그러나 결과를 슬립 주파수와 운전 속도에 대해 도시하는데 그치고 있다. 유도기 벡터 제어 상황에서 각오차가 존재한다면 슬립 주파수가 토크 지령과 동일시된다고 보기 어렵기 때문에, 제어 대상인 토크 지령과 운전 속도에 대해 성능 평가가 이루어지기 어렵다.

본 논문에서는 전 운전영역에 대해 임의의 제정수 오차가 적응제어 전차원 자속 관측기를 사용한 유도기 센서리스 운전에서 미치는 영향을 속도 오차 및 토크 오차의 관점에서 수식적으로 계산하였다. 또한 이를 슬립 주파수와 운전 속도가 아닌 실제 토크 제어상황에서 주어지는 운전점인 토크 지령과 운전 속도에 대해 도시하여 제정수의 영향을 효과적으로 파악할 수 있도록 하였다. 제안된 분석 방법은 시뮬레이션과 실험을 통해 검증되었다.

### 2. 전차원 관측기를 이용한 유도기 센서리스 운전

유도기는 다음과 같은 등가 회로를 통해 모델링 될 수 있다.

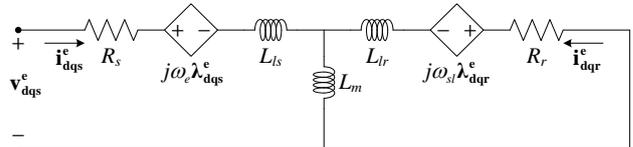


그림 1 유도기 등가 모델

이로부터 유도기의 고정자와 회전자 전압방정식을 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{v}_{dqs}^e = R_s \mathbf{i}_{dqs}^e + \frac{d}{dt} \lambda_{dqs}^e + j\omega_e \lambda_{dqs}^e \quad (1)$$

$$\mathbf{0} = R_r \mathbf{i}_{dqr}^e + \frac{d}{dt} \lambda_{dqr}^e + j(\omega_e - \omega_r) \lambda_{dqr}^e \quad (2)$$

회전자 자속에 대해 주파수 응답함수를 얻기 위해 정상 상태에서의 회전자 자속을 고정자 전류에 대해 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\lambda_{dqr}^e = \frac{L_m}{1 + j\tau_r \omega_{sl}} \mathbf{i}_{dqs}^e \quad (3)$$

본 논문에서는 고정자 전류와 회전자 자속을 상태변수로 가지는 다음과 같은 형태의 전차원 관측기를 사용하였다.

$$\frac{d}{dt} \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{B}} \mathbf{v}_{dqs}^e + \mathbf{G} \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}} \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -(\hat{R}_s + \hat{R}_r \hat{L}_m^2 / \hat{L}_r^2) / (\hat{\sigma} \hat{L}_s) - j\omega_e & (\hat{L}_m / \hat{\sigma} \hat{L}_s \hat{L}_r) (1/\hat{\tau}_r - j\hat{\omega}_r) \\ \hat{L}_m / \hat{\tau}_r & -1/\hat{\tau}_r - j\hat{\omega}_{sl} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{i}}_{dqs}^e & \hat{\lambda}_{dqr}^e \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1/\hat{\sigma}L_s & 0 \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

$$\mathbf{C} = [1 \ 0] \quad (8)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 + jg_2 \\ g_3 + jg_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

위 식에서 위 첨자 “^”은 추정된 값, “x̂”는  $\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ , “G”는 관측기의 이득 행렬을 의미한다. 전차원 관측기의 이득은 관측기 특성방정식의 근이 전동기 특성방정식의 근에 비례하도록 하는 값으로 설계되었다<sup>[1]</sup>. 속도를 추정하는 적응 제어기는 다음과 같이 구성되었다.

$$\hat{\omega}_r = \int K_i \text{Im} \left( \left( \hat{\mathbf{i}}_{dqs}^e - \hat{\mathbf{i}}_{dqs}^e \right)^* \hat{\lambda}_{dqr}^e \right) dt \quad (10)$$

