

비선형 최적화 기법에 기반한 자동차용 영구자석 동기전동기의 실시간 MTPA 제어

김현식*, 설승기*, 유현재**
* 서울대학교, ** LG전자

Online MTPA Control of IPMSM for Automotive Applications Based on Robust Nonlinear Optimization Technique

Hyeon-Sik Kim*, Seung-Ki Sul*, Hyunjae Yoo**
* Seoul National University, ** LG Electronics Co.

ABSTRACT

본 논문에서는 비선형 최적화 기법을 이용하여 자기 포화(magnetic saturation) 및 교차 결합 현상(cross-coupling effect)을 고려한 매입형 영구자석 전동기(IPMSM)의 실시간 MTPA 제어 방법을 제안한다. 이는 토크 지령 추종과 최소 동손 운전을 만족하는 제한 최적화(constraint optimization) 문제로 접근할 수 있다. 이를 통해 유도한 연립 비선형 방정식의 경우, Levenberg-Marquardt 수치 해석법을 적용하여 안정적이면서 빠르게 해를 구할 수 있다. 이러한 방법을 이용하면 참조표(look-up table) 없이 운전 환경의 실시간 변동을 고려한 효율적인 MTPA 운전이 가능하다. 시뮬레이션을 통해 제안된 알고리즘의 전류 해가 최적 운전점과 일치함을 확인하였다.

1. 서론

IPMSM은 높은 출력 토크와 넓은 약자속 운전 영역 등으로 인해 전기자동차(EV)에 많이 사용되고 있다. 이러한 IPMSM은 영구자석 성분 토크와 릴럭턴스(reluctance) 토크의 효율적인 활용을 위해 저속에서 단위 전류당 최대 토크(MTPA) 제어 방식이 채택된다.

인덕턴스의 포화 현상으로 인해 정확한 인덕턴스 모델 없이는 MTPA 운전을 위한 최적 전류 지령을 해석적(analytic)으로 구하기 힘들다 [1]-[3]. 따라서 미리 실험을 통해 구한 참조표를 이용하는 방법이 주로 채택되었다 [1]. 하지만 이 방법은 운전 환경의 변화나 양산에 따른 제작 오차로 인한 제정수 변동에 의해 성능이 저하된다. 이에 따라 자기 포화 현상을 고려해 최적 전류 지령을 실시간으로 계산할 수 있는 방법이 제시되었다 [2].

참고문헌 [2]의 경우, 연립 비선형 방정식의 해를 구하기 위한 수치 해석적(numerical) 방법으로 뉴턴(Newton) 법을 적용하였다. 이는 추정된 자속 및 인덕턴스에 기반하여 실시간으로 계산하므로 제정 수 변동에 대응 가능하다. 하지만, 과부하 운전 시 자기 포화 및 교차 결합 현상의 증대로 인하여 뉴턴 법의 수렴성을 보장할 수 없다 [3].

따라서 본 논문에서는 자기 포화 및 교차 결합 현상을 고려한 실시간 MTPA 제어 방법을 제안한다. 제안된 방법을 통해 과부하 운전 시에도 안정적이면서 빠르게 최적 전류 지령을 계산할 수 있다.

2. 영구자석 동기전동기 모델링

IPMSM의 전압 방정식 및 토크 방정식은 다음과 같이 d-q 축 전류와 자속에 대한 함수로 표현 가능하다.

$$\mathbf{v}_{dq} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{dq}^r + s \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r + \omega_r \mathbf{J} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r. \quad (1)$$

$$T_e^* = \frac{3P}{2} \mathbf{i}_{dq}^r \mathbf{J} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r \quad (2)$$

$$\text{, 여기서 } \mathbf{i}_{dq}^r = \begin{bmatrix} i_d^r & i_q^r \end{bmatrix}^T, \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r = \begin{bmatrix} \lambda_d^r & \lambda_q^r \end{bmatrix}^T, \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

자기 포화와 교차 결합 현상을 고려한 자속은 동적 인덕턴스 개념을 도입하여 소신호 모델로 나타낼 수 있다. 자동차용 IPMSM의 경우, 최대 토크 운전 시 상호 자기포화 현상으로 인한 영향이 증대되므로 이는 상호 교차 인덕턴스(L_{dq}, L_{qd})로 나타낸다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{dq} = \mathbf{L}_{dq} \mathbf{i}_{dq} + \bar{\boldsymbol{\lambda}}_{dq}. \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r = \mathbf{L}_{dq} \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{dq}^r \quad (4)$$

$$\text{, 여기서 } \bar{\boldsymbol{\lambda}}_{dq} = \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_d^r & \bar{\lambda}_q^r \end{bmatrix}^T, \mathbf{L}_{dq} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_d^r}{\partial i_d^r} & \frac{\partial \lambda_d^r}{\partial i_q^r} \\ \frac{\partial \lambda_q^r}{\partial i_d^r} & \frac{\partial \lambda_q^r}{\partial i_q^r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{dd} & L_{dq} \\ L_{qd} & L_{qq} \end{bmatrix}.$$

