초기응력을 받는 적층판의 진동특성에 관한 연구

Vibrational Chacacteristics of Initially Stressed Laminated Plates

박 승 진* • 백 주 은**
Park Sung-Jin • Baek, Joo-Eun

요 약

본 논문은 초기하중을 하중을 받는 역대칭 angle-ply 와 cross-ply 적층판의 좌굴 및 진동특성을 무재하시의 고유진동수를 이용하여 산정하는 간편법을 제시하였다. 마주보는 두변이 단순지지된 역대칭 적층판의 운동방정식은 전단변형과 회전강성효과를 고려한 YSN 이론으로 유도하였으며 이를 선점법을 이용하여 해석하였다. 초기응력을 받는 적층판의 무차원화 고유진동수, 임계좌굴계수 및 동적 주 불안정영역 문제들을 무재하시의 무차원화 고유진동수로서 각각의 특성을 정립시켰다. 본 연구에서 제안한 진동특성에 관한 간편산정식의 정당성과 사용성을 입증하기 위하여 수치예들로서 검토하였다.

keywords : 적층판, 선점법, 진동특성

1. 서 론

최근 첨단재료로 각광을 받고 있는 장섬유강화 복합재료는 유기재료인 플라스틱을 무기재료인 유리섬유로 강화시켜 만든 것으로 단일재료에서는 얻을 수 없는 비강도 및 비강성이 매우 양호하고 소요의 방향으로 필요한 재료특성을 줄 수가 있으므로 구조경량화가 필히 요구되는 항공기, 우주구조물, 자동차, 선박 및 토목 건축구조물 등에서 널리 이용되고 있으며 그 용도는 점차 확대되고 있다. 본 연구에서 취급하는 적층판은 장섬유 강화 복합재료로 이루어진 단층판(Lamine)을 여러 장 겹쳐서 얻어진 것으로서, 일반적인 단층판의 복합재료는 철이나 콘크리트에 비해 인장강도가 약 8~15배 강한데 비해 전단강도는 기존의 재료와 비교하여 다소 약하다는 결점을 가지고 있다. 고로 이를 보완하기 위해 단층판을 여러 장 겹쳐서 수지로 강화시키면 인장강도 뿐 아니라 전단강도를 더욱 더 보강시킬 수 있는데 이것을 바로 본 연구의 복합층구조판인 것이다.

본 논문은 1차 전단변형이론을 이용하여 마주보는 2변이 단순지지, 다른 2변이 임의지지이며, 초기응력이 작용할 경우의 역대칭 angle-ply 및 역대칭 cross-ply 적층판의 임계좌굴계수, 초기응력 및 주기적인 압축응력을 받을 경우의 동적특성에 대한 간편한 산정식을 무재하시의 무차원화된 고유진동수를 이용하여 유도하여 제시하고 복합층구조판의 진동특성에 미치는 초기응력의 영향을 수치적인 해석으로 그 특성을 검토하고자 한다.

* 정회원 • 인천대학교 도시공학과 교수 sjpark@inu.ac.kr
** 학생회원 • 인천대학교 도시건설공학과 석사과정 wndmsdl9927@hanmail.net

2. 진동특성의 산정 간편식 유도

진동특성의 역대칭 적층판에서 Angle-ply란 x축에 대해서 섬유가 $+\theta$, $-\theta$ 방향으로 오도록 단층판을 겹친 것이며, Cross-ply란 단층판을 직각방향으로 겹친 것이다. 또한 역대칭이란, 판은 중앙면에 대해서 대칭이 되지 않고 x, y 축에 대해서 회전 대칭한 적층구성을 말한다.

고유진동수 방정식의 고유치 $\overline{\Omega}_{mn}^2$와 고유치 $k(m\pi)^2$를 동치시키면 다음식이 얻어진다.

$$k = \frac{\overline{\Omega}_{mn}^2}{(m\pi)^2} \tag{1}$$

식에서 x, y축 방향파수 m, n에 대해서 최소의 $\overline{\Omega}_{mn}^2/(m\pi)^2$이 임계좌굴계수 k_{cr}이 되기 때문에 고유진동수 $\overline{\Omega}_{mn}^2$는 m을 고정하면 n=1에서 최소가 되기 때문에, 좌굴계수 k_{cr}은 다음과 같이 정식화 된다.

$$k_{cr} = \frac{\overline{\Omega}_{m*1}^2}{m*^2\,\pi^2} \tag{2}$$

단, $m*$와 $\overline{\Omega}_{m*1}$는 Min$[\overline{\Omega}_{j1}^2/(j^2\pi^2)]$, $(j = 1, 2, \cdots)$를 만족하는 j 및 $\overline{\Omega}_{j1}$이다.

3. 결론

본 연구에서는 단순지지된 마주 보는 2변에 일정한 압축응력이 작용할 경우에 역대칭 angle-ply 적층판 및 역대칭 cross-ply 적층판에 대한 좌굴계수, 고유진동수 및 동적 불안전영역을 간편히 구할 수 있는 산정식을 제시하였다. 산정식은 지금까지와는 달리 무제하시의 고유진동수를 이용하여 간편히 재하시의 고유진동수 및 주기적인 압축응력을 받을 경우의 좌굴 및 동적문제까지 산정할 수 있고 각각의 산정식들이 단순지지 방향의 진동모드를 규정하는 파수 및 좌굴모드를 규정하는 파수로 정식화 되었으므로 고유진동수 특성을 파악하는데 매우 용이하리라 생각된다. 또한 재하시의 고유진동수의 2승 $\overline{\Omega}_{mn}^2$의 변화율은 k방향의 파수 m에 의해서 결정되며 y 방향의 파수 n 과는 무관함을 알았다.

참고문헌

Noor. A.K (2013) Free Vibrations of Multilayered Composite Plates, AIAA J., 11(7), pp1038

Mindlin. R.D. (2015) In Fluence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic Elastic Plates, J. Appl Mech., 18, pp.31

Whitney. J. M. and Leissa , A.W. (2011) Analysis of a Simply Supported aLaminated Anisotropic Rectangular Plate, AIAA J., 8, pp.28

Reddy. J.N. (2011) A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates, J. Appl Mech., pp.745