### 3. 전동기 제정수 오차의 영향 분석

#### 3.1. 주파수 응답 함수

본 논문에서는 모든 제정수 오차가 존재할 수 있는 상황을 가정하고 전차원 관측기에 대해 주파수 응답 함수를 유도한다. 주파수 응답 함수는 주어진 운전점에서 전동기가 정상상태에 도달한 것을 가정하고 얻어진다. 정상상태에서 (4)의 미분항은 0이므로  $\hat{\mathbf{x}}$ 은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}} = \left( -\hat{\mathbf{A}} + \mathbf{GC} \right)^{-1} \left( \hat{\mathbf{B}}\mathbf{v}_{dqs}^e + \mathbf{G}\mathbf{i}_{dqs}^e \right) \quad (11)$$

식 (1)과 (2)의 유도기 방정식을 이용하면 전압은 전류에 대한 함수로 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\mathbf{v}_{dqs}^e = \left( R_s + j\omega_e \sigma L_s + j \frac{\omega_e L_m}{L_r} \frac{L_m}{1 + j\tau_r \omega_{sl}} \right) \mathbf{i}_{dqs}^e \quad (12)$$

식 (12)를 (11)에 대입함으로써  $\hat{\mathbf{x}}$ 을 전동기 제정수의 추정값과 실제값, 운전 속도( $\omega_r$ ), 슬립 주파수( $\omega_{sl}$ ), 추정 속도( $\hat{\omega}_r$ )와 전류에 대한 함수로 나타낼 수 있다. 이를 간략하게 표현하면 (13)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{i}}_{dqs}^e \\ \hat{\lambda}_{dqr}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1(\omega_r, \omega_{sl}, \hat{\omega}_r) \\ \mathbf{X}_2(\omega_r, \omega_{sl}, \hat{\omega}_r) \end{bmatrix} \mathbf{i}_{dqs}^e \quad (13)$$

전동기 제정수, 운전 속도와 슬립 주파수는 후에 제정수 오차의 영향을 분석할 때 입력변수로 사용되는 값들이다. 따라서 (13)의  $\mathbf{X}_2$ 에서 추정 속도만 제거하면 원하는 주파수 응답 함수를 얻을 수 있다.

추정 속도는 적응 제어기가 정상상태에 도달하면 오차 성분이 0으로 수렴한다는 것을 이용해 계산할 수 있다. 식 (10)에 (13)을 대입함으로써 사용된 관측기에서 적응 제어기 입력으로 사용하는 성분을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{Im} \left( \left( \hat{\mathbf{i}}_{dqs}^e - \hat{\mathbf{i}}_{dqs}^e \right)^* \hat{\lambda}_{dqr}^e \right) = |\hat{\mathbf{i}}_{dqs}^e|^2 \text{Im} \left( (1 - \mathbf{X}_1)^* \mathbf{X}_2 \right) \quad (14)$$

식 (14)를 추정 속도에 대한 방정식으로 정리하면 다음과 같은 일차식을 얻는다.

$$A(\omega_r, \omega_{sl}) \hat{\omega}_r + B(\omega_r, \omega_{sl}) \quad (15)$$

식 (15)를 이용하면 적응 제어기의 불안정 영역을 판별할 수 있다. 식 (15)를 적분하여 속도를 추정하기 때문에, 추정 속도는 1차항의 계수가 음수일 때만 수렴이 가능하다. 따라서 적응 제어기가 안정할 조건은 다음과 같다.

$$A(\omega_r, \omega_{sl}) < 0 \quad (16)$$

또한, 정상상태에 도달했을 때 추정 속도는 다음과 같다.

$$\hat{\omega}_r = - \frac{B(\omega_r, \omega_{sl})}{A(\omega_r, \omega_{sl})} \quad (17)$$

식 (17)을 (13)에 대입하면 추정 속도를 제거할 수 있고, 따라서 다음과 같이 회전자 자속에 대해 주파수 응답 함수를 얻을 수 있다.

$$\frac{\hat{\lambda}_{dqr}^e}{\lambda_{dqr}^e} = \frac{\mathbf{X}_2 \left( \omega_r, \omega_{sl}, - \frac{B(\omega_r, \omega_{sl})}{A(\omega_r, \omega_{sl})} \right)}{\left( \frac{L_m}{1 + j\tau_r \omega_{sl}} \right)} \quad (18)$$

식 (18)의 결과를 운전 속도와 슬립 주파수에 대해서 도시할 수 있다. 앞에서의 분석, 시뮬레이션 및 실험에서 사용된 유도 전동기의 제정수는 아래 표 1에 표시한 바와 같다.