3. 실시간 MTPA 제어 알고리즘

3.1 MTPA 운전 조건

IPMSM의 경우, MTPA 영역에서 철손이 작으므로 이를 무시하고 동손을 최소화 하는 제한 최적화 문제로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

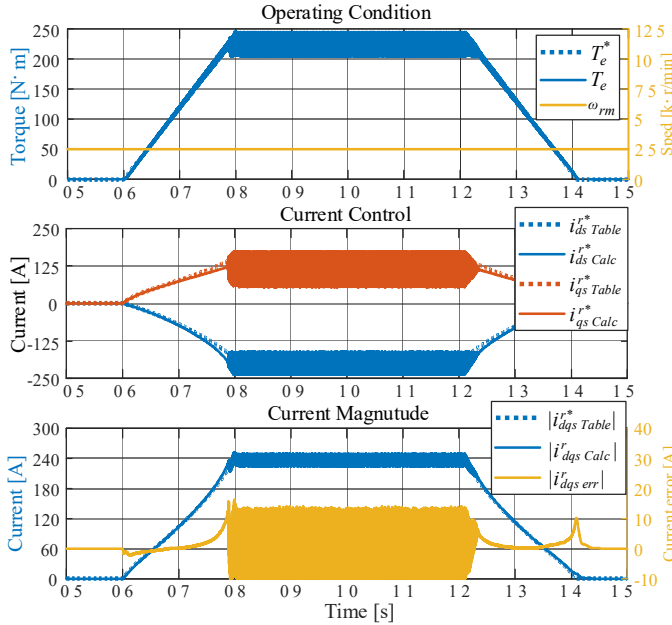
$$\min_{\mathbf{i}_{dq}^r} \mathbf{i}_{dq}^r T \mathbf{i}_{dq}^r, \text{ subject to } T_e^* = \frac{3P}{2} \mathbf{i}_{dq}^r \mathbf{J} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r. \quad (5)$$

이는 라그랑주(Lagrange) 승수법을 적용하여 연립 비선형 방정식 형태로 유도 가능하다 [2]. 이 때, 라그랑주 함수 및 소신호 모델을 적용한 연립 비선형 방정식은 식 (6), 식 (7)과 같다.

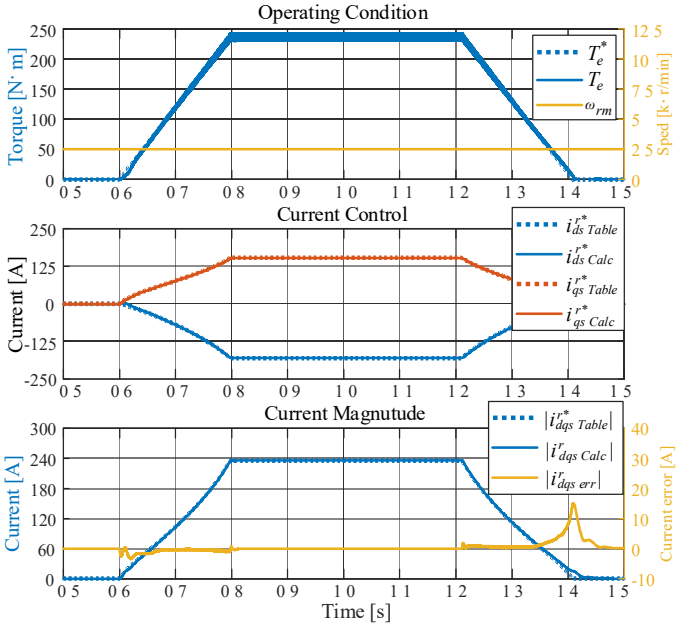
$$\mathbf{L}(\mathbf{i}_{dq}^r, \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{i}_{dq}^r T \mathbf{i}_{dq}^r + \boldsymbol{\lambda} \left(\frac{3P}{2} \mathbf{i}_{dq}^r \mathbf{J} \boldsymbol{\lambda}_{dq}^r - T_e^* \right). \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{i}_{dq}^r} \\ \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\lambda_d^r i_q^r - \lambda_q^r i_d^r) - \frac{2T_e^*}{3P} \\ (\lambda_d - L_{qq} i_d^r + L_{dq} i_q^r) i_d^r + (\lambda_q + L_{qd} i_d^r - L_{dd} i_q^r) i_q^r \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (7)$$

식 (7)을 통해, 운전점 부근의 자속 및 동적 인덕턴스 값을 이용하면 실시간 MTPA 운전이 가능함을 확인할 수 있다. 이러한 자속 및 동적 인덕턴스는 테이블 혹은 추정 알고리즘을 통하여 추출해 낼 수 있다.



