# Co-rotational Plane beam-Transient analysis를 이용한 에어포일 단면 형상 변화에 따른 진동특성 연구

김 세 일<sup>1</sup>·김 용 세<sup>1</sup>·박 철 우<sup>1</sup>·신 상 준<sup>1†</sup>

<sup>1</sup>서울대학교 기계항공공학부

# Study on Vibration Characteristics in terms of Airfoil Cross-Sectional Shape by Using Co-rotational Plane Beam-Transient analysis

Se-Ill Kim<sup>1</sup>, Yong-Se Kim<sup>1</sup>, Chul-Woo Park<sup>1</sup> and SangJoon Shin<sup>1†</sup>

<sup>1</sup>Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National Univ., Seoul 680-749, Korea

#### Abstract

In this paper, vibration characteristics in terms of the airfoil cross-sectional shape was examined by using the EDISON co-rotational plane beam-transient analysis. Assuming aircraft wing as a cantilevered beam with a constant cross-sectional shape, natural frequencies of each airfoil shape was compared while varying airfoil maximum thickness and maximum camber length, using Fast Fourier Transformation(FFT). When the airfoil maximum thickness was varied, natural frequency showed peak value at 18% chord, and decreased afterwards. When the airfoil maximum camber length was varied, natural frequency either increased or decreased at 6% chord, while at 8% the natural frequency showed its maximum. Applying such trends to B-737 wing airfoil, an improved B-737\_mod airfoil shape was obtained with regard to the vibration characteristics.

Keywords : FFT, Co-rotational plane beam element, vibration, natural frequency, airfoil

# 1. 서 론

항공기, 우주구조물, 자동차 등 여러 기계 구조물을 설계 하는 과정에서 동적 안정성과 진동은 구조적 안정성을 판단 하는데 있어 매우 중요한 요소이다.

특히 항공기의 날개의 경우 순항 고도, 받음각, 순항 속도 등에 따라 다양한 진동환경에 노출된다. 비행변화에 따라 날 개에 가해지는 외력의 가진 주파수가 날개의 고유 주파수에 근접하거나 일치하게 될 경우 항공기에 심각한 구조적 손상 이 발생할 수 있다. 따라서 항공기 에어포일 형상설계에 있 어서 고유 주파수의 변화 가능성은 필수적으로 고려되어야 할 요소이다.

항공기 날개의 진동특성과 관련하여 Swalwell (2003)은 NACA0021 에어포일의 받음각 변화에 따른 주파수 분석에 관 한 연구를 수행하였으며, Snyder (2011)은 터빈 블레이드의 기하학적 변수가 고유주파수에 주는 영향에 관한 연구 수행을 통해 블레이드 형상의 관성모멘트가 근본적인 진동모드에 영 향을 준다고 제시하였다.

본 논문에서는 CR-beam을 이용한 에어포일 단면 형상을 가진 외팔보에 대하여, 단면 형상 변화에 따른 자유단의 변형 과 고유주파수 변화에 대한 경향 및 차이점을 분석하고 이러한 경향을 반영한 진동특성이 개선된 B-737\_mod 에어포일 형상 을 제시하였다.

# 2. 본 론

이 장에서는 CR기법을 이용한 외팔보 모델링과 상용프로 그램 ANSYS와의 시간, 주파수 영역에서의 결과 비교를 통 하여 CR 외팔보 모델의 신뢰성을 확보한다. 다음으로 에어 포일 단면 형상 변화에 따른 변형과 고유주파수 변화에 대한 경향과 차이점을 확인하고 이러한 경향을 반영한 개선된 B-737 에어포일 형상을 제시한다.