표 1 전동기의 정격 및 제정수

정격 용량	3.7	kW
극 수 (P)	4	극
정격 선간 전압	220	V <sub>rms</sub>
정격 전류	13.8	A <sub>rms</sub>
정격 속도	1730	r/min
고정자 저항 (R <sub>s</sub> )	0.5	Ω
회전자 저항 (R <sub>r</sub> )	0.3	Ω
누설 인덕턴스 (σL <sub>s</sub> )	5.8	mH
상호 인덕턴스 (L <sub>m</sub> )	55	mH

모든 제정수에 오차가 있는 경우에 대해서 수식적으로 계산 가능하지만, 본 논문에서는 고정자 저항에 오차가 있는 경우에 대한 결과만 도시하였다. 제어기에 사용된 저항이 실제 저항보다 30% 작게 추정된 경우의 각오차,  $\hat{\theta}_e$ , 와 추정속도 오차가 그림 2에 도시되어 있다.

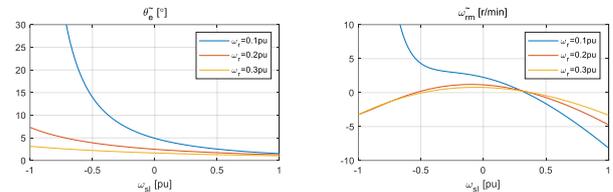


그림 2  $\omega_{sl}$ 에 따른 각오차와 속도 오차 ( $\hat{R}_s = 0.7R_s$ )

속도가 증가할수록 저항오차의 영향이 감소하고 정확한 회전자 자속 추정이 가능함을 확인할 수 있다. 또한 저속 발전 영역에서 오차가 크게 증가한다는 것을 알 수 있다.

#### 3.2. 속도-토크 지령 평면에서 제정수 오차의 영향

제정수 오차의 영향을 보다 직관적으로 해석하기 위해 슬립 주파수를 토크 지령( $T_e^*$ )으로 변환하여 분석을 진행하였다. 제정수 오차로 인해 각오차가 있는 상황에서 q축 전류 지령과 슬립 주파수의 관계를 표현한 것이 그림 3과 같다.

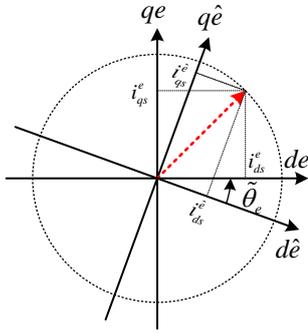


그림 3 각오차를 고려한  $\omega_{sl}$ 과 q축 전류 지령의 관계  
그림 3으로부터 q축 전류 지령을 슬립 주파수와 각오차로 나타낸 결과는 (19)와 같다.

$$i_{qs}^e = i_{qs}^{e*} = \left( \frac{L_r \omega_{sl} \cos \tilde{\theta}_e + \sin \tilde{\theta}_e}{R_r} - \frac{L_r \omega_{sl} \sin \tilde{\theta}_e}{R_r} \right) I_{ds, rated}^e \quad (19)$$

이로부터 토크 지령을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$T_e^* = \frac{3}{4} P \frac{L_m}{L_r} |\hat{\lambda}_{dq}^e| i_{qs}^{e*} = \frac{3}{4} P \frac{L_m}{L_r} |\mathbf{X}_2 \mathbf{i}_{dq}^e| i_{qs}^{e*} \quad (20)$$

이를 이용하여 그림 2를 그림 4와 같이 다시 그릴 수 있다.

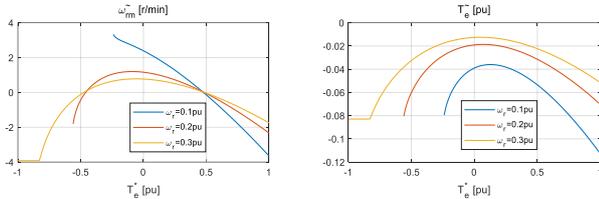


그림 4  $T_e^*$ 에 따른 속도 오차와 토크 오차 ( $\hat{R}_r = 0.7R_s$ )

0.1pu 속도에서 회생 토크가 걸리는 경우에는 (16)을 만족하지 못하여 시스템이 불안정하다. 따라서 그림 4에서 해당 운전점은 도시되지 않았다.

