

3차원 interpolation technoque과 compressive sensing을 이용한 비 균일한 3차원 array의 beam pattern 복구

강경목*, 설경은*, 시저웨슬리*, 정상배*, 고진환*
 *경상대학교 전자공학과
 e-mail : kkm2501@naver.com

3-D interpolation technique and compressive sensing for 3-D conformal array

K Kang*, K Seol*, W Cesar*, S Jeong*, J Koh*
 *Dept of Electronic Engineering, Gyeongsang National Univ.

요 약

본 논문에서는 휘어지거나 굴곡진 array인 3차원 conformal array의 beam pattern을 보정하고자 기존의 2차원에서 3차원으로 확장한 interpolation technique과 compressive sensing을 이용하여 3-D uniform rectangular array(3-D URA)에 적용하는 방법을 연구하였다. 시뮬레이션 결과는 compressive sensing이 interpolation technique보다 우수한 특성을 보여준다.

1. 서론

기존에 사용되는 interpolation technique은 x,y좌표로 표현되는 2-D conformal array에 적용되는 기술이다. 하지만 실제 전투기의 외벽이나 굴곡진 기체면에 적용하기 위해서는 기체의 곡선 표면을 따라 배열시킨 형상에 따라 배열된 array 가 필요하다.^[1] 형상적응배열 (또는 conformal array) 레이더는 굴곡진 면에 비선형적으로 TR-module을 배치하는 기술이며 이는 향상된 디지털 빔을 형성할 수 있으며 넓은 가시영역을 확보할 수 있다는 장점이 있다.^[2,3] 또한 평면 배열 안테나에 비해 공기역학적 또는 유체역학적인 특성이 더 우수하고, 레이더 단면적을 감소시킬 수 있게 되며, 외형적 형태의 장점이 있다.^[1] Conformal array 프로세싱 방법 중 가장 널리 연구되는 방법이 interpolation array를 사용하는 방식이다.^[4,5]

Compressive sensing기술은 신호나 영상을 복원하는 기술 중 하나이며 본 논문에서는 신호나 영상이 아닌 비 균일하게 배열된 array의 위치를 보정하는 방법으로 사용하였다.^[6]

본 논문에서는 x,y,z 성분을 가지고 있는 3-D uniform rectangular array (3-D URA)와 3-D conformal array(3-D CA)간의 처리 과정에 관한 연구를 수행하였다. II에서는 이러한 문제를 공식화 하고 3-D CA에 대한 전처리방법을 제안하며 III에서는 시뮬레이션의 결과를 통해 제안한 방법의 성능을 도식적으로 나타낸다. 마지막으로 IV에서는 본 논문의 결과를 보여준다.

2. 데이터 모델링

1) Interpolation technique

3차원 interpolation technique 를 위하여 먼저 $N \times N$ 개의 안테나 어레이에 있는 비 균일하게 배열되어있는 요소들을 고려한다. θ 가 azimuth고 ϕ 가 elevation이며 n 번째 array에 입사되는 신호는 다음과 같다.

$$beam\ pattern = A(\theta, \phi, n) \tag{1}$$

여기서 $A(\theta, \phi, n)$ 는 n 번째 antenna의 azimuth가 θ 이고 elevation이 ϕ 일때의 beam pattern를 나타낸다. $A(\theta, \phi, n)$ 를 수식으로 표현하면

$$A(\theta, \phi, n) = \begin{bmatrix} a(\theta_1, \phi_1, N^2), a(\theta_2, \phi_1, N^2), \dots, a(\theta_N, \phi_1, N^2) \\ \vdots \\ a(\theta_1, \phi_1, 1), a(\theta_2, \phi_1, 1), \dots, a(\theta_N, \phi_1, 1) \\ \vdots \\ a(\theta_1, \phi_n, 1), \dots, a(\theta_N, \phi_n, 1) \end{bmatrix} \tag{2}$$

로서 $N^2 \times N^2 \times N^2$ 의 3차원 행렬로 표현될 수 있다. 여기서 $a(\theta_i, \phi_j, 1), a(\theta_i, \phi_j, 2), \dots, a(\theta_i, \phi_j, n)$ 는 각 어레이의 필드 패턴을 나타내며 식(3)과 같이 주어진다. ^[3]

$$a(\theta_i, \phi_j, n) = e^{\frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{X^2+Y^2+Z^2})} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} X &= R \sin(\theta_i) \cos(\phi_j) - x_n \\ Y &= R \sin(\theta_i) \sin(\phi_j) - y_n \\ Z &= R \cos(\theta_i) - z_n \end{aligned}$$

여기서 x_n, y_n, z_n 은 각각 array의 x좌표 y좌표 z좌표이며 R은 신호원으로부터 array의 중심까지의 거리이다. 3-D URA는 기존의 2-D ULA와 다르게 3차원의