(a) 기존 MTPA 알고리즘 [2]



(b) 제안된 MTPA 알고리즘

그림 1. 시뮬레이션 과정: 정격 속도, 영 토크 - 최대 토크 지령 변동 시 실시간 MTPA 운전 성능 비교

3.2 최적 전류 지령 계산 방안

연립 비선형 방정식의 경우, 식 (8)과 같은 목적 함수를 최소화하는 문제로 나타낼 수 있다. 이를 통해 기존의 여러 최적화 기법(optimization algorithm)을 사용할 수 있다.

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x})^T \mathbf{F}(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x})^2 + f_2(\mathbf{x})^2 \quad (8)$$

$$\text{여기서 } \mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T = \mathbf{i}_{dq}^r, \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial i_{dq}^r} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} \end{bmatrix}.$$

여러 최적화 기법 가운데, 수렴의 안정성을 보장하기 위하여 Levenberg-Marquardt 법이 널리 사용된다. 이는 Gauss-Newton 법과 gradient descent 법이 결합된 형태로 해가 멀리 떨어져 있을 경우 gradient descent 법, 해 근처에서는 Gauss-Newton 법으로 동작하게 된다. 이를 통해 초기 운전점이 최적 운전점으로부터 멀리 떨어진 경우에도 해를 찾을 확률을 높인다 [4]. 따라서 포화로 인한 제정 수 변동이 크고 토크 지령 변동이 잦은 자동차용 IPMSM의 MTPA 운전점 계산에 적합하다.

Levenberg-Marquardt 법은 식 (9)와 같은 갱신 규칙(update rule)을 따른다. 즉, 매 시간마다 선형 방정식 계산을 통해 최적 운전점을 찾아가도록 한다. 여러 번의 계산을 통해 더욱 정밀한 전류 해를 구할 수 있으나, 1회 계산만으로도 충분히 정확한 MTPA 운전이 가능하다.

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k - \{\mathbf{J}(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{J}(\mathbf{x}^k) + \mu_k \cdot \text{diag}(\mathbf{J}(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{J}(\mathbf{x}^k))\}^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{F}(\mathbf{x}^k) \quad (9)$$

$$\text{여기서 } \mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}, \mu_k \text{ 는 댐핑(damping) 계수.}$$

4. 시뮬레이션 결과

제안된 방법의 성능 검증을 위해 MATLAB/Simulink를 통해 IPMSM의 모의 실험 모델을 구성하였다. 이 때, IPMSM은 Toyota사의 Prius 3세대 모델을 기반으로

하였고, 자속 기반 모델을 통해 자기 포화 및 교차 결합 현상을 모의하였다. 단, 댐핑 계수 μ_k 는 1로 고정하였다. 그림 1은 정격 운전 속도에서, 최대 토크까지 가속 및 감속 운전 시 실시간 MTPA 운전 결과를 보여준다. 우선 [2]에서 제안된 기존 MTPA 알고리즘의 경우 경부하 조건에서는 정상적으로 동작하지만, 과부하에서는 전류 지령이 흔들리는 것을 확인하였다. 이를 통해 과포화로 인해 인덕턴스가 변동될 경우, 뉴턴 법이 불안정해지는 것을 확인할 수 있었다. 그에 비해 제안된 MTPA 알고리즘의 경우 과부하 시에도 일정한 전류 지령으로 수렴하는 것을 확인할 수 있었다. 또한 생성된 전류 지령이 참조표, 즉 최적 운전점과 정상 상태뿐만 아니라 과도 상태에서도 거의 일치하는 것을 확인할 수 있었다. 운전 조건에 따른 댐핑 계수 μ_k 의 최적화를 통해 안정도 및 수렴 속도는 더욱 향상 가능하다.

5. 결론

본 논문에서는 Levenberg-Marquardt 법을 적용하여 자기 포화 및 교차 결합 현상 증대 시에도 IPMSM의 실시간 MTPA 제어가 충분히 가능함을 확인하였다. 이를 통해 운전 환경의 실시간 변동을 고려한 효율적이며 안정적인 실시간 MTPA 운전이 가능하다.

참고 문헌

- [1] B.-H. Bae, N. Patel, S. Schulz, and S.-K. Sul, "New field weakening technique for high saliency interior permanent magnet motor," *38th IAS Annual Meeting on Conference Record of the Industry Applications Conference*, 2003, pp. 898–905.
- [2] Y.-S. Jeong, S.-K. Sul, S. Hiti, and K. M. Rahman, "Online Minimum-Copper-Loss Control of an Interior Permanent-Magnet Synchronous Machine for Automotive Applications," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 42, no. 5, pp. 1222–1229, Sep. 2006.
- [3] J. Bonifacio and R. Kennel, "On considering saturation and cross-coupling effects for copper loss minimization on highly anisotropic synchronous machines," *19th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, Chiba, 2016, pp. 1-6.
- [4] A. Ranganathan, *The Levenberg-Marquardt Algorithm*. Atlanta, GA, College of Computing, Georgia Inst. Technol., 2004.