## 4. 시뮬레이션 및 실험 결과

### 4.1. 시뮬레이션 결과

그림 4의 분석 결과와 동일한 제정수 오차를 가지는 조건에서 시뮬레이션을 진행하였다. 부하기가 속도제어하는 상황에서 시험 전동기의 토크 지령을 1pu에서 -1pu까지 0.5pu간격으로 변화시켰다. 그림 5는 0.1pu 속도일 때, 그림 6은 0.3pu 속도일 때의 결과를 나타내고 있다.

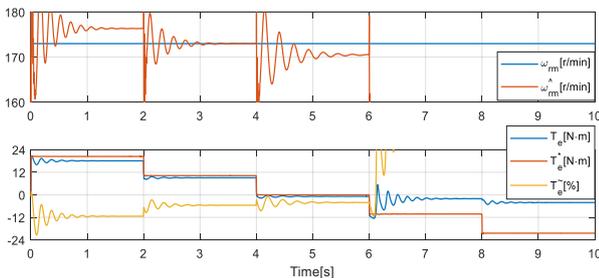


그림 5 시뮬레이션 결과 ( $\omega_r = 0.1pu$ )

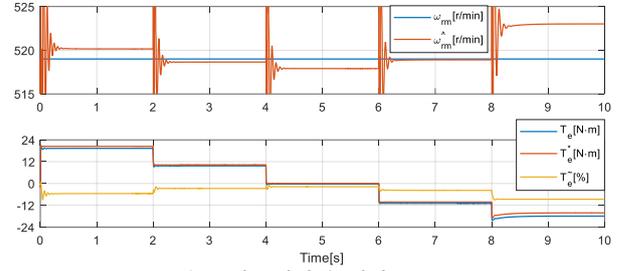


그림 6 시뮬레이션 결과 ( $\omega_r = 0.3pu$ )

시뮬레이션에서 얻어진 속도 오차와 토크 오차가 그림 4의 분석결과와 일치하는 것을 확인할 수 있다.

### 4.2. 실험 결과

시뮬레이션과 동일한 상황에 대해 실험한 결과가 그림 7과 그림 8에 나타나 있다.

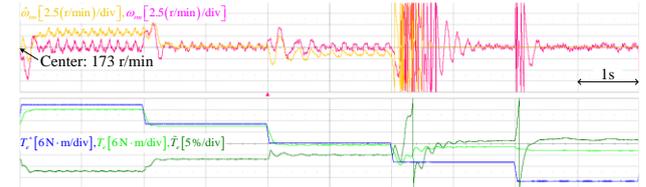


그림 7 실험 결과 ( $\omega_r = 0.1pu$ )

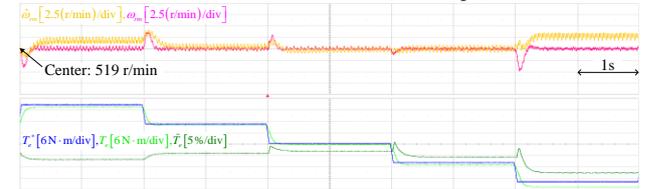


그림 8 실험 결과 ( $\omega_r = 0.3pu$ )

앞서 시뮬레이션 결과와 같이 수식적으로 분석한 결과와 잘 부합하는 것을 확인할 수 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 전차원 관측기를 이용한 센서리스 운전 시에 임의의 제정수 오차가 운전 성능에 미치는 영향을 수식적으로 분석하였다. 주파수 응답 함수로부터 각 오차를 얻고, 실제 전류 운전점에 각오차가 미치는 영향을 고려하여 토크 지령과 속도에 대해 토크 오차와 속도 오차를 계산하였다. 이러한 분석 결과는 시뮬레이션과 실험으로 검증되었다.

## 참고 문헌

- [1] H. Kubota, K. Matsuse and T. Nakano, "DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor," in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 29, no. 2, pp. 344-348, Mar/Apr 1993.
- [2] P. L. Jansen and R. D. Lorenz, "A physically insightful approach to the design and accuracy assessment of flux observers for field oriented induction machine drives," in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 30, no. 1, pp. 101-110, Jan.-Feb. 1994.
- [3] B. Chen, W. Yao, F. Chen and Z. Lu, "Parameter Sensitivity in Sensorless Induction Motor Drives With the Adaptive Full-Order Observer," in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 7, pp. 4307-4318, July 2015.