$A(\theta, \phi, n)$ 가 만들어 진다. 여기서 보정하고자 하는 실제 3-D CA(Real array)를 A_r , 보정을 위해 필요한 가상의 2-D URA(Virtual array)를 A_v 라 가정한다. 또한 2-D URA의 3차원 행렬을 $A_{3D URA}(\theta, \phi, n)$ 라 하고 $A_{3D CA}(\theta, \phi, n)$ 를 3-D CA의 3차원 행렬이라 가정한다. interpolation technique의 수행을 위해 $A_{3D URA}(\theta, \phi, n)$ 와 $A_{3D CA}(\theta, \phi, n)$ 의 각 n 번째 어레이의 beam pattern을 고려하자. Broadside 쪽의 빔형성은 각 센서의 값을 모두 더 하면 되므로 식 (4)와 (5)와같이 2차원 행렬인 A_r 와 A_v 을 도출하면

$$A_r(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D CA}(\theta, \phi, n) \quad (4)$$

$$A_v(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D URA}(\theta, \phi, n) \quad (5)$$

의 $N^2 \times N^2$ 의 $A_r(\theta, \phi)$ 과 $A_v(\theta, \phi)$ 를 도출할 수 있으며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A_r(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D CA}(\theta_1, \phi_1, n), & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D CA}(\theta_2, \phi_1, n), & \dots, & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D CA}(\theta_{N^2}, \phi_1, n) \\ \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D CA}(\theta_1, \phi_2, n), & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D CA}(\theta_2, \phi_2, n), & \dots, & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D CA}(\theta_{N^2}, \phi_2, n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D CA}(\theta_1, \phi_{N^2}, n), & \dots, & \dots, & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D CA}(\theta_{N^2}, \phi_{N^2}, n) \end{bmatrix}_{N^2 \times N^2} \quad (6)$$

$$A_v(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D URA}(\theta_1, \phi_1, n), & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D URA}(\theta_2, \phi_1, n), & \dots, & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D URA}(\theta_{N^2}, \phi_1, n) \\ \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D URA}(\theta_1, \phi_2, n), & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D URA}(\theta_2, \phi_2, n), & \dots, & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D URA}(\theta_{N^2}, \phi_2, n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D URA}(\theta_1, \phi_{N^2}, n), & \dots, & \dots, & \sum_{n=1}^{N^2} A_{3D URA}(\theta_{N^2}, \phi_{N^2}, n) \end{bmatrix}_{N^2 \times N^2} \quad (7)$$

이때 만들어진 $A_r(\theta, \phi)$ 와 $A_v(\theta, \phi)$ 는 $N^2 \times N^2$ 의 2차원 행렬이며 각각 3-D CA와 2-D URA의 beam pattern 이다. 최종적으로

$$TA_r(\theta, \phi) = A_v(\theta, \phi) \quad (8)$$

로 나타낼 수 있는 matrix T 는 최소 자승법으로 최적화된 변환 행렬로 다음과 같이 표현된다.

$$\min_T \| A_v(\theta, \phi) - TA_r(\theta, \phi) \| \quad (9)$$

Moore-Penrose least square 방법을 통해 matrix T 를 도출하면

$$T = A_v(\theta, \phi) A_r(\theta, \phi)^H (A_r(\theta, \phi) A_r(\theta, \phi)^H)^{-1} \quad (10)$$

로서 transformation matrix T 를 도출할 수 있으며 첨자 H 는 conjugate transpose of a complex matrix이다.

2) Compressive sensing

N 차원의 실수 벡터 신호공간인 R^N 내의 $N \times 1$ 크기인 이산 신호 열벡터 x 를 고려하자. R^N 에 있는 어떠한 신호라도 $N \times 1$ 크기의 N 개 열벡터 $\{\psi_n\}_{n=1}^N$, 즉 기저 함수들의 선형 결합으로 표현할 수 있기 때문에, 신호 x 를 식 (11)과 같이 표현할 수 있다.

$$x = \sum_{n=1}^N \theta_n \psi_n \quad \text{or} \quad x = \Psi \theta \quad (11)$$

여기서 Ψ 는 벡터 $\{\psi_n\}_{n=1}^N$ 로 구성된 $N \times N$ 크기의 기저행

렬이며, $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_n]^T$ 는 가중치 계수로 구성된 $N \times 1$ 크기의 열벡터이다. 따라서 x 는 시간 영역에서의 신호를 나타내며, θ 는 Ψ 영역에서의 신호를 나타낸다.

