
서비스를 포기한 고객이 포기 철회를 하는 경우가 있는 대기 행렬 모형

심재찬* · 류호용* · 이유태**

*한국전자통신연구원 · **동의대학교

Queueing System with Retention of Reneging Customers

Jaechan Shim* · Hoyong Ryu* · Yutae Lee**

*Electronics and Telecommunications Research Institute · **Donggeui University

E-mail : ylee@deu.ac.kr

요 약

본 논문은 서비스 포기를 고려중인 고객이 포기를 하지 않기로 결심하는 경우가 있는 이산 시각 대기 행렬 모형을 고려한다. 고객은 집단 기하 분포로 도착하고, 서비스 시간은 기하 분포를 따른다고 가정한다. 서비스를 포기하지 않기로 하는 결심은 당시의 시스템에 있는 고객의 수에 의존한다. 평형 상태에서 시스템에 있는 고객 수에 대한 분포를 구한다.

ABSTRACT

We consider a discrete-time queue with batch geometric arrivals, geometric services, and retention of reneging customers, in which retention probability depends on the number of customers in the system. The steady state distribution of the number of customers in the system is derived.

키워드

대기 행렬 모형, 서비스 포기, 서비스 포기 철회, 고객 수 분포

I. 서 론

고객의 서비스 포기 현상은 일반적으로 많은 대기 행렬 시스템에서 관찰된다. 고객은 오랜 대기 시간으로 인해 서비스를 받지 않고 서비스 시스템을 떠나기로 결정할 수 있다. 이러한 고객의 서비스 포기가 있는 경우의 대기 행렬 모형은 Palm [1]에 의해 처음으로 분석되었다. 서비스 포기 철회가 있는 대기 행렬 모형과 관련하여 Kumar and Sharma [2]는 연속 시각에서, Lee [3]는 이산 시각에서 분석하였다.

본 논문에서는 고객이 집단 기하 분포로 도착하고, 서비스 시간은 기하 분포를 따르는 이산 시각 대기 행렬 모형을 고려한다. 서비스를 포기하지 않기로 하는 결심은 당시의 시스템에 있는 고객의 수에 의존한다. 본 논문에서는 평형 상태에서 시스템에 있는 고객 수에 대한 분포를 구한다.

II. 시스템 모형

본 논문에서 고려하는 대기 행렬 모형은 다음과 같다:

- 이산 시각 대기 행렬 모형이다.
- 고객은 집단 기하 분포로 도착한다.
- 각 슬롯에 도착하는 고객 수의 분포는 i.i.d 이며, 한 슬롯에 도착하는 고객의 수의 분포는 $\{a_k, k=0,1,\dots\}$ 이다.
- 서비스는 슬롯 경계에서 시작한다.
- 서비스 시간은 파라미터가 q 인 기하 분포를 따른다.
- 버퍼 크기는 N 이다.
- FCFS 순으로 서비스한다.
- 서비스 포기 확률은 r 이다.
- 서비스 포기한 고객이 실제로 서비스를 받

지 않고 시스템을 떠날 확률은 $s(n)$ 이다. 여기서 n 은 시스템에 있는 고객의 수이다.

- 각 슬롯에서 서비스 포기는 그 슬롯에서 고객이 도착하기 전에 이루어진다.

III. 확률 분석

시스템을 분석하기 위해 확률 변수 N_k 를 슬롯 k 의 끝에서 시스템에 있는 고객의 수로 정의한다. $\{N_k, k=0,1,\dots\}$ 는 이간 시각 마코프 체인이 된다.

확률 $r_{i,j}$ 를 버퍼에서 기다리고 있는 i 명의 고객 중 j 명이 서비스 포기로 실제 시스템을 떠날 확률이라 하자. 만약 $i \geq j$ 이고 $i \geq 1$ 이면,

$$r_{i,j} = \sum_{k=j}^i \binom{i}{k} r^k (1-r)^{i-k} \binom{k}{j} s(i+1)^j [1-s(i+1)]^{k-j}$$

이다.

마코프 체인 $\{N_k, k=0,1,\dots\}$ 의 한 단계 상태 전이 행렬을 P 라 하면

$$P = RQ$$

로 나타낼 수 있다. 여기서

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & r_{1,1} & r_{1,0} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & r_{2,2} & r_{2,1} & r_{2,0} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & r_{N-2,N-2} & r_{N-2,N-3} & r_{N-2,N-4} & \cdots & r_{N-2,0} & 0 \\ 0 & r_{N-1,N-1} & r_{N-1,N-2} & r_{N-1,N-3} & \cdots & r_{N-1,1} & r_{N-1,0} \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{N-1} & a_N^+ \\ a_0q & a_1q + a_0(1-q) & a_2q + a_1(1-q) & \cdots & a_{N-1}^+q + a_{N-2}(1-q) & a_{N-1}^+(1-q) \\ 0 & a_0q & a_1q + a_0(1-q) & \cdots & a_{N-2}^+q + a_{N-3}(1-q) & a_{N-2}^+(1-q) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_1^+q + a_0(1-q) & a_1^+(1-q) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & q & 1-q \end{pmatrix}$$

이고,

$$a_k^+ = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} a_i$$

이다.

마코프 체인 $\{N_k, k=0,1,\dots\}$ 의 평형 상태에서의 분포를 $x \equiv (x_1, x_2, \dots, x_N)$, $x_i \equiv \lim_{k \rightarrow \infty} PN_k = i$ 라 하면, x 는

$$xP = x, xe = 1$$

로부터 계산한다. 시스템에 있는 평균 고객 수는

$$L = \sum_{i=1}^N ix_i$$

이다.

IV. 결 론

본 논문에서는 고객이 집단 기하 분포로 도착하고, 서비스 시간은 기하 분포를 따르는 이산 시각 대기 행렬 모형을 분석하였다. 서비스를 포기하지 않기로 하는 결심은 당시의 시스템에 있는 고객의 수에 의존하는 것으로 가정하였다. 본 논문에서는 평형 상태에서 시스템에 있는 고객 수에 대한 분포를 구하였다.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was partially supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea(NRF) funded by the Ministry of Education (2017R1A2B1009504) and by the ICT R&D program of MSIP/IITP [R0101-15-0070, Development of The High Availability Network Operating System for Supporting Non-Stop Active Routing].

참고문헌

- [1] Palm, C. 1953. Methods of judging the annoyance caused by congestion, Telecommunications, 4, 1953, 153-163.
- [2] Kumar, R. & Sharma, S. K., 2014. Two-heterogeneous server Markovian queueing system with discouraged arrivals, reneing and retention of reneing customers. International Journal of Operational Research. 11(2): 64-68.
- [3] Lee, Y., 2017c. Geo/Geo/1/N queue with state dependent retention of reneing customers. International Journal of New Technology and Research. 3(2): 30-31.