# 2.1 이론적 배경

2.1.1 Euler-Bernoulli beam 이론

외팔보를 무게가 없는 강성 k와 대응하는 유효 질량인 m<sub>eff</sub>가 자유단에 달려 있는 형태로 가정을 한다. 이 모델의 고유주파수는 식(1)과 같이 표현할 수 있으며, 보의 물성치 를 통해 강성 k 역시 구할 수 있다.

$$w_{eff} = \sqrt{\frac{k}{m_{eff}}}, \quad k = \frac{3EI}{L^3} \tag{1}$$

또한, 끝단에 있는 유효 질량은 식 (2),(3)을 통해 구할 수 있다. (여기서 a n은 연속체 시스템을 통해 나온 식에서의 첫 번째 모드형상에서의 계수를 나타낸다.)

$$m_{eff} = \frac{3EI}{L^3 w_{eff}^2}, w_{eff} = \alpha_n^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} = \alpha_n^2 \sqrt{\frac{EI}{m L^3}}$$
(2)

$$m_{eff} = \frac{3EI}{L^3} \frac{mL^3}{\alpha_n^4 EI} = \frac{3}{\alpha_n^4} m \left( m = beam \; mass \right) \tag{3}$$

따라서 외팔보를 식 (4)와 같이 1차 자유도 형태로 나 타낼 수 있다.

$$\ddot{m_{eff}x} + kx = 0 \tag{4}$$

여기서 보의 자유단에 조화 가진을 세로방향(transverse direction)으로 받는다고 생각하면 식 (5)로 나타낼 수 있게 되어 최종적인 이론식을 구할 수 있다.

$$\ddot{m}_{eff}\ddot{x} + kx = F_0 \sin(wt) \tag{5}$$

2.1.2 CR-beam 모델

Co-Rotational Beam 모델은 기하학적 비선형 거동을 강체거동과 구조변형 두 단계로 독립적으로 나누어 해석된 다. 국부요소에서 Euler-Bernoulli 이론 기반 강성행렬이 구성되어 변형을 예측하고, 강체거동에서는 회전 및 이동이 계산된다(Battini, 2011).

Fig. 1과 같이 정의된 요소의 운동에너지와 관성력에 의 한 가상일의 관계로 CR-beam 모델의 방정식을 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

 $M_g \ddot{x} + C_g \dot{x} + K_g x = F(t)$ 

(6)



Fig. 1 CR-beam

#### 2.1.3 해석 대상물

Fig. 2는 상용프로그램 ANSYS를 통한 해석 대상물이다. CR-beam에서 가정한 모델에 대한 결과를 상용프로그램인 ANSYS의 결과와 비교 분석하여 신뢰성을 확보하였다. Table. 1은 비교 모델의 물성치와 외력의 크기를 나타낸다.



Fig. 2 Analysis model

Table 1 Numerical information of the analysis model

	Numerical Value		
$Area(m^2)$	0.6879		
Length(m)	5		
Young's Modulus(GPa)	3.4		
$Density(kg/m^3)$	1100		
Moment of $inertia(m^4)$	0.037662		
Force(N)	307.072cos(11t)		

#### 2.2 해석 대상물 검증

Fig. 3는 신속 Fourier 변환과 ANSYS Modal 해석을 이용한 주파수 영역에서의 검증 흐름도이다. CR-beam의 결 과값을 MATLAB 내장함수를 이용하여 고유주파수를 도출하 여 Fig. 4에 나타내었다. 수치적 결과는 Table. 2와 같다.

ANSYS 모달 해석을 통한 고유주파수는 9.0965*Hz*, CR-beam 해석을 통한 고유주파수는 9.125*Hz*이며 절대적 차이는 0.31%이므로 CR-beam 해석의 신뢰성을 확보하였다.



**Fig. 3** Analysis flow in frequency phase

Table	2	Natural	frequency	of	the	analysis	model
1 4010	_	ratara	noquonoj	<u> </u>		anaryono	111000

	n
Natural frequency(Hz) 9.0965 9.125	





#### 2.3 해석결과

Fig. 5는 CR-beam 해석을 위한 에어포일 단면 형상이다. 에어포일 단면 형상 변화에 따른 변형 및 고유주파수 변화의 경향을 파악하기 위해 먼저 테이퍼비가 없는 항공기 날개를 외 팔보로 가정하고 시위의 길이를 1m 기준으로 날개 크기 비율 을 조정하였다. 빔에 작용하는 하중은 B-737 기준 25,000ft 고도로 순항하는 날개에 작용하는 양력(분포하중)으로 가정하 였으며, 에어포일의 내부는 Isopink 재료로 가득 차 있는 형 상으로 단순화하여 해석을 진행하였다. Table 3은 모델의 물 성치와 외력의 크기를 나타낸다.