만일 신호 x 가 오직 K 개($K < N$)기저 벡터들의 선형결합으로 표현될 경우 K -sparse라 한다. 이것은 오직 K 개의 계수 θ 가 0이 아니라는 것이고, 남아있는 $N-K$ 개가 0이 된다는 것을 의미한다. 만일 K 가 작은 수이고 이에 해당하는 계수들의 크기가 크며, 다수의 나머지 계수들의 크기를 무시할 만 하다면 x 를 압축가능이라고 부른다.

압축센싱 기법은 $y_m = \langle x, \phi_m \rangle$ 와 같이 x 와 측정벡터 $\{\phi_m\}_{m=1}^M$ 사이의 M 개 내적을 계산하여 신호를 측정한다. M 개의 측정값 $y_m (m=1, \dots, M)$ 을 $M \times 1$ 크기의 벡터 y 로 구성하고 측정벡터 ϕ_m^T 을 $M \times 1$ 크기의 행렬 Φ 의 행들로 정렬하면, 식(12)와같이 행렬 Φ 에 x 를 투영 시킴으로써 y 를 도출할 수 있다.

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \theta = \Theta \theta \quad (12)$$

단, 여기서 $\Theta = \Phi \Psi$ 는 $M \times N$ 크기의 행렬이다.

성감 기저 Ψ 와 행렬 Φ 가 Incoherent 일 때, 압축센싱 이론은 원래의 성감 계수들이 l_1 -norm 기반의 Convex 최적화 해법인 식(13) 같은 최소 l_1 -norm 복원을 통해 압축 측정 y 로부터 잘 복원될 수 있음을 보여준다.

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin} \| \theta' \|, \Theta \theta' = y \quad (13)$$

여기서 θ' 는 $\Theta \theta' = y$ 를 만족시키는 $N \times 1$ 크기의 벡터이고 $\hat{\theta}$ 는 복원된 K -sparse 계수이다.

3. Numerical simulation

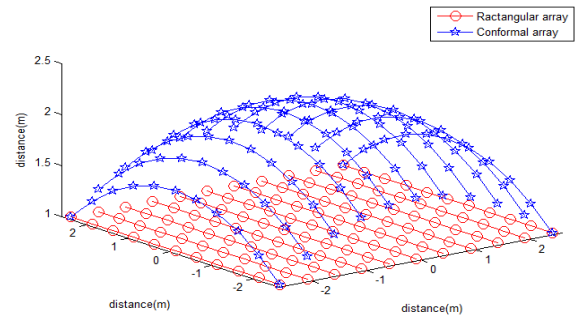


그림 1. 3-D URA와 CA의 기하학적 구조

그림 1은 MATLAB으로 시뮬레이션한 3-D URA와 CA의 배열이다.

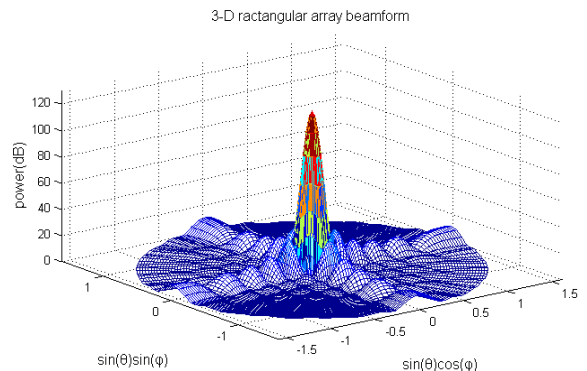


그림 2. 3-D URA의 beam pattern

그림 1의 배열 중 원으로 표시된 3-D URA에서의 beam pattern은 그림 2와 같다

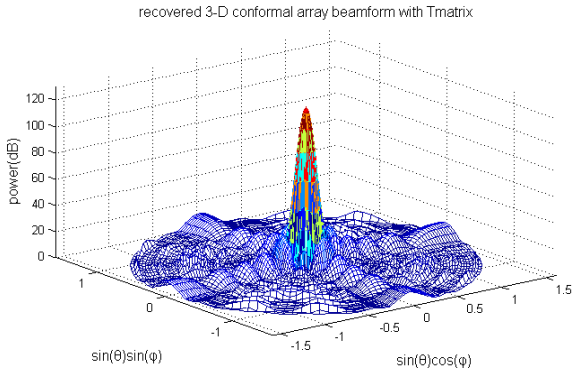


그림 3. Interpolation technique을 적용한 CA의 beamform

Interpolation technique으로 도출한 T 를 그림 1의 별모양으로 표시된 3-D CA에 적용시키면 그림 3와 같은 beam pattern을 도출 할 수 있다. Main lobe의 크기 뿐만 아니라 side lobe 또한 그림 2의 3-D URA의 beam pattern과 흡사하게 출력됨을 알 수 있다.

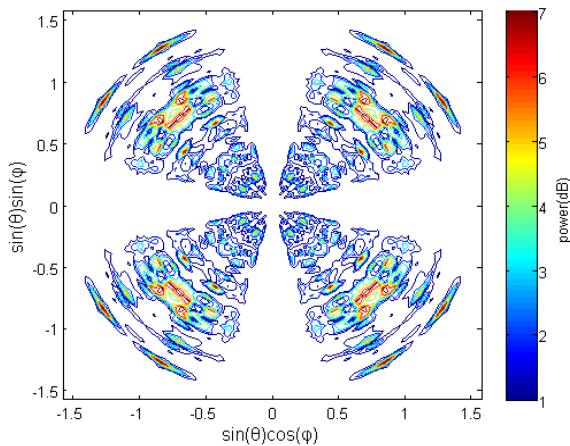


그림 4. 등고선으로 나타낸 interpolation technique의 Error

Interpolation technique으로 보정한 3-D CA의 beam pattern의 Error를 등고선으로 표현하면 그림 5와 같다. Main lobe는 일치함을 알 수 있으며 side lobe의 오차 또한 매우 작음을 알 수 있다.

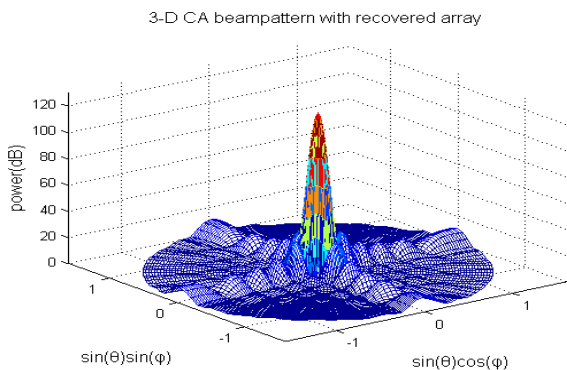


그림 5. Compressive sensing으로 복구된 3-D CA의 beam pattern

Compressive sensing으로 복구된 3-D CA의 beam

pattern은 그림 5와 같으며 이또한 3-D URA의 beam pattern과 매우 흡사하게 출력이 됨을 알 수 있다.

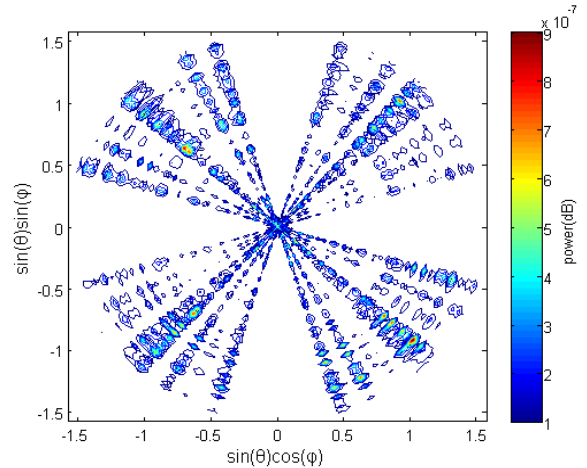


그림 6. 등고선으로 나타낸 compressive sensing의 error

최종적으로 compressive sensing의 error를 등고선으로 나타내면 그림 6과 같으며 interpolation technique에 비해 매우 작은 error를 도출할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 3차원 conformal 안테나 어레이로부터 데이터의 보정을 위해 interpolation technique과 compressive sensing을 사용하였다. 기존의 2차원 array에 적용 되는 interpolation technique을 확장하여 3차원 array에 적용하였으며, 수치해석적 시뮬레이션 결과는 2차원 결과보다 이상적인 경우에 매우 근사해 지는 것을 알 수 있다. 또한 compressive sensing과 비교했을 경우 compressive sensing이 interpolation technique보다 더 나은 결과를 도출할 수 있다.

References

- [1] J.Lars, P.Persson, *Conformal array antenna theory and design*, Vol. 29. John wiley & sons, 2006.
- [2] M.Jeong, RADAR's A to Z - LIGNex1(2013), Retrieved April.25.2015, <http://blog.naver.com/lignex1/120194353480>
- [3] Van Trees, H.L, *Optimum array processing: part IV of detection, estimation, and modulation theory*, New York: John Wiler & Sons, 2002.
- [4] Y.Wang, W.zhou, L.wang, J.Koh, "DOA estimation and interpolation beamforming with semicircular array." The summer conference of institute of electronics and information engineering 2006 .pp. 121-122, Jeju Island, Korea, June 2006.
- [5] T.K.Sarkar, M.C.Wicks, P.M.Salazar, R. J.Bonneau, *Smart antennas* (Vol. 170). John Wiley & Sons, 2005.
- [6] H.Lee, S.Park, S.Park. (2011). Introduction of compression sensing.. The Magazine of the IEEE, 38(1), 19-30.