Fig. 5 Airfoil cross-section Table 3 Numerical information of airfoil (ex. NACA0012)

	Numerical Value
Chord(m)	1
Length(m)	5
$Area(m^2)$	0.0822
Young's Modulus(GPa)	3.4
$Density(kg/m^3)$	1100
Moment of $inertia(m^4)$	0.0045
Force(N)	307.072cos(11t)

2.3.1 에어포일 최대두께 변화에 따른 변형 및 고유주파수 에어포일 시위(1m)의 12 - 30% 범위에서 최대두께만 변화 시킨 NACA0012, NACA0015, NACA0018, NACA0024, NACA0030 형상을 대상으로 CR-beam 해석을 진행하여 끝 단의 시간에 대한 변위, 고유주파수로 나누어 결과를 비교하였다.

Fig. 6에서 에어포일 최대두께 변화에 따른 끝단의 변위를 비 교한 결과, 에어포일의 최대두께가 작을수록 변위의 폭이 작게 나타났다. NACA 0012의 최대 변위는 NACA0030의 최대 변위에 비해 38.6% 더 높게 나타났다.



Fig. 7에서는 에어포일 최대두께 변화에 따른 고유주파수를 비교하였다. 고유주파수는 CR-beam 해석결과를 Fourier 변 환을 통해 도출하여 비교한 결과 Euler-Bernoulli-beam 이 론에 근거한 이론값과 평균오차 0.74%로 유사한 값을 나타냈 으며, Fig. 8에서 알 수 있듯이 시위의 18%되는 지점에서 가 장 높은 고유주파수를 나타냈으며 이후부터 감소하는 경향을 보였다. 이를 바탕으로 고유주파수의 크기가 최대가 되는 에어 포일 최대두께 형상이 존재함을 확인할 수 있었다.



2.3.2 에어포일 최대캠버 변화에 따른 변형 및 고유주파수 에어포일 시위(1m)의 2 - 8% 범위에서 최대캠버 크기만 변화시킨 NACA2415, NACA4415, NACA6415, NACA 8415 형상을 대상으로 CR-beam 해석을 진행하여 끝단의 시 간에 대한 변위, 고유주파수로 나누어 결과를 비교하였다.

Fig. 9에서 에어포일 최대캠버 변화에 따른 끝단의 변위를 비교한 결과 변위 폭의 변화가 미비하였다.



Fig. 10에서는 에어포일 최대캠버 변화에 따른 고유주파수 를 비교하였다. 그 결과 이론값과 평균오차 0.74%로 유사한 값을 나타냈으며, Fig. 11에서 알 수 있듯이 최대캠버의 크기 가 시위의 6%가 되는 지점을 기준으로 감소-증가하는 경향을 나타냈으며 8% 되는 지점에서 가장 높은 고유주파수를 나타 냈다. 이를 바탕으로 고유주파수의 크기가 최대가 되는 에어포 일 최대캠버 형상이 존재함을 확인할 수 있었다.



# 2.3.3 B-737 에어포일 형상 개선

앞절의 결과를 바탕으로 에어포일의 최대두께, 최대캠버 형상 변화에 따른 고유주파수 변화 경향을 적용하여 B-737 에어포일의 고유주파수를 증가시켜 진동특성이 개선된 새로 운 B-737\_mod 에어포일 형상을 제시하였다.

Fig. 12에서 알 수 있듯이 기존 B-737 대비 개선된 B-737\_mod 끝단의 최대 변위가 감소하였으며, Fig. 13와 같이 고유주파수가 0.5% 증가하였음을 확인할 수 있다. 본 해석에서는 시위의 길이를 1m 기준으로 날개 크기 비율을 조정하였으나, 실제 항공기 날개 크기 비율로 확대하여 적용 한다면 더 큰 폭의 고유주파수 증가가 있을 것으로 예상된다.





# 3. 결 론

본 연구에서는 CR-beam을 이용한 에어포일 단면 형상을 가진 외괄보에 대하여, 단면 형상 변화에 따른 자유단의 변 형과 고유주파수 변화에 대한 경향 및 차이점을 분석하고 이 러한 경향을 반영한 진동특성이 개선된 B-737\_mod 에어포 일 형상을 제시하였다. 계산결과의 신뢰성을 얻기 위해 상용 프로그램 ANSYS와 CR-beam 해석결과의 끝단 변위, 고유 주파수를 비교하였고 오차(0.31%)의 크기가 매우 작으므로 신뢰성을 확보하였다고 판단하였다.

에어포일의 최대두께 변화에 따른 끝단의 변위와 고유주파 수를 비교한 결과, 에어포일의 최대두께가 증가할수록 최대 변위 폭이 감소하였고 최대두께가 시위의 18%가 되는 지점 에서 고유주파수가 가장 높게 나타났다.

에어포일의 최대캠버 변화에 따른 끝단의 변위와 고유주파 수를 비교한 결과, 끝단의 변위는 변화가 거의 동일하게 나 타났고 최대캠퍼의 크기가 시위의 6%가 되는 지점을 기준으 로 고유주파수의 크기가 감소-증가하는 경향을 나타냈으며 8% 되는 지점에서 고유주파수가 가장 높게 나타났다. 이를 바탕으로 고유주파수의 크기가 최대가 되는 에어포일 최대두 께, 최대캠버 형상이 존재함을 확인할 수 있었다.

이러한 경향을 B-737 에어포일 형상에 적용하여 기존보 다 최대 변위 폭이 작고 0.5% 더 높은 고유주파수를 가지는 B-737\_mod 에어포일 형상을 제시하였다. 향후 1m로 가정 한 시위의 크기를 실제 크기로 확대하여 비율을 조정하고, 유동해석 결과를 함께 고려한다면 보다 정확한 에어포일 형 상 설계 방향을 제시할 수 있을 것이다.

### 감사의 글

본 연구는 한국연구재단이 주관하는 첨단 사이언스 교육 허브 개발 사업(EDISON: NRF-2014M3C1A6038344)의 지원을 받아 수행한 연구결과 입니다.

# Reference

- Barun, P., Santosha, K.D. (2011) Nonlinear Vibrations and Frequency Response Analysis of a Cantilever Beam under Periodically varing Magnetic Field, *Mech. Based Design of Struct. & Mach.*, 39, pp378~391.
- Thomas, D.L., Wilson, J.M., Wilson, R.R. (1973) Timoshenko Beam Finite Elements, J. Sound & Vib., 31(3), pp.315~330.
- Di Sciuva, M. (1986) Bending, Vibration and Buckling of Simply Supported Thick Multilayered Orthotropic Plates: An Evaluation of a New Displacement Model, *Journal of Sound and Vibration*, 105, pp.425~442.
- Le, T.N., Battini, J.M., Hjiaj, M. (2011) Efficient Formulation for Dynamics of Corotational 2D Beams, Comput. Mech., 48(2), pp.153~161.
- Craig Jr, R.R., Kurdila, A.J. (2006) Fundamentals of Structural Dynamics, 2nd Edition, pp.200-205.
- **Singiresu**, S.R. (2011) *Mechanical Vibrations*, 5<sup>nd</sup> Edition, pp.721~728.
- Kamlesh, P., Manish, B., (2012) Determination of Natural Frequency of Aerofoil Section Blades Using Finite Element Approach, Study of Effect of Aspect Ratio and Thickness on Natural Frequency, *Enginerring Journal* Vol 17 Issue 2.
- Daniel, A.S., (2010) A Modeling study of the Sensitivity of Natural Frequency of Vibration to Geometric Variations in a Turbine Blade, Rensselaer Polytechnic Institute Hartford, CT
- Swalwell, K., Sheridan, J., Melbourne, W.H., (2003) Frequency Analysis of Surface Pressures on an Airfoil After Stall, 21st AIAA Applied Aerodynamics Conference., 23-26 June 2003,

Orlando, Florida-2003-3416

- KIM, M.j., Kang, N.C., (2010) Vibration Analysis of a Rotating Cantilever Beam with Tip Mass Using DTM, KSNVE, 20, pp1058~1063
- Park, C.W., Joo, H.S. (2010) Study on Cantilever Beam Tip Response with Various Harmonic Frequencies by Using EDISON Co-rotational Plane Beam-Dynamic Tip Load, *COSEIK.*, Vol.28, No.05, pp